

# Négyjegyű függvénytáblázatok, összefüggések és adatok

**MATEMATIKA**

**INFORMATIKA**

**FIZIKA**

**CSILLAGÁSZAT**

**FÖLDRAJZ**

**KÉMIA**

NEMZETI TANKÖNYVKIADÓ, BUDAPEST

A kiadvány 2010. 04. 08-tól tankönyvvé nyilvánítási engedélyt kapott a KHF/1676-14/2010 számú határozattal

A könyv megfelel az Oktatási Minisztérium kerettantervének [17/2004. (V. 20.)] és az érettségi vizsga követelményeinek [40/2002. (V. 24.)].

#### *Szerzők*

Dr. Hack Frigyes, Ph.D. (matematika)

Dr. Hack Frigyes, Ph.D. (informatika)

Dr. Fülöp Ferenc (fizika)

Kugler Sándorné (fizika)

Dr. Radnai Gyula (fizika)

Urbán János (fizika)

Dr. Szabados László (csillagászat)

Dr. Nemerkenyi Antal (földrajz)

Dr. Balázs Lóránt (kémia)

Dr. Büki András (kémia)

#### *Lektorok*

Dr. Fried Katalin (matematika)

Hegy Györgyné (matematika)

Lukács Judit (matematika)

Dr. Zsakó László (informatika)

Bánkuti Zsuzsa (fizika)

Dr. Radnai Gyula (fizika)

Dr. Boksay Zoltán (kémia)

J. Balázs Katalin (kémia)

Répás László (kémia)

Villányi Attila (kémia)

#### *Szerkesztők*

Tóthné Szalontay Anna (matematika)

Dr. Koreczné Kazinczi Ilona (informatika)

Medgyes Sándorné (fizika)

Gerhardtne Rugli Ilona (csillagászat, földrajz)

Oláh Zsuzsa (kémia)

#### *Alkotószerkesztő*

Michalovszky Csabáné

#### *Az ábrákat készítette*

Fried Katalin, Wintsche Gergely

#### *A tankönyvvé nyilvánítási eljárásban közreműködő szakértők*

Kondor László

dr. Igaz Sarolta

dr. Szerényi Zoltán

© Hack Frigyes, Dr. Fülöp Ferenc, Kugler Rándorné, Dr. Radnai Gyula, Urbán János, Dr. Szabados László, Dr. Nemerkenyi Antal, Dr. Balázs Lóránt, Dr. Büki András, Michalovszky Csabáné, Nemzeti Tankönyvkiadó Rt., 2004

ISBN 978-963-19-5703-7

Ez a kiadvány a 13129/1 raktári számú *Négyjegyű függvénytáblázatok. Matematikai, fizikai, kémiai összefüggések* című Tetszsdíjas tankönyv adatainak felhasználásával készült. A korábban is közkedvelt, közel 30 évig használt (a matematika rész először 1967-ben jelent meg) tankönyv felújítását a középiskolai tananyag megváltozása, az SI-mértékegységrendszer széles körű elterjedése tette szükségsszerűvé, valamint az, hogy az eltelt évek technikai fejlődésének eredményei pontosabb adatokat szolgáltatnak a korábban mérteknél.

Az igényeknek megfelelően új területekkel egészítettük ki a matematikai, fizikai, kémiai részeket, valamint új fejezetek (informatika, csillagászat és földrajz) is kerültek a könyvbe.

Az új Négyjegyű függvénytáblázatok kizárólag iskolai használatra szánjuk, ezért kérjük, hogy csak az iskolai elméleti számításokhoz, feladatmegoldásokhoz használják, hiszen ezek megkönnyítésére készült. Tudományos és ipari felhasználásra – minden szakmában – léteznek megfelelő adatokat szolgáltató, bevizsgált adattárak, amelyeket kiadványunk nem kíván helyettesíteni. Ez irányú felhasználásból származó hibákért a kiadó semmiféle felelősséget nem vállal.

Kiadványunk megalkotásánál a pontosságra és szakmai igényességre törekedtünk – amelynek biztosítéka a kiváló szerzők és lektorok gárdája –, de nem törekedhettünk teljességre sem a definíciók, tételek kimondásánál, sem az adatok leírásánál. Az olvasóra bízunk, hogy a felhasználás során melyik összefüggést kívánja alkalmazni, milyen környezeti és kezdeti feltételekkel. A könyv használatához szükségesek szakmai és tudományos előismeretek, nem kívánjuk helyettesíteni a tantárgyi tankönyveket.

A szerzők és a kiadó munkatársai hosszú évek óta gondozzák és javítják az itt megjelent adattárat, amely sok évtizeden keresztül szolgált segítségként a matematika, fizika és kémia órákon, ezért az adattár – más kiadványokba történő – engedély nélküli másolásához nem járulunk hozzá.

A második kiadást a tanárok javaslatai és a beérkezett vélemények alapján javítottuk.

*A szerkesztők*



## 1. ÁLTALÁNOS TUDNIVALÓK

### 1.1. Néhány állandó

1.1.1. A **Ludolf-féle** szám, a kör kerületének és átmérőjének aránya (transzcendens)

$$\pi \approx 3,14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ 83279\ 50288\ 41971\ 69399\ 37510\ 58209\ 74944\ 59230\ 78164\ 06286\ 20899\ 86280\ 34825\ 34211\ 70679\ \dots$$

$$\pi \approx 22 : 7; \quad \pi \approx 355 : 113.$$

1.1.2. Az **Euler-féle** szám, természetes logaritmus alapszáma (transzcendens)

$$e \approx 2,71828\ 18284\ 59045\ 23536\ 02874\ 71352\ 66249\ 77572\ 47093\ 69995\ 95749\ 66967\ 62772\ 40766\ 30353\ 54759\ 45713\ 82178\ 52516\ 64274\ \dots$$

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n$$

1.1.3. A 10 alapú logaritmus modulusa ( $M$ ) és reciproka

$$M = \lg e \approx 0,43429\ 44819\ 03251\ 82765\ 11289\ 18916\ \dots$$

$$\frac{1}{M} = \ln 10 \approx 2,30258\ 50929\ 94045\ 68401\ 79914\ 54684\ \dots$$

### 1.2. Görög betűk

A	$\alpha$	alfa
B	$\beta$	béta
$\Gamma$	$\gamma$	gamma
$\Delta$	$\delta$	delta
E	$\varepsilon$	epszilon
Z	$\zeta$	zéta

H	$\eta$	éta
$\Theta$	$\vartheta$	théta
I	$\iota$	ióta
K	$\kappa$	kappa
$\Lambda$	$\lambda$	lambda
M	$\mu$	mű

N	$\nu$	nű
$\Xi$	$\xi$	kszi
O	o	omikron
$\Pi$	$\pi$	pí
P	$\rho$	ró
$\Sigma$	$\sigma$	szigma

T	$\tau$	tau
$\Upsilon$	$\upsilon$	üpszilon
$\Phi$	$\varphi$	fí
X	$\chi$	khi
$\Psi$	$\psi$	pszi
$\Omega$	$\omega$	ómega

### 1.3. Jelölések, kapcsolatok

$ a $	az $a$ szám abszolútértéke
$[a]$	az $a$ szám egész része
$[a; b]$	zárt intervallum
$]a; b[$	nyílt intervallum
$[a; b[$	balról zárt, jobbról nyílt intervallum
$]a; b]$	balról nyílt, jobbról zárt intervallum
$AB$	szakasz, távolság
$\overrightarrow{AB}$ , $\mathbf{a}$ , $\mathbf{b}$	irányított szakasz, vektor

#### 1.4. Jelek, rövidítések

$=, \neq, \approx$	egyenlő, nem egyenlő, közelítőleg egyenlő	$a = b, 2 \neq 5, \pi \approx 3,14$
$<, \leq$	kisebb, kisebb vagy egyenlő	$\sin x < x + 1$
$>, \geq$	nagyobb, nagyobb vagy egyenlő	$a^2 + b^2 > 1$
$\in, \notin$	eleme, nem eleme a halmaznak	$q \in A, x \notin \mathbb{Q}$
$\subseteq, \subset$	részhalmaz, valódi részhalmaz	$M \supseteq V, H \subset R$
$\cup, \cap$	halmazok uniója, metszete	$A \cup B, A \cap B$
$\setminus$	halmazok különbsége	$A \setminus B$
$\odot, \triangle$	halmazok szimmetrikus különbsége	$W \odot Z, A \triangle B$
$\times$	halmazok direkt szorzata, vektoriális szorzat	$\mathbb{R} \times \mathbb{Q}, \mathbf{a} \times \mathbf{b}$
$\neg$	állítás tagadása (negációja)	$\neg p$
$\vee, \wedge$	állítások diszjunkciója, konjunkciója	$p \vee q, p \wedge q$
$\Leftrightarrow, \oplus$	állítások ekvivalenciája, antivalenciája	$p \Leftrightarrow q, p \oplus q$
$\Rightarrow$	állítások implikációja	$p \Rightarrow q$
$\forall$	univerzális kvantor (minden $x$ -re igaz ...)	$\forall x: \dots$
$\exists$	egzisztenciális kvantor (van olyan $x$ , ...)	$\exists x: \dots$
$\sum$	összeg (szumma)	$\sum_{i=1}^n a_i$
$\prod$	szorzat (produktum)	$\prod_{i=1}^n a_i$
$!$	faktoriális	$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$
$\int$	határozatlan integrál	$F = \int f$
$\int_a^b$	határozott integrál	$A = \int_0^{10} \sqrt{x} dx$
$\sphericalangle$	szög	$ARD \sphericalangle$
$\mathbb{R} \triangleleft \triangleq \perp$	derékszög	$\alpha = R, \alpha = \triangleleft, \alpha = \perp$
$\perp$	merőleges	$a \perp e, f \perp S$
$\parallel$	párhuzamos	$e \parallel f, S \parallel Z$
$\sim$	hasonló	$ABC_{\triangle} \sim PQR_{\triangle}$
$\cong$	egybevágó	$ABC_{\triangle} \cong PQR_{\triangle}$
mod	osztási maradék	$15 \bmod 4 = 3, 15 \equiv 3 \pmod{4}$
lim	limesz, határérték	$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right)$
exp	exponenciális függvény	$x \mapsto e^x$
log, lg, ln	logaritmus	$\log_a b, \lg x, \ln x$
$\emptyset$	az üres halmaz	$\{ \} = \emptyset$
$\mathbb{N}$	a természetes számok halmaza	$\{0; 1; 2; \dots\}$
$\mathbb{Z}$	az egész számok halmaza	$\{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$
$\mathbb{Z}^+, \mathbb{Z}^-$	a pozitív, a negatív egészek halmaza	$\{1; 2; 3; \dots\}, \{-1; -2; -3; \dots\}$
$\mathbb{Q}, \mathbb{Q}^*$	a racionális, az irracionális számok halmaza	
$\mathbb{R}$	a valós (reális) számok halmaza	
$\mathbb{C}$	a komplex számok halmaza	
$\infty$	végtelen	

## 2. GONDOLKODÁSUNK ESZKÖZEI

### 2.1. Matematikai logika

#### 2.1.1. Jelölések, műveletek

**Kijelentések:**  $a, b, c, \dots$

$h = \downarrow = 0 = a$  hamis érték

$i = \uparrow = 1 = a$  igaz érték.

$\neg a$ ; negáció (NEM, tagadás),

$a \Rightarrow b$ ; implikáció,

$a \vee b$ ; diszjunkció (megengedő vagy),

$a \Leftrightarrow b$ ; ekvivalencia,

$a \wedge b$ ; konjunkció (ÉS),

$a \oplus b$ ; antivalencia (kizáró vagy).

#### 2.1.2. Igazságtáblázatok

$a =$	$h$	$h$	$i$	$i$
$b =$	$h$	$i$	$h$	$i$
$\neg a$	$i$	$-$	$h$	$-$
$a \vee b$	$h$	$i$	$i$	$i$
$a \wedge b$	$h$	$h$	$h$	$i$
$a \Rightarrow b$	$i$	$i$	$h$	$i$
$a \Leftrightarrow b$	$i$	$h$	$h$	$i$
$a \oplus b$	$h$	$i$	$i$	$h$
$\neg(a \vee b)$	$i$	$h$	$h$	$h$
$\neg(a \wedge b)$	$i$	$i$	$i$	$h$

#### 2.1.3. Műveleti azonosságok, tulajdonságok

$\neg(\neg a) = a$		
$\neg h = i$	$\neg i = h$	
$a \vee h = a$	$a \wedge i = a$	
$a \vee i = i$	$a \wedge h = h$	
$a \vee \neg a = i$	$a \wedge \neg a = h$	
$a \vee b = b \vee a$	$a \wedge b = b \wedge a$	kommutatív
$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$	$(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$	asszociatív
$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$	$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$	disztributív
$a \vee (a \wedge b) = a$	$a \wedge (a \vee b) = a$	abszorpció (elnyelési tulajdonság)
$a \vee a = a$	$a \wedge a = a$	idempotens
$\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$	$\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$	De Morgan-szabályok

## 2.2. Halmazok

### 2.2.1. Elnevezések, összefüggések

Adott, ismert egy halmaz, ha mindenről el lehet dönteni, hogy eleme-e vagy sem.

**Jelölések:**

$a \in H$  – az  $a$  elem a  $H$  halmazhoz tartozik, annak eleme.

$x \notin T$  – az  $x$  elem nem tartozik a  $T$  halmazhoz, annak nem eleme.

**Halmaz megadása:**

Az elemek felsorolásával. Pl.:  $\{0; 2; 4; 6; 8\}$  – a páros számjegyek halmaza.

Eldöntési szabállyal. Pl.:  $\{x \mid E(x)\}$  – az  $E(x)$  szabálynak megfelelő  $x$  elemek halmaza.

Egyenlő két halmaz akkor és csak akkor, ha ugyanazokból az elemekből állnak.

**Venn-diagram:** a halmazok egymás közötti viszonyát ábrázoló grafikon.

Részhalmaza a  $Q$  halmaz egy  $H$  halmaznak, ha minden eleme  $H$ -nak is eleme:

$$Q \subseteq H \Leftrightarrow \forall x : (x \in Q \Rightarrow x \in H).$$

**Valódi részhalmaz:**  $Q \subset H \Leftrightarrow (Q \subseteq H) \wedge (Q \neq H)$ .

**Üres halmaz,** aminek nincsenek elemei:  $\emptyset$ .

Minden  $H$  halmazra igaz:  $\emptyset \subseteq H$ .

**Univerzális halmaz ( $U$ ):** minden létezőt egyesítő halmaz.

Minden  $H$  halmazra igaz:  $H \subseteq U$ .

**Számosság:** az  $A$  halmaz elemeinek száma =  $\text{card}(A)$ .

**A természetes számok halmazának számossága:**  $\text{card}(\mathbb{N}) = \aleph_0$  (olv.: alef-null).

### 2.2.2. Műveletek halmazokkal

$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$ ;  $A$  és  $B$  **egyesítése** (uniója),

$$\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n,$$

$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$ ;  $A$  és  $B$  **metsete** (közös része),

$$\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n,$$

$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$ ;  $A$  és  $B$  **különbsége, különbség-halmaza,**

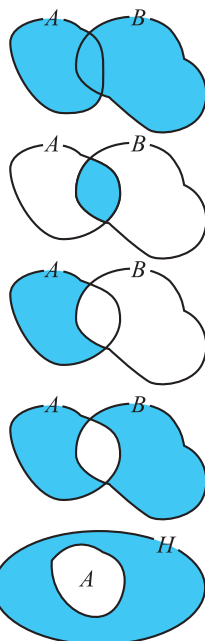
$A \odot B = A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ ;  $A$  és  $B$  **szimmetrikus különbsége,**

$\overline{A}_H = \{x \mid x \notin A \wedge x \in H\} = H \setminus A$ ;  $A$ -nak  $H$ -beli **komplementere,**

$A \times B = \{(x; y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$ ;  $A$  és  $B$  **Descartes-szorzata,**

$A^2 = A \times A$ ;  $A$  halmaz **kétszeres Descartes-szorzata,**

$A^n = A \times A \times \dots \times A$ ;  $A$  halmaz  **$n$ -szeres Descartes-szorzata.**





### 2.2.3. Műveleti azonosságok, tulajdonságok

$A, B, C, \dots$  részhalmazai  $H$ -nak,  $\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}, \dots$  ezek  $H$ -beli komplementere.

$\overline{\overline{A}} = A$		
$\overline{\emptyset} = H$	$\overline{H} = \emptyset$	
$A \cup \emptyset = A$	$A \cap H = A$	
$A \cup H = H$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	
$A \cup \overline{A} = H$	$A \cap \overline{A} = \emptyset$	
$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$	kommutatív
$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$	asszociatív
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	disztributív
$A \cup (A \cap B) = A$	$A \cap (A \cup B) = A$	adjunktív (abszorpció tulajdonság)
$A \cup A = A$	$A \cap A = A$	idempotens
$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$	$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$	De Morgan-szabályok

### 2.3. Gráfok

#### 2.3.1. Elnevezések, összefüggések

*A csúcsok fokszáma, foka:* a rá illeszkedő élek száma.

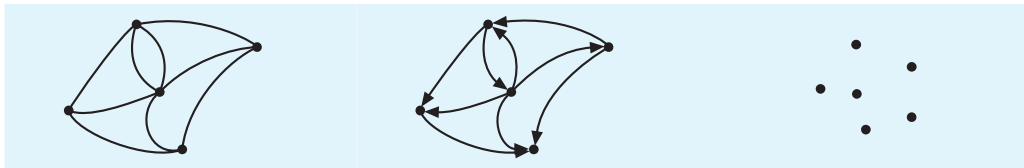
*A csúcs be-foka* a csúcsba futó, a *ki-foka* a belőle induló irányított élek száma.

*Reguláris gráf:* minden csúcsnak azonos a fokszáma ( $r$ -edfokú reguláris gráf).

*Többszörös (párhuzamos) élek:* ugyanazt a két csúcsot kötik össze.

*Hurokél:* azonos a két végpontja.

*Izolált csúcs:* amelyhez nem csatlakozik él.



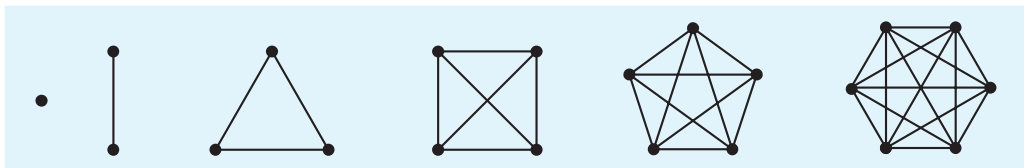
irányítás nélküli gráf

irányított gráf

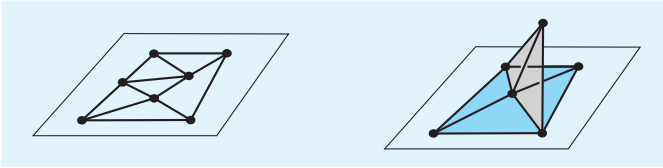
üres gráf

*Üres gráf:* nincsenek élei, a csúcsai *izoláltak*.

*Teljes gráf:* bármely két csúcsa közt van él.



**Síkbeli gráf:** megrajzolható a képe úgy, hogy az élek nem metszik egymást.



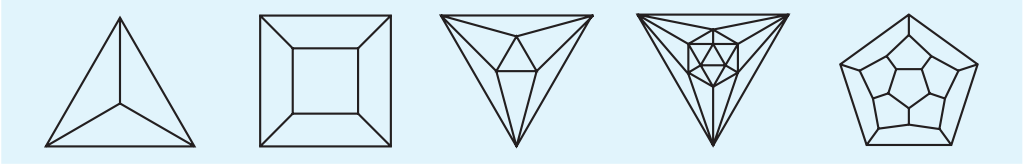
síkbeli gráf

nem síkbeli gráf

**Sokszöggráf:** a grafikus ábra sokszög alakú *tartományokból* áll.

**Euler tétele:** A sokszöggráfban csúcsok + tartományok száma = élek száma + 2.

**Szabályos gráf:** minden tartományt azonos számú él határol.



**Vonal:** összefüggő élsorozat, amely egy élen nem halad át többször.

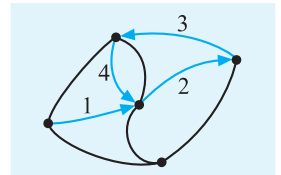
**Út:** vonal, amely egy csúcsot nem érint többször.

**Körvonal, kör:** vonal, amelynek a végpontja a kezdőponttal azonos.

**Összefüggő gráf:** van út bármelyik két csúcsa között.

**Euler-vonal:** minden élt tartalmaz.

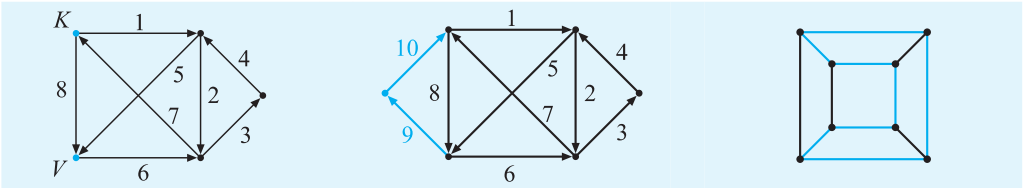
**Hamilton-kör:** minden csúcsot érint.



vonál: 1–2–3–4

út: 1–2–3

kör: 2–3–4



Euler-vonalak

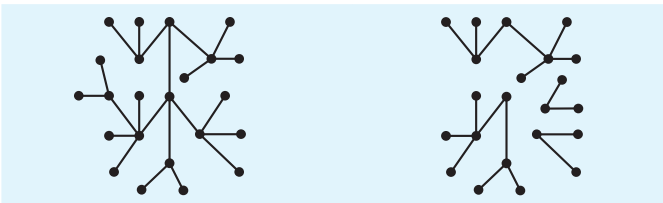
Hamilton-kör

**Fa, (fa-gráf):** kör nélküli összefüggő gráf.

A fa csúcsainak száma = élek száma + 1.

**Erdő:** minden komponense fa.

Az erdő csúcsainak száma = élek száma + komponensek száma.



fa

erdő

### 3. ARITMETIKA, SZÁMELMÉLET

#### 3.1. Számhalmazok

##### 3.1.1. Elnevezések, jelölések

**Természetes szám:** véges elemszámú halmaz számossága.

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  a természetes számok halmaza.

$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$  a pozitív egészek halmaza.

$\mathbb{Z}^- = \{-1, -2, -3, \dots\}$  a negatív egészek halmaza.

$\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \mathbb{Z}^-$  az egészek halmaza.

**Racionális számok:**

a) egész számok hányadosai (a 0 osztó kivétel).

b) végtelen szakaszos tizedes- (helyiértékes) törtek.

$\mathbb{Q}$  a racionális számok halmaza.

**Irracionális számok:** végtelen nem szakaszos tizedes- (helyiértékes) törtek.

$\mathbb{Q}^*$  az irracionális számok halmaza.

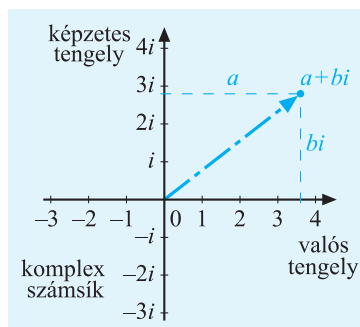
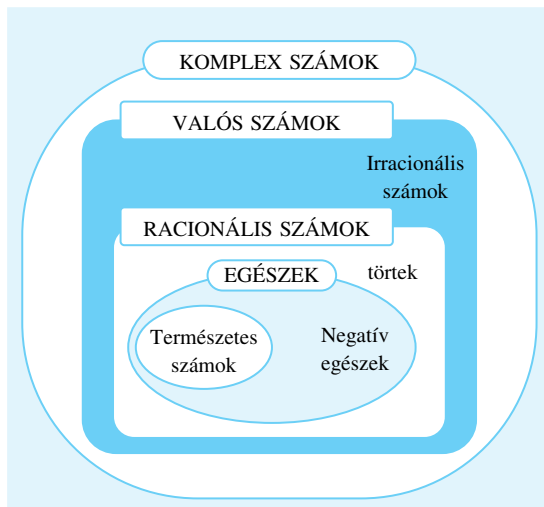
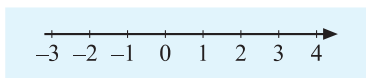
**Valós számok:** a racionális és az irracionális számok.  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^*$  a valós számok halmaza.

**Algebrai szám:** egész együtthatós polinom gyöke.

$$P_n(x) = a_n \cdot x^n + \dots + a_1 \cdot x + a_0; \quad \forall i: a_i \in \mathbb{Z}, a_i \neq 0.$$

**Transzcendens szám:** nem algebrai szám (nem gyöke egész együtthatós polinomnak).

**Számegegyenes:** a valós számokat egy egyenes pontjainak feleltetjük meg.



**Komplex szám:** rendezett valós számpár:  $(a, b) = z = a + bi$ .

$\mathbb{C}$  a komplex számok halmaza.

**Számsík (Gauss-féle számsík):** a komplex számokat egy sík pontjainak feleltetjük meg.

### 3.1.2. Számírás, számrendszerek

#### Római csomószámok és értékük:

$$\{I, V, X, L, C, D, M\} \rightarrow \{1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000\}$$

#### Helyértékes számírás:

$$\text{Decimális számjegyek: } M_{10} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\text{Bináris számjegyek: } M_2 = \{0, 1\}$$

$$\text{Oktális számjegyek: } M_8 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{Hexadecimális számjegyek: } M_{16} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$$

Babiloni törtek: az óra és a fok törtrészeire használatos 60-ados törtek.

$$1^\circ = 60' = 3600''; \quad 1^h = 60^m = 3600^s.$$

### 3.2. Egész számok

#### 3.2.1. Oszthatóság

**Osztója** a  $k$  egész az  $m$  egésznek – jelölése:  $k \mid m$  –, ha:

$$k \mid m \Leftrightarrow \exists q: q \in \mathbb{N} \wedge q \cdot k = m.$$

Az osztók (*faktorok*) halmazának jelölése:  $\text{fac}[x] = \{k : k \mid x, x \in \mathbb{N}\}$ .

**Többszöröse** az  $m$  egész a  $k$  egésznek, ha  $k$  osztója  $m$ -nek:  $k \mid m$ .

A többszörösök halmazának jelölése:  $\text{fac}^{-1}[x] = \{k : x \mid k, x \in \mathbb{N}\}$

**Oszthatósági szabályok** (10-es számrendszerben):

$$m = \alpha_n \cdot 10^n + \dots + \alpha_1 \cdot 10 + \alpha_0 = (\alpha_n \dots \alpha_1 \alpha_0)_{10}$$

Egy  $m$  egész osztható

2-vel,	ha utolsó jegye $\in \{0, 2, 4, 6, 8\}$
3-mal,	ha a számjegyek összege osztható 3-mal
4-gyel,	ha a két utolsó jegyből képzett szám osztható 4-gyel
5-tel,	ha utolsó jegye $\in \{0, 5\}$
6-tal,	ha 2-vel és 3-mal is osztható
8-cal,	ha a három utolsó jegyből képzett szám osztható 8-cal
9-cel,	ha a számjegyek összege osztható 9-cel
10-zel,	ha utolsó jegye 0
25-tel,	ha két utolsó jegye $\in \{00, 25, 50, 75\}$

**Prímszám** a  $p > 1$  egész, ha csak 1 és  $p$  az osztója  $\Leftrightarrow \text{fac}[p] = \{1, p\}$ .

$$\mathbb{P} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, \dots\} \quad (\text{lásd 10.9. táblázat, 94. oldal})$$

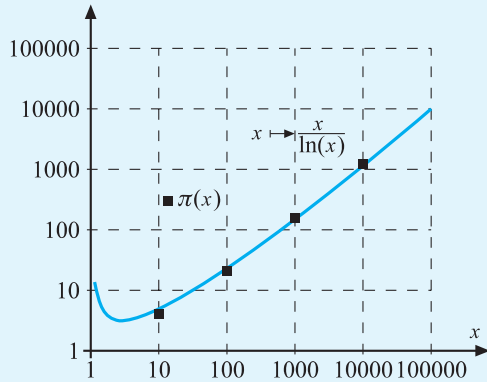
**Összetett** az  $m$  egész, ha 1-nél nagyobb és nem prím. (lásd 10.10. táblázat, 95. oldal)

**A prímek száma  $x$ -ig:**  $\pi(x) = \text{card}(\mathbb{P} \cap \{1, 2, 3, \dots, x\})$

Becslés a prímek számára:

$$1. \pi(x) \approx \frac{x}{\ln x}; \quad 2. \pi(x) \approx \int_2^x \frac{dt}{\ln t}$$

$x$	$\pi(x)$	$\pi(x) : \frac{x}{\ln x}$
10	4	0,92
100	25	1,15
1 000	168	1,16
10 000	1 229	1,32
100 000	9 592	1,10
1 000 000	78 498	1,08
10 000 000	664 579	1,07
100 000 000	5 761 455	1,06
1 000 000 000	50 847 534	1,054
10 000 000 000	455 052 512	1,048



**A számelmélet alaptétele:**

Minden 1-nél nagyobb természetes szám – a tényezők sorrendjétől eltekintve – egyféleképpen írható fel prímszorzatok szorzataként. Ez a szám **kanonikus alakja**:

$$m = p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \dots \cdot p_i^{n_i} \cdot \dots \cdot p_k^{n_k}$$

Prímszorzatok:  $p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_k$ .

Prímszorzatok-oszttók:  $p_1^{\alpha_1}, p_2^{\alpha_2}, \dots, p_i^{\alpha_i}, \dots, p_k^{\alpha_k}$ ;

$\forall i: i \in \{0, 1, \dots, k\}, \forall \alpha_i: \alpha_i \in \{0, 1, \dots, n_i\}$ .

Az oszttók száma:  $d(m) = (n_1 + 1)(n_2 + 1) \dots (n_k + 1)$ .

Az összes oszttó előállítható a különböző prímszorzatok-oszttók szorzataként.

**Közös oszttók, többszörösök:**

Két szám –  $m$  és  $n$  – legnagyobb közös oszttója  $l = \text{LNKO}(m; n) = (m; n)$ .

Két szám –  $m$  és  $n$  – legkisebb közös többszöröse  $k = \text{LKKT}(m; n) = [m; n]$ .

Kapcsolatuk:  $\text{LNKO}(m; n) \cdot \text{LKKT}(m; n) = mn$ .

Relatív prím két szám –  $m$  és  $n$  –, ha  $\text{LNKO}(m; n) = 1$ .

**Oszthatósági tételek:**

$$\text{Ha } (q \mid m) \wedge (q \mid n) \Rightarrow (q \mid m \cdot n) \wedge (q \mid (m + n)) \wedge (q \mid |m - n|).$$

$$\text{Ha } (a \mid b) \wedge (b \mid c) \Rightarrow a \mid c.$$

$$\text{Ha } (p \in \mathbb{P}) \wedge (p \mid m \cdot n) \Rightarrow (p \mid m) \vee (p \mid n).$$

### 3.2.2. Műveletek egész számokkal

#### Összeadás:

Két azonos előjelű szám összeadásakor abszolútértékeik összegét a közös előjellel látjuk el. Két különböző előjelű számot úgy adunk össze, hogy abszolútértékeik különbségét a nagyobb abszolútértékű szám előjelével látjuk el.

#### Kivonás:

A kivonandót ellenkező előjellel adjuk hozzá a kisebbítendőhöz.

#### Szorzás:

A tényezők abszolútértékeinek szorzatát az előjelszabály szerint előjelezzük. Előjelszabály: egyező előjelűek szorzata pozitív, különbözőké negatív előjelet kap.

### 3.3. Racionális számok

#### 3.3.1. Műveletek racionális számokkal

**Reciprok érték** (multiplikatív inverz):  $x \cdot x' = 1 \Leftrightarrow x' = \frac{1}{x}, \quad x \neq 0.$

**Összeadás:**  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}.$

**Kivonás:**  $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}.$

**Szorzás:**  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$

**Osztás:**  $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$

### 3.4. Valós számok

#### 3.4.1. Exponenciális (lebegőpontos) alak: $x = m \cdot q^k.$

Mantissza :=  $m \in \mathbb{Q},$

Karakterisztika :=  $k \in \mathbb{Z},$

A számrendszer alapja :=  $q.$

**Normálalak:** olyan exponenciális alak, amelynél vagy a mantissza, vagy a karakterisztika az előírt tartományba esik:

Tudományos	a mantissza $\in [1; 10[$	$25\,600 = 2,56 \cdot 10^4 = 2,56E + 4$
Műszaki	a karakterisztika 3 többszöröse	$25\,600 = 25,6 \cdot 10^3 = 25,6E + 3$
Informatikai	a mantissza $\in [0,1; 1[$	$25\,600 = 0,256 \cdot 10^5 = 0,256E + 5$

#### 3.4.2. Az összeadás és szorzás tulajdonságai

$\forall a, b, c \in \mathbb{R}$

$a + b = b + a$	$ab = ba$	kommutativitás
$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(ab)c = a(bc)$	asszociativitás
$(a + b)c = ac + bc$		a szorzás disztributivitása az összeadásra

### 3.4.3. Hatványok azonosságai

$\forall a, b \in \mathbb{R}^+, \forall n, k \in \mathbb{Z}$

Pozitív egész kitevőjű hatvány:  $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$  (lásd 10.2. táblázat, 78. oldal);  $a^1 = a$ .

Negatív egész és 0 kitevőjű hatvány:  $a^{-n} := \frac{1}{a^n}$ ;  $a^0 := 1$ .

Racionális kitevőjű hatvány:  $a^{\frac{1}{k}} := \sqrt[k]{a}$ ;  $a^{\frac{n}{k}} := \sqrt[k]{a^n}$ .

#### Azonos alapú hatványok:

$$a^n \cdot a^k = a^{n+k}.$$

$$a^n : a^k = a^{n-k}.$$

$$(a^n)^k = (a^k)^n = a^{nk}.$$

#### Azonos kitevőjű hatványok:

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n.$$

$$a^n : b^n = (a : b)^n.$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

$$a^3 - b^3 = (a^2 + ab + b^2)(a - b). \quad a^3 + b^3 = (a^2 - ab + b^2)(a + b).$$

$$a^n - b^n = (a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})(a - b).$$

$$a^{2k} - b^{2k} = (a^{2k-1} - a^{2k-2}b + a^{2k-3}b^2 - \dots \pm \dots - b^{2k-1})(a + b).$$

$$a^{2k+1} + b^{2k+1} = (a^{2k} - a^{2k-1}b + a^{2k-2}b^2 - \dots \pm \dots + b^{2k})(a + b).$$

#### Többtagúak hatványai:

##### Binomiális tétel:

$$(a + b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n,$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

#### A binomiális együtthatók: (lásd 10.11. táblázat, 96. oldal)

$$\binom{n}{k} := \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1.$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}.$$

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}.$$

#### Faktoriális: (lásd 10.13. táblázat, 97. oldal)

Jele: !, olvasd: faktoriális.

$$0! = 1, \quad \forall n \in \mathbb{N}, n > 0: n! = (n-1)! \cdot n = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n.$$

$$\text{Stirling-formula: } n! \approx \sqrt{2\pi n} \cdot \left(\frac{n}{e}\right)^n.$$

### 3.4.4. Gyökök azonosságai

$$\forall a, b \in \mathbb{R}^+; \forall n, k \in \mathbb{Z}; n, k \geq 2. \quad \sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a.$$

$$\text{Racionális kitevőjű hatvány: } a^{\frac{1}{k}} := \sqrt[k]{a}; a^{\frac{n}{k}} := \sqrt[k]{a^n}.$$

**Azonos alapú gyökök:** (lásd 10.3. táblázat, 80. oldal)

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[k]{a} = \sqrt[nk]{a^{n+k}}. \quad \sqrt[n]{a} : \sqrt[k]{a} = \sqrt[nk]{a^{k-n}}.$$

$$\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[nk]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}. \quad \sqrt[k]{a^n} = (\sqrt[k]{a})^n = a^{\frac{n}{k}}.$$

**Azonos kitevőjű gyökök:**

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}. \quad \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a:b}.$$

### 3.4.5. Logaritmusok azonosságai (lásd 10.4. táblázat, 84. oldal)

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}, \forall x, y \in \mathbb{R}^+, \forall n \in \mathbb{Z}. \quad a^{\log_a b} = b.$$

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b.$$

**Azonos alapú logaritmusok:**

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y.$$

$$\log_a(x : y) = \log_a x - \log_a y.$$

$$\log_a(x^n) = n \cdot \log_a x.$$

$$\log_a(\sqrt[n]{x}) = (\log_a x) : n.$$

$$\log_a a = 1.$$

$$\log_a 1 = 0.$$

**Különböző alapú logaritmusok:**

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1.$$

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b} = \log_b a \cdot \log_a x.$$

$$\lg x = \log_{10} x.$$

$$\ln x = \log_e x.$$

$$\lg x = M \cdot \ln x \approx 0,43429 \cdot \ln x.$$

$$\ln x = \frac{1}{M} \lg x \approx 2,30259 \cdot \lg x.$$

## 3.5. Komplex számok

### 3.5.1. Képzetes (imaginárius) számok

**Képzetes egység:** az  $x^2 = -1$  egyenlet egyik gyöke. Jelölése:  $i = \sqrt{-1}$ .

A képzetes számok halmaza:  $\mathbb{I} = \{bi \mid b \in \mathbb{R} \wedge i^2 = -1\}$

A képzetes egység hatványai:

	$\forall n \in \mathbb{N}$	$\varphi$
$i^{4n} =$	+1	$0^\circ$
$i^{4n+1} =$	$i$	$90^\circ$
$i^{4n+2} =$	-1	$180^\circ$
$i^{4n+3} =$	$-i$	$270^\circ$



### 3.5.2. Komplex számok

Képzetes (imaginárius) számok

Képzetes egység: az  $x^2 = -1$  egyenlet egyik gyöke. Jelölése:  $i$ .

A képzetes számok halmaza:  $\mathbb{I} = \{bi \mid b \in \mathbb{R} \wedge i^2 = -1\}$ .

A komplex számok halmaza:  $\mathbb{C} = \{z = a + bi \mid a \in \mathbb{R} \wedge bi \in \mathbb{I}\} = \mathbb{R} \times \mathbb{I}$

**Aritmetikus alak:**  $z = a + bi$ .

**Trigonometrikus alak:**  $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ .

**Exponenciális alak:**  $z = r \cdot e^{i\varphi}$ ; (**Euler-féle alak**).

**Abszolútérték (modulus):**  $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ .

**Argumentum:**  $\varphi = \arg(z)$ ;  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a}$ , ha  $z \neq 0$ .

**Valós rész:**  $\operatorname{Re}(z) = \Re(z) = a = r \cos \varphi$ .

**Képzetes rész:**  $\operatorname{Im}(z) = \Im(z) = bi = ri \sin \varphi$ .

**Konjugált komplex számok:**

$$\begin{cases} z = a + bi = r[\cos(\varphi) + i \sin(\varphi)] = r e^{i\varphi} \\ \bar{z} = a - bi = r[\cos(-\varphi) + i \sin(-\varphi)] = r e^{-i\varphi} \end{cases}$$

**Műveletek:**

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i.$$

$$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i.$$

$$z_1 \cdot z_2 = [r_1 \cdot r_2] \cdot [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2)] = [r_1 \cdot r_2] \cdot e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}.$$

$$z_1 : z_2 = [r_1 : r_2] \cdot [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2)] = [r_1 : r_2] \cdot e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)}.$$

$$z^n = r^n \cdot [\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi)] = r^n \cdot e^{in\varphi}; \quad n \in \mathbb{Z}.$$

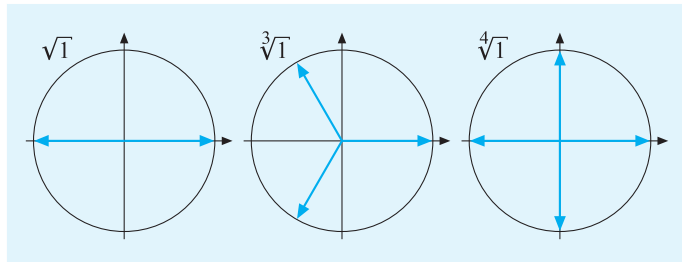
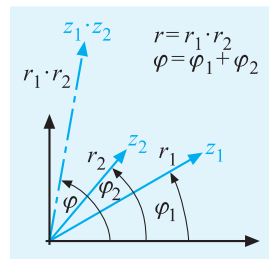
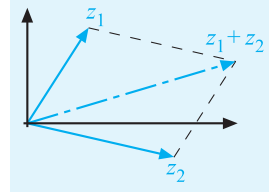
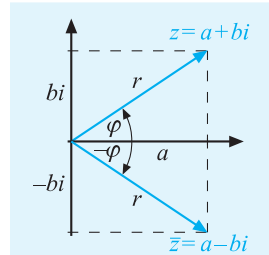
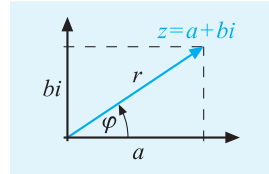
$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \cdot \left[ \cos\left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n}\right) \right] = \sqrt[n]{r} \cdot e^{i\frac{\varphi + 2k\pi}{n}}; \quad .$$

$$n \in \mathbb{N}^+, k = 0, \dots, n - 1.$$

**Egységgyökök:**

$$\sqrt[n]{1} = \cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n}$$

$$\forall k: k \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}.$$



### 3.6. Gyakorlati számítások

#### 3.6.1. Hibaszámítás

Jelölés:  $a, b, \dots$  közelítő értékek,  $\bar{a}, \bar{b}, \dots$  pontos értékek.

#### Hiba, hibakorlát:

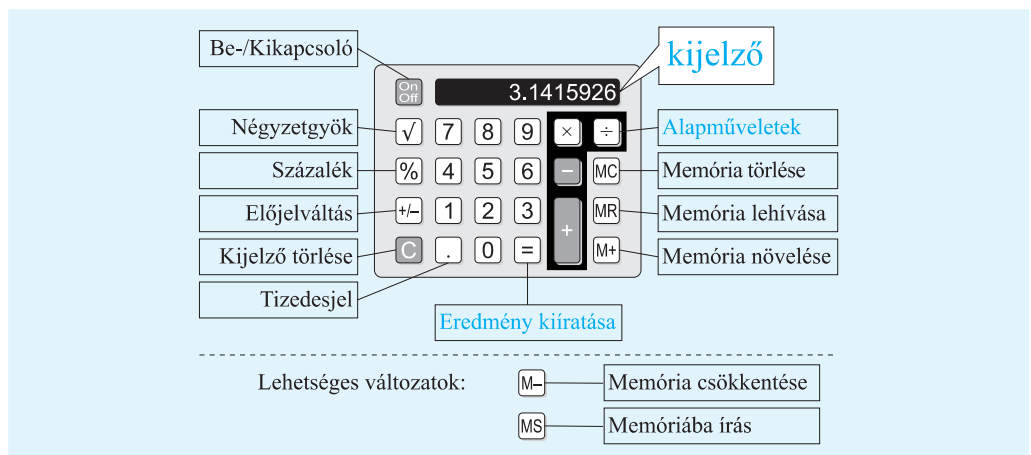
Abszolút hiba: $ a - \bar{a} $	Relatív hiba: $\frac{ a - \bar{a} }{a}$ .
Abszolút hiba korlátja: $\Delta a \geq  a - \bar{a} $	Relatív hiba korlátja: $\delta a = \frac{\Delta a}{a}$ .

#### Műveletek, függvények hibakorlátja:

$\Delta(a + b) \leq \Delta a + \Delta b$	$\delta(a + b) \leq \delta a + \delta b$
$\Delta(a - b) \leq \Delta a + \Delta b$	$\delta(a - b) \leq \frac{\Delta a + \Delta b}{ a - b }$
$\delta(a \cdot b) \leq \delta a + \delta b$	$\delta(a \cdot b) \leq \delta a + \delta b$
$\delta(a : b) \leq \delta a + \delta b$	$\delta(a : b) \leq \delta a + \delta b$
$\Delta(x^n) \leq n \cdot x^{n-1} \cdot \Delta x$	$\delta(x^n) \leq n \cdot \delta x$
$\Delta(\sqrt[n]{x}) \leq \frac{\sqrt[n]{x^{n-1}}}{n} \cdot \Delta x$	$\delta(\sqrt[n]{x}) \leq \frac{\delta x}{n}$
$\Delta[f(x)] \leq  f'(x)  \cdot \Delta x$	$\delta[f(x)] \leq \left  \frac{x \cdot f'(x)}{f(x)} \right  \cdot \delta x$

#### 3.6.2. Zsebszámológépek

(A billentyűk elhelyezése, száma, fajtája típusonként, gyártónként különböző!)



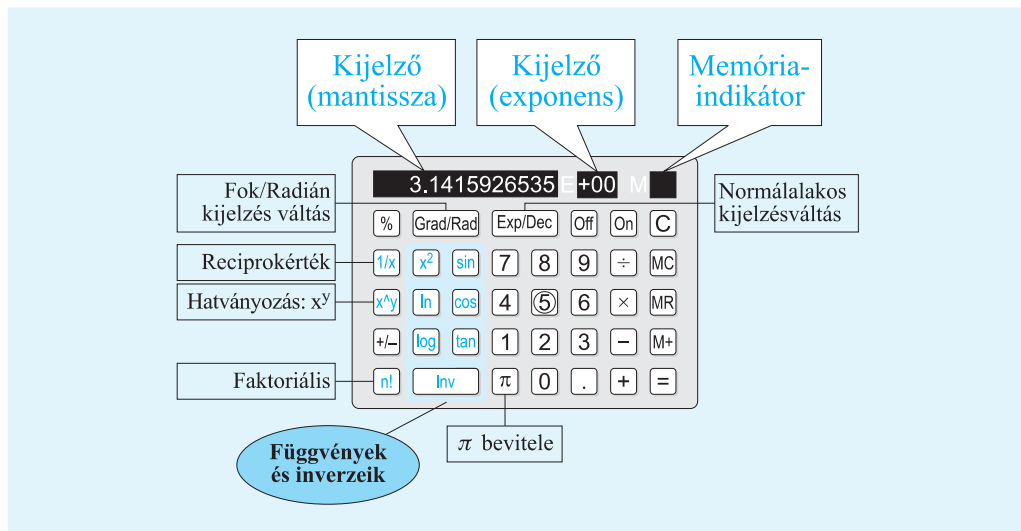
**Operandusok:** a kijelzőn látható számok.

1. számbillentyűkön beírt adat.
2. memóriából lehívott adat.
3. előző művelet eredménye.

**Egyszerű számológép:**

Elvégezhető műveletek: alpműveletek, négyzetgyökvonás, százalékszámítás.

**Tudományos számológép:**



**A leggyakoribb beépített függvények:**

$x^2$	négyzet
$\sqrt{x}$ , sqrt	négyzetgyök
$1/x$	reciprok
$x^y$	hatvány: $x^y$
$e^x$	exponenciális
$\ln x$	természetes logaritmus
$10^x$	10 hatványa
$\log x$	10-es alapú logaritmus
$\sin x$ , $\sin^{-1} x$	szinusz és inverze (arcsin)
$\cos x$ , $\cos^{-1} x$	koszinusz és inverze (arccos)
$\tan x$ , $\tan^{-1} x$	tangens és inverze (arctan)

## 4. ALGEBRA

### 4.1. Sorozatok, sorok

#### 4.1.1. Alapfogalmak, tulajdonságok

##### Jelölések:

a sorozat:  $\{a_k\} = a_1, a_2, a_3, \dots, a_k, \dots$

kezdő szelete:  $\{a_k\}_n = a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ .

##### Elnevezések:

$a_n, a_k$  – a sorozat *tagjai*.

$n, k$  – az  $a_n, a_k$  tagok *indexe*.

$S_n$  – az első  $n$  tag *összege*.

**Sor:**  $\{S_n\} = S_1, S_2, S_3, \dots$  – a részletösszegek sorozata.

##### Sorozatok típusai, tulajdonságai:

$\forall k: a_k > 0$	pozitív definit,
$\forall k: a_k < 0$	negatív definit,
$\forall k: a_k \leq a_{k+1}$	monoton növekvő,
$\forall k: a_k < a_{k+1}$	szigorúan monoton növekvő,
$\forall k: a_k \geq a_{k+1}$	monoton csökkenő,
$\forall k: a_k > a_{k+1}$	szigorúan monoton csökkenő,
$(a_k - a_{k-1}) \cdot (a_{k+1} - a_k) < 0$	oszcilláló (váltakozó).

#### 4.1.2. Nevezetes sorozatok

	Számtai sorozat	Mértani sorozat
Általános tag	$a_n = a_1 + (n - 1)d$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
Képzési szabály	$a_n = a_{n-1} + d$	$a_n = a_{n-1} \cdot q$
Első $n$ tag összege	$S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$	$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1$ $S_n = n \cdot a_1, \text{ ha } q = 1$
Középek ( $k < n$ )	$a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$	$ a_n  = \sqrt{a_{n+k} \cdot a_{n-k}}$

$d$  (differencia) a számtani sorozat különbsége, állandó.

$q$  (kvóciens) a mértani sorozat hányadosa, állandó.

##### A végtelen mértani sor összege:

konvergens és  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1 - q}$ , ha  $|q| < 1$ , különben  $S_n$  nem korlátos.

### 4.1.3. Középtételek

<b>Aritmetikai közép:</b>	$A = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n}.$
<b>Geometriai közép:</b>	$G = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n a_i}.$
<b>Harmonikus közép:</b>	$\frac{n}{H} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i}; \quad H = \frac{n}{\sum \frac{1}{a_i}}.$
<b>Négyzetes közép:</b>	$Q = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n a_i^2}{n}}.$

A közepek kapcsolata (pozitív tagú sorokra):

Ha minden tag azonos, akkor  $H = G = A = Q$ ,

különben  $H < G < A < Q$ .

## 4.2. Kamatszámítás

### 4.2.1. Egyszeri kamat

$T$  összeg (tőke, betét, kölcsön) évi  $p\%$ -os kamata:  $k = T \cdot \frac{p}{100}$ .

Kamattényező  $p\%$ -os kamatlábnál:  $q = \frac{100 + p}{100} = 1 + \frac{p}{100}$ .

$T$  összeg  $p\%$ -os kamattal felnövekedett értéke:  $T + k = T \cdot q$ .

### 4.2.2. Kamatos kamat

A  $T_0$  induló tőke  $n$  év alatt felnövekedett értéke:  $T_n = T_0 \cdot \left(\frac{100 + p}{100}\right)^n$ .

A  $T_0$  induló tőke  $n$  év alatt amortizálódott értéke:  $T_n = T_0 \cdot \left(\frac{100 - p}{100}\right)^n$ .

A  $T_n$  összeg évi  $p\%$ -kal diszkontált értéke:  $T_0 = T_n \cdot \left(\frac{100}{100 + p}\right)^n$ .

Az  $a$  járadék  $n$  év alatt felnövekedett értéke:  $S_n = \frac{100a}{p}(q^n - 1)$ .

### 4.2.3. Járadék, kölcsön

Az  $a$  járadéknak az  $n$ -edik év végére felnövekedett értéke,

ha a befizetés minden év *elején* esedékes:  $S_n = aq \cdot \frac{(q^n - 1)}{q - 1}$ .

ha a befizetés minden év *végén* esedékes:  $S_n = S_n^* = a \cdot \frac{(q^n - 1)}{q - 1}$ .

A  $T$  hitel törlesztésének évi részlete (annuitás),

ha a törlesztés minden év *végén* esedékes:  $A = \frac{T}{100} \cdot \frac{q^n \cdot p'}{q^n - 1}$ .

### 4.3. Kombinatorika

	Ismétlés nélküli	Ismétléses
<b>Permutációk</b>	$P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ ,	$P_n^{(n_1, n_2, \dots, n_k)} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$ .
<b>Kombinációk</b>	$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$ ,	$C_n^k(\text{ism}) = \binom{n + k - 1}{k} = \frac{(n + k - 1)!}{k! \cdot (n - 1)!}$ .
<b>Variációk</b>	$V_n^k = \frac{n!}{(n - k)!}$ ,	$V_n^k(\text{ism}) = n^k$ .

### 4.4. Egyenletek

#### 4.4.1. Alapfogalmak, elnevezések

Az egyenletben szereplő kifejezés:

**Algebrai**, ha az  $x$  ismeretlen csak  $(+, -, \cdot, /, x^n, \sqrt[n]{x})$  műveletekben szerepel,

**racionális egész**: az ismeretlen csak  $(+, -, \cdot, x^n)$  műveletekben szerepel.

**racionális tört**: az előbbieket mellett az ismeretlennel való osztás is szerepel.

**irracionális**: az ismeretlen adott törtkitevős hatványa (gyöke) is szerepel.

**Transzcendens** (nem algebrai), ha logaritmosus, exponenciális, trigonometrikus stb. kifejezésekben is szerepel az ismeretlen.

#### 4.4.2. Algebrai egyenletek

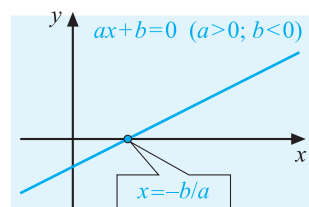
**Kanonikus polinomalak**:  $P^n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$ .

*Elsőfokú egyenlet*

Kanonikus alak:  $ax + b = 0$ .

Redukált alak:  $x + p = 0$ ,  $p = \frac{b}{a}$ .

Gyöke:  $x = -\frac{b}{a} = -p$ .



## Másodfokú egyenlet

Kanonikus alak:  $ax^2 + bx + c = 0$ .

Redukált alak:

$$x^2 + px + q = 0, \quad p = \frac{b}{a}, \quad q = \frac{c}{a}.$$

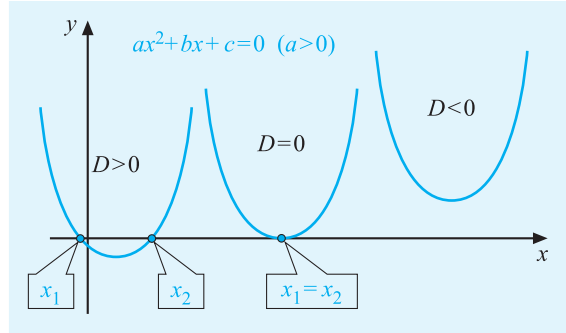
Diszkrimináns:

$$D = b^2 - 4ac, \quad D^* = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q.$$

Ha  $D > 0$ : két valós gyök.

Ha  $D = 0$ : két egyező valós gyök.

Ha  $D < 0$ : két komplex gyök.



Megoldóképlet:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}.$$

$$\text{Gyökök: } x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = -\frac{p}{2} + \sqrt{D^*}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = -\frac{p}{2} - \sqrt{D^*}.$$

A gyökök és együtthatók kapcsolata (**Viète-formulák**):

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -p, \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a} = q, \quad \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c} = -\frac{p}{q}.$$

## Harmadfokú egyenlet

Kanonikus alak:  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ .

Redukált alak:  $y^3 + 3py + 2q = 0$ , az  $x = y - \frac{b}{3a}$  helyettesítés után.

Diszkrimináns:  $D = q^2 + p^3$ .

Ha  $D < 0$ : három különböző valós gyök (*casus irreducibilis*).

Ha  $D = 0$ : három valós gyök (egyik kétszeres).

Ha  $D > 0$ : egy valós és két komplex gyök.

**Cardano-formula** az  $u, v$  segédváltozókra:  $u = \sqrt[3]{-q + \sqrt{D}}$ ,  $v = \sqrt[3]{-q - \sqrt{D}}$ .

A redukált alak gyökei:

$$y_1 = u + v, \quad y_2 = \varepsilon_1 u + \varepsilon_2 v, \quad y_3 = \varepsilon_2 u + \varepsilon_1 v, \quad \varepsilon_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i.$$

Gyökök és együtthatók kapcsolata (**Viète-formulák**):

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 x_2 x_3 = -\frac{d}{a}, \quad \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -\frac{c}{d}.$$

### Negyedfokú egyenlet

Kanonikus alak:  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ .

Redukált alak:  $y^4 + py^2 + qy + r = 0$ . Helyettesítés:  $x = y - \frac{b}{4a}$ .

Harmadfokú rezolvens:  $z^3 + \frac{1}{2}pz^2 + \left(\frac{1}{16}p^2 - \frac{1}{4}r\right)z - \frac{1}{64}q^2 = 0$ , ennek gyökei:  $z_1, z_2, z_3$ .

A redukált alak gyökei:

$$y_1 = \sqrt{z_1} + \sqrt{z_2} + \sqrt{z_3}, \quad y_2 = -\sqrt{z_1} - \sqrt{z_2} + \sqrt{z_3},$$

$$y_3 = \sqrt{z_1} - \sqrt{z_2} - \sqrt{z_3}, \quad y_4 = -\sqrt{z_1} + \sqrt{z_2} - \sqrt{z_3}.$$

### Általános $n$ -edfokú egyenletek

$$P^n(x) \equiv a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0.$$

Az egyenlet gyöktényezőssé alakja:

$$a_n(x - x_1)^{k_1}(x - x_2)^{k_2} \dots (x - x_m)^{k_m} = 0, \quad [k_1 + k_2 + \dots + k_m = n].$$

A gyökök és együtthatók kapcsolata (**Viète-formulák**):

$$\sum_1^n x_i = -\frac{a_{n-1}}{a_n}, \quad \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^n x_i x_j = \frac{a_{n-2}}{a_n}, \quad \sum_{\substack{i,j,k=1 \\ i < j < k}}^n x_i x_j x_k = -\frac{a_{n-3}}{a_n}, \dots, \prod_{i=1}^n x_i = (-1)^n \frac{a_0}{a_n}.$$

$$\text{A gyökök korlátja: } |x_i| < 1 + \max_{i=0}^{n-1} \left| \frac{a_i}{a_n} \right|.$$

**Rolle tétele:** (egész együtthatós egyenletek racionális gyökeiről)

Ha  $x_i = \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$  az egész együtthatós egyenlet gyöke, akkor  $p \mid a_0$  és  $q \mid a_m$ .

### Speciális egyenletek

Tiszta másodfokú egyenlet:  $x^2 + q = 0$ ;  $x_{1,2} = \pm\sqrt{-q}$ , ha  $q \leq 0$ .

Hiányos másodfokú egyenlet:  $x^2 + px = 0$ ;  $x(x + p) = 0$ ;  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = -p$ .

Tiszta harmadfokú egyenlet:  $x^3 + q = 0$ ;  $x_1 = \sqrt[3]{-q}$ .

Hiányos harmadfokú egyenlet:  $x^3 + px = x(x^2 + p) = 0$ ;  $x_1 = 0$ ,  $x_{2,3} = \pm\sqrt{-p}$ , ha  $p \leq 0$ .

Tiszta  $2n$ -edfokú egyenlet:  $x^{2n} = a$ ;  $x_{1,2} = \pm \sqrt[2n]{a}$ , ha  $a \geq 0$ .

Tiszta  $(2n+1)$ -edfokú egyenlet:  $x^{2n+1} = a$ ;  $x_1 = \sqrt[2n+1]{a}$ .

Szimmetrikus harmadfokú egyenlet:  $ax^3 + bx^2 + bx + a = 0$ .

$$\text{Átalakítása: } a(x^3 + 1) + bx(x + 1) = (x + 1)[a(x^2 - x + 1) + bx] = 0.$$

Szimmetrikus negyedfokú egyenlet:  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$ .

$$\text{Átalakítása: } a\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + b\left(x + \frac{1}{x}\right) + c = 0.$$

$$\text{Helyettesítés: } x + \frac{1}{x} = y, \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2 \rightarrow a(y^2 - 2) + by + c = 0.$$

Bi-kvadratikus egyenlet:  $ax^4 + bx^2 + c = 0$ .

$$\text{Helyettesítés: } x^2 = y, \quad x^4 = y^2 \rightarrow ay^2 + by + c = 0.$$



### 4.4.3. Irracionális és transzcendens egyenletek

[Általános esetben csak a közelítő módszerek valamelyike alkalmas a gyök meghatározására.]

Az alapegyenletek megoldása.

(Az értelmezési tartományt nem jelöltük, a  $k$ : tetszőleges egész szám.)

Gyökös egyenlet	$\sqrt[n]{x} = a$	$x = a^n$
Exponenciális egyenlet	$a^x = b$	$x = \log_a b = \frac{\lg b}{\lg a}$
Logaritmikus egyenlet	$\log_a x = b$	$x = a^b = e^{b \cdot \ln a} = 10^{b \cdot \lg a}$
Trigonometrikus egyenletek	$\sin x = a$	$x_1 = \arcsin a + 2k\pi, \quad x_2 = \pi - x_1$
	$\cos x = a$	$x_1 = \arccos a + 2k\pi, \quad x_2 = 2\pi - x_1$
	$\operatorname{tg} x = a$	$x = \operatorname{arc} \operatorname{tg} a + k\pi$
	$\operatorname{ctg} x = a$	$x = \operatorname{arc} \operatorname{ctg} a + k\pi$

### 4.4.4. Közelítő módszerek

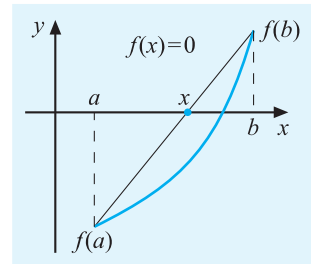
Az  $f(x) = 0$  egyenletek gyökeinek közelítő meghatározásához általában egy azt tartalmazó intervallumot vagy a gyökhöz közeli induló értéket kell keresni. Ezt a becslést kell ismételtén javítani az alábbi módszerek valamelyikével.

#### Húrmódszer (regula falsi)

Adott  $[a, b]$  intervallumból indulunk, ha:  $f(a) \cdot f(b) < 0$ .

**Közelítő gyök** az  $(a, f(a))$  és  $(b, f(b))$  pontokat összekötő húr tengelypontja:

$$x = \frac{a \cdot f(b) - b \cdot f(a)}{f(b) - f(a)}$$



#### Érintő módszer (Newton-módszer)

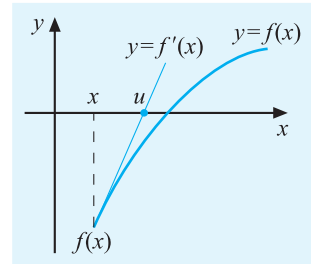
A gyök  $x_0$  közelítő értékéből indulunk.

Szükség van az  $f(x)$  deriváltjára:  $f'(x) \neq 0$ .

**Pontosabb gyök** az  $(x_0, f(x_0))$  pontban húzott érintő tengelypontja:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

(A módszer csak akkor konvergens, ha a zérushelyen a derivált nem 0.)



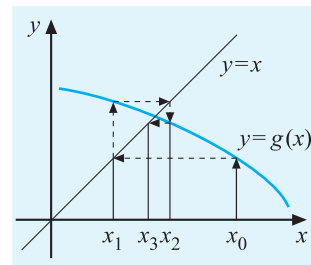
#### Iteráció

Az  $f(x) = 0$  alakú egyenletet  $x = g(x)$  alakba írjuk.

A gyök  $x_0$  közelítő értékéből indulunk.

**Pontosabb gyök**  $x_n = g(x_{n-1})$ .

(Ha a gyök környezetében  $|g'(x)| < 1$  akkor és csak akkor  $x_1, x_2, x_3, \dots$  a gyökhöz tart.)



## 4.5. Egyenletrendszerek

### 4.5.1. Lineáris egyenletrendszer (két ismeretlennel)

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Helyettesítő módszer:

$$x = \frac{c_1 - b_1y}{a_1} \Rightarrow a_2 \frac{c_1 - b_1y}{a_1} + b_2y = c_2.$$

Kiküszöbölés módszere:

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{c_1 - b_1y}{a_1} \\ x = \frac{c_2 - b_2y}{a_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{c_1 - b_1y}{a_1} = \frac{c_2 - b_2y}{a_2}.$$

Egyenlő együtthatók módszere:

$$\left. \begin{array}{l} a_1a_2x + b_1a_2y = c_1a_2 \\ -a_1a_2x - b_2a_1y = -c_2a_1 \end{array} \right\} \Rightarrow (b_1a_2 - b_2a_1)y = (c_1a_2 - c_2a_1).$$

## 5. VALÓS FÜGGVÉNYTAN

Az itt szereplő függvényeket a valós számok halmazából a valós számok halmazába leképező képletekkel,  $y = f(x)$  alakban adom meg. A  $D$ -vel jelölt értelmezési tartományt is megadom ott, ahol az nem egyezik a teljes valós számhalmazzal.

### 5.1. Fontosabb valós függvények

#### 5.1.1. Racionális egész függvények

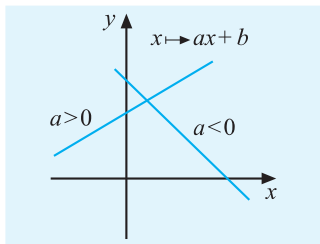
**Hatványfüggvény:**  $y = x^n$ ;  $n \in \mathbb{Z}^+$ .

**Polinomfüggvény:**  $y = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$ ;  $\forall i: a_i \in \mathbb{R}$ .

**Elsőfokú polinomfüggvény:**

$$y = ax + b;$$

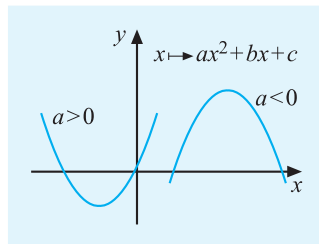
$a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0.$



**Másodfokú polinomfüggvény:**

$$y = ax^2 + bx + c;$$

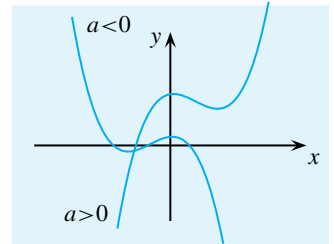
$a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0.$



**Harmadfokú polinomfüggvény:**

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d;$$

$a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0.$



### 5.1.2. Racionális törtfüggvények

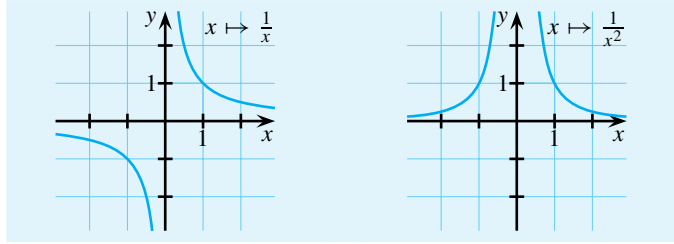
**Reciprok hatványfüggvény:**

$$y = x^{-n} = \frac{1}{x^n};$$

$$n \in \mathbb{N}^+, D = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

**Fordított arányosság:**

$$y = \frac{a}{x}; a \in \mathbb{R}, D = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$



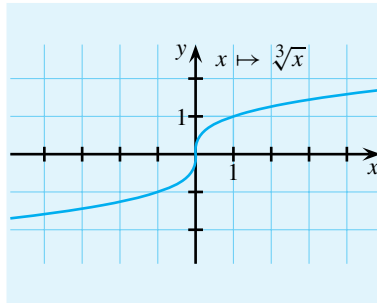
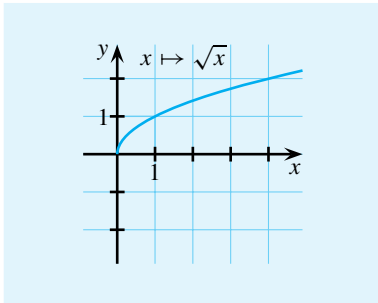
**Általános törtfüggvény:**  $y = \frac{a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_1 x + b_0}; \forall i: a_i, b_i \in \mathbb{R}.$

$D = \mathbb{R} \setminus \{x_1, x_2, \dots, x_n\}.$  (A nevező gyökei kizárva!)

**Lineáris törtfüggvény:**  $y = \frac{a_1 x + a_0}{b_1 x + b_0}; \forall i: a_i, b_i \in \mathbb{R}, D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-b_0}{b_1} \right\}, b_1 \neq 0.$

### 5.1.3. Irracionális függvények

**Gyökfüggvények:**  $y = \sqrt[k]{x}; k \in \mathbb{N}^+, D = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}.$   $y = \sqrt[2k-1]{x}; k \in \mathbb{N}^+, D = \mathbb{R}.$

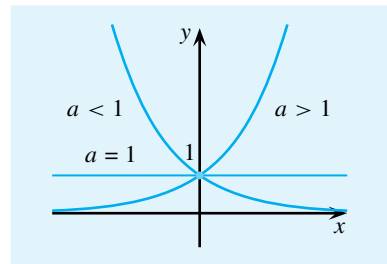


Törtkitevős hatványfüggvény:  $y = x^{\pm \frac{n}{k}} = \sqrt[k]{x^{\pm n}}; n, k \in \mathbb{N}^+, D = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}.$

### 5.1.4. Exponenciális és logaritmusfüggvények

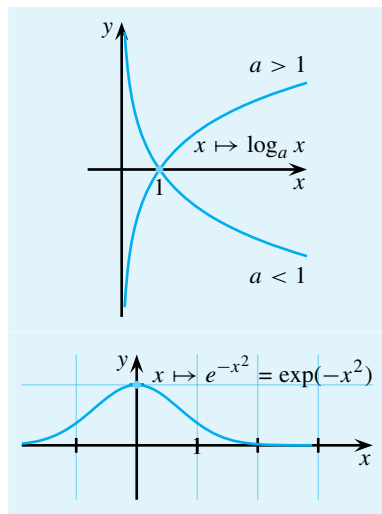
**Exponenciális függvény:**  $y = a^x; a \in \mathbb{R}^+.$

$$y = e^x = \exp(x); e \approx 2,718 28 \dots$$



**Logaritmusfüggvény:**  $y = \log_a x$ ;  $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ ,  $D = \mathbb{R}^+$ .

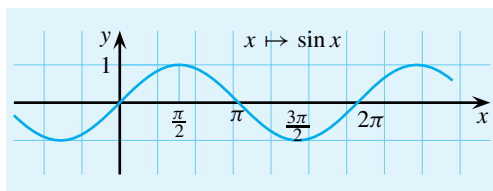
$$y = \ln x = \log_e x; \quad D = \mathbb{R}^+.$$



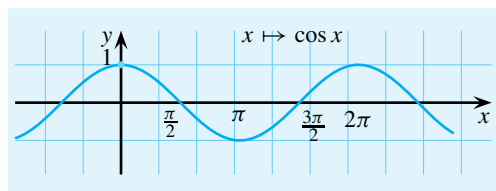
**„Haranggörbe”:**  $y = e^{-x^2} = \exp(-x^2)$ .

### 5.1.5. Trigonometrikus függvények

**Színuszfüggvény:**  $y = \sin(x)$ .

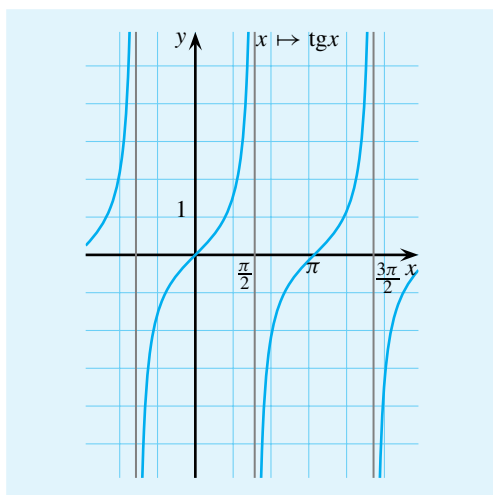


**Koszinuszfüggvény:**  $y = \cos(x)$ .



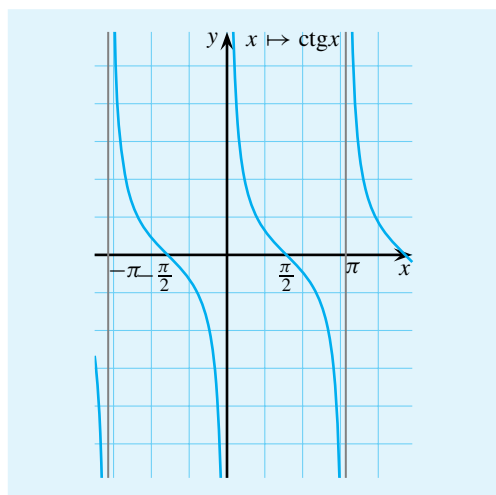
**Tangensfüggvény:**  $y = \operatorname{tg}(x)$ ;

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ x \mid x = \left( k + \frac{1}{2} \right) \pi, \forall k \in \mathbb{Z} \right\}.$$



**Kotangensfüggvény:**  $y = \operatorname{ctg}(x)$ ;

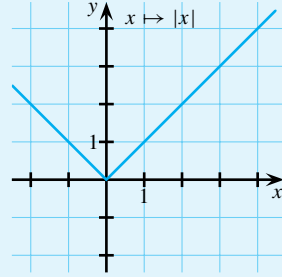
$$D = \mathbb{R} \setminus \{ x \mid x = k\pi, \forall k \in \mathbb{Z} \}.$$



### 5.1.6. Néhány nevezetes függvény

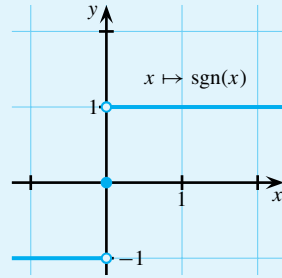
#### Abszolútértékfüggvény:

$$y = |x| = \begin{cases} x, & \text{ha } x \geq 0 \\ -x, & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$



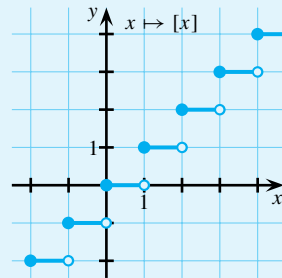
#### Előjelfüggvény:

$$y = \text{sgn}(x) = \begin{cases} -1, & \text{ha } x < 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \\ 1, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$$



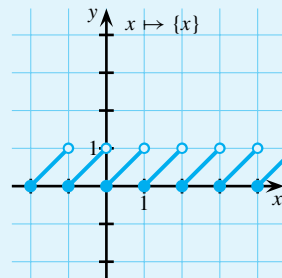
#### Egészrészfüggvény:

$$y = [x] = n, \quad \text{ha } n \leq x < n + 1, n \in \mathbb{Z}.$$



#### Törrészfüggvény:

$$y = \{x\} = x - [x].$$



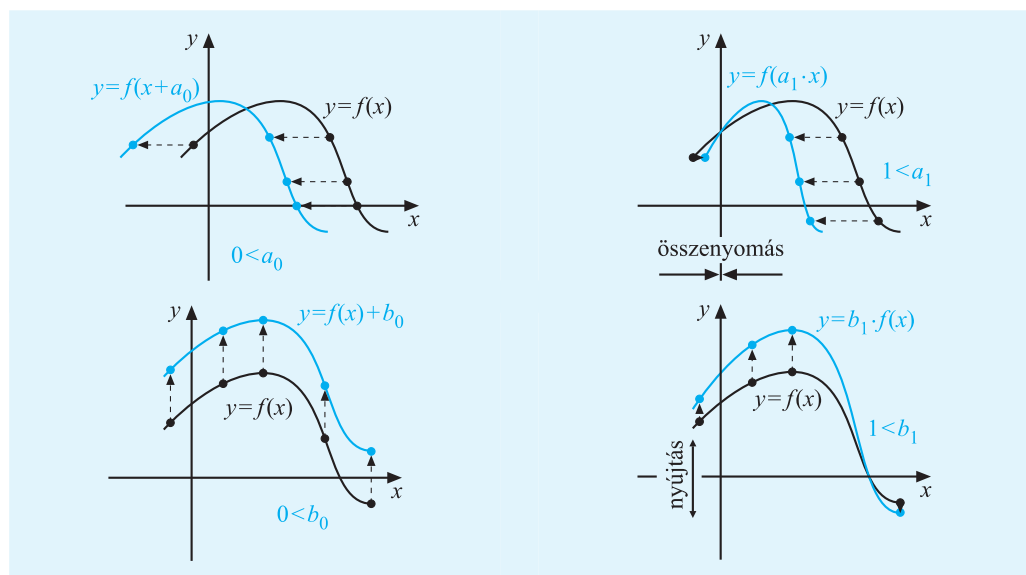
### 5.1.7. Függvénytranszformációk

Az  $y = f(x)$  függvény *lineáris transzformáltjai*:

$$y = b_1 \cdot f(a_1x + a_0) + b_0.$$

Ezeket a következő négy *elemi transzformáció* kombinálásával kapjuk:

	Hozzárendelés	A grafikon geometriai transzformációja
A változó transzformációja	$y = f(x + a_0)$	Eltolás az $x$ tengely mentén $(-a_0; 0)$ vektorral.
	$y = f(a_1 \cdot x)$	Az $y$ tengelyre merőleges, $\frac{1}{a_1}$ arányú affinitás. (Összenyomás, ha $ a_1  > 1$ , nyújtás ha $ a_1  < 1$ .) Ha $a_1 = -1$ , a függvény képe az $y$ tengelyre tükröződik.
A függvényérték transzformációja	$y = f(x) + b_0$	Eltolás az $y$ tengely mentén $(0; b_0)$ vektorral.
	$y = b_1 \cdot f(x)$	Az $x$ tengelyre merőleges, $b_1$ arányú affinitás. (Összenyomás, ha $ b_1  < 1$ , nyújtás ha $ b_1  > 1$ .) Ha $b_1 = -1$ , a függvény képe az $x$ tengelyre tükröződik.



A  $b_1 \cdot f(a_1x + a_0) + b_0$  függvény egy lehetséges ábrázolása az  $f(x)$  függvény segítségével

lépésről lépésre:  $b_1 f(a_1x + a_0) + b_0 = b_1 f \left[ a_1 \left( x + \frac{a_0}{a_1} \right) \right] + b_0$ , tehát

$$f(x) \rightarrow f \left( x + \frac{a_0}{a_1} \right) \rightarrow f \left[ a_1 \left( x + \frac{a_0}{a_1} \right) \right] = f(a_1x + a_0) \rightarrow b_1 \cdot f(a_1x + a_0) \rightarrow b_1 \cdot f(a_1x + a_0) + b_0.$$

Ettől eltérő sorrendben más megfontolásokat kell alkalmazni.

## 5.2. Határérték

### 5.2.1. Határérték-számítási szabályok

(A határérték helye  $a$  vagy  $\pm\infty$  lehet.)

( $c \in \mathbb{R}$  tetszőleges konstans)

$\lim c = c$	$\lim(c \cdot f) = c \cdot \lim f$
$\lim(f \pm g) = \lim f \pm \lim g$	$\lim(f \cdot g) = \lim f \cdot \lim g$
$\lim \left( \frac{f}{g} \right) = \frac{\lim f}{\lim g}$ , ha $\lim g \neq 0$	

### 5.2.2. Néhány nevezetes határérték

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x = e \approx 2,712\,818\,28\dots$
---	--

## 5.3. Differenciálszámítás

### 5.3.1. Deriválási szabályok

( $c \in \mathbb{R}$  tetszőleges konstans)

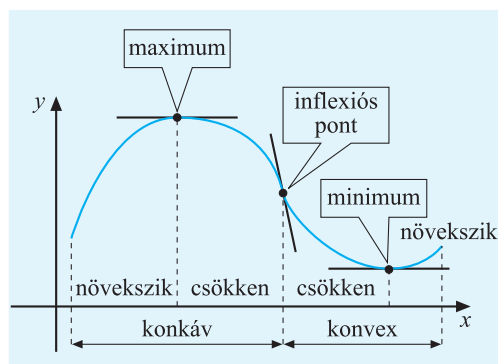
$(c \cdot f)' = c \cdot f'$	
$(f \pm g)' = f' \pm g'$	$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
$\left( \frac{1}{g} \right)' = -\frac{g'}{g^2}$	$\left( \frac{f}{g} \right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$
$(f \circ g)' = (f' \circ g) \cdot g'$ . (Összetett függvény)	$(f^{-1})' = \frac{1}{f'}$ . (Inverz függvény)

### 5.3.2. Elemi függvények deriváltja

$c' = 0$	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$	
$(a^x)' = a^x \ln a$ ,	$(10^x)' \approx 2,3026 \cdot 10^x$ ,	$(e^x)' = e^x$
$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$ ,	$(\lg x)' \approx \frac{0,4343}{x}$ ,	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

### 5.3.3. A függvény menetének vizsgálata

$f$	$f'(x)$	$f''(x)$
Növekszik	$> 0$	
Csökken	$< 0$	
Helyi minimum	$= 0 \wedge (-) \rightarrow (+)$	$> 0$
Helyi maximum	$= 0 \wedge (+) \rightarrow (-)$	$< 0$
Konvex		$> 0$
Konkáv		$< 0$
Inflexiós pont		$= 0 \wedge (\pm) \rightarrow (\mp)$



### 5.4. Integrálszámítás

( $c \in \mathbb{R}$  tetszőleges konstans)

#### 5.4.1. Integrálási szabályok

$\int c \cdot f = c \cdot \int f$	$\int (f \pm g) = \int f \pm \int g$	$\int (f \cdot g') = f \cdot g - \int f'g$
-----------------------------------	--------------------------------------	--

#### 5.4.2. Fontosabb integrálok

$\int c dx = c \cdot x + C$	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C; n \neq -1$	$\int \frac{1}{x} dx = \ln x  + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int 10^x dx = \lg e \cdot 10^x + C$
$\int \ln x dx = x \cdot \ln x - x + C$	$\int \lg x dx = x \cdot (\lg x - \lg e) + C$	$\int \log_a x dx = \frac{x \cdot \ln x - x}{\ln a} + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C$	$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arctg} x + C$



### 5.4.3. A határozott integrálás szabályai

$\int_a^b (c \cdot f) = c \cdot \int_a^b f$	$\int_a^b f = - \int_b^a f$
$\int_a^b (f \pm g) = \int_a^b f \pm \int_a^b g$	$\int_a^b f = \int_a^c f + \int_c^b f$

### 5.4.4. A határozott integrál kiszámítása

Beclés:

$$(b - a) \cdot \min f(x) \leq \int_a^b f(x) dx \leq (b - a) \cdot \max f(x).$$

Téglalapformula (egyenletes felosztás melletti közelítés):

$$\int_a^b f \approx h \cdot (y_0 + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1}) \approx h \cdot (y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n).$$

Trapézformula (egyenletes felosztás melletti közelítés):

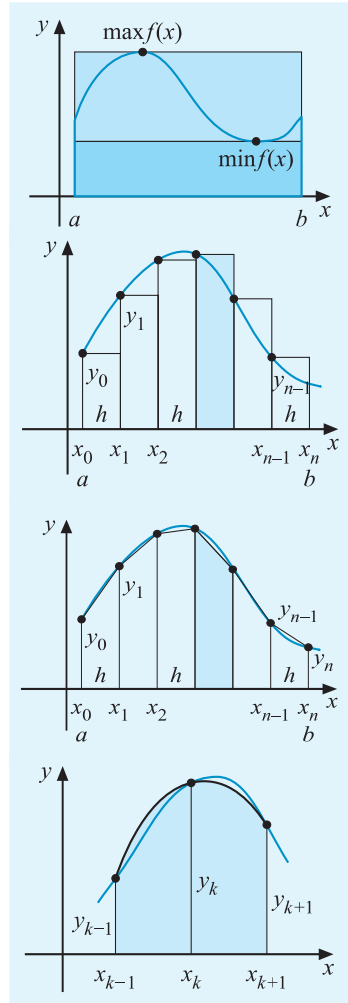
$$\int_a^b f \approx h \cdot \left( \frac{y_0}{2} + y_1 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2} \right).$$

**Simpson-formula** ( $n = 2k$  egyenlő részintervallum melletti parabolikus közelítés):

$$\int_a^b f \approx \frac{h}{3} \cdot (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n).$$

**Newton–Leibniz-formula**, az integrálszámítás alaptétele:

Ha  $[a, b]$ -ban  $f$  integrálható és  $F' = f$ , akkor  $\int_a^b f = F(b) - F(a)$ .



## 6. VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS

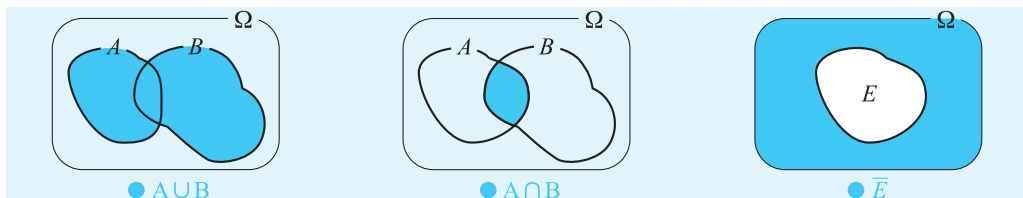
### 6.1. Események

*Elemi esemény:* egy kimenetelű, egyféleképpen bekövetkező esemény –  $\varepsilon_k = \{\omega_k\}$ .

*Összetett esemény:* két vagy több esemény vagylagos, illetve együttes bekövetkezése.

$A \cup B$  := a két eseményből legalább az egyik bekövetkezik.

$A \cap B$  := mindkét esemény bekövetkezik.



*Komplementer esemény:*  $\bar{E}$ , akkor következik be, ha az  $E$  esemény nem.

*Biztos esemény:*  $\Omega$ , amely az összes lehetséges kimenetelt tartalmazza.

*Lehetetlen esemény:*  $O = \bar{\Omega} = \{ \}$ , amely nem következhet be.

*Egymást kizáró események:*  $A \cap B = O$ .

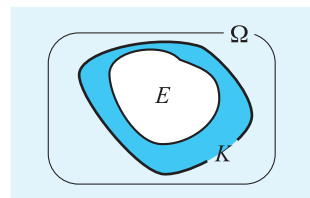
*Független események*  $A$  és  $B$ , ha  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ .

*Következménye a  $K$  esemény az  $E$  eseménynek,* ha  $E$  maga után vonja  $K$ -t:  $E \subset K$ .

*Teljes eseményrendszer:*

$$E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_m = \Omega \quad \wedge \quad \forall i \neq k: E_i \cap E_k = O.$$

Ha egyikük és csak egyikük következik be.



### 6.2. Gyakoriság

Az  $E$  esemény  $g_E$  *gyakorisága* az esemény bekövetkezéseinek száma a kísérlet során.

Az  $E$  esemény  $f_E$  *relatív gyakorisága* a gyakoriság és a kísérletek számának hányadosa:

$$f_E = \frac{g_E}{n}.$$

*Feltételes gyakoriság:* egy  $E$  esemény kísérleti bekövetkezéseiből azoknak a  $k_{E|F}$  száma, amelyek egy másik  $F \neq O$  esemény (a feltétel) bekövetkezéseivel együtt fordultak elő.

*Feltételes relatív gyakoriság:* az  $E \cap F$  esemény és az  $F$  feltétel gyakoriságának hányadosa:

$$f_{E|F} = \frac{g_{E \cap F}}{g_F}.$$

### 6.3. Valószínűség

#### 6.3.1. Definíciók

Az  $E \subseteq \wp(\Omega)$  esemény valószínűsége egy olyan  $P(E) = p_E \in [0; 1] \subseteq \mathbb{R}$  szám, amelyet a nagyszámú kísérletben az esemény  $f_E$  relatív gyakorisága megközelít.

#### Kolmogorov-axiómák:

(I.) – a biztos esemény valószínűsége 1;  $P(\Omega) = 1$ .

(II.) – az egymást páronként kizáró események valószínűsége összeadódik;

$$\forall i \neq j : E_i \cap E_j = O \Rightarrow P(E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_m) = \sum_{k=1}^m P(E_k).$$

Klasszikus valószínűségi mező:

– ha az  $\Omega$  eseménytér véges

– és az elemi események valószínűsége egyenlő:  $P(\varepsilon_1) = \dots = P(\varepsilon_n)$ , akkor

a) az elemi események valószínűsége a számuk reciproka;  $\forall k: P(\varepsilon_k) = \frac{1}{n}$ .

b) az  $E$  esemény valószínűsége a kedvező és a lehetséges kimenetek számának hányadosa;

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)}.$$

Függetlenek az  $A$  és  $B$  események, ha  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ .

Feltételes valószínűség: az  $E$  eseménynek az  $F \neq O$  eseményre vonatkoztatott feltételes valószínűsége

$$P(E | F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}.$$

#### 6.3.2. Alapvető összefüggések

A lehetetlen esemény valószínűsége zérus;  $P(O) = 0$ .

A komplementer események valószínűségének összege;

$$\forall E \in \wp(\Omega): P(E) + P(\bar{E}) = 1.$$

Ha  $E_1, E_2, \dots, E_m$  teljes eseményrendszer, akkor  $\sum_{k=1}^m P(E_k) = 1$ .

Az összes  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$  elemi eseményre:

$$\sum_{k=1}^n P(\varepsilon_k) = 1.$$

Tetszőleges eseményekre:  $P(E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_m) \leq \sum_{k=1}^m P(E_k)$ .

Két tetszőleges  $A, B$  eseményre:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

$$P(A \cap B) = P(A | B) \cdot P(B).$$

A feltételes valószínűség összefüggései ( $F \neq O$ ):

$$0 \leq P(E | F) \leq 1.$$

$$P(E | F) = P(E),$$

ha  $E$  és  $F$  események függetlenek:

$$P(E_1 | F \cup E_2 | F \cup \dots \cup E_m | F) = \sum P(E_k | F),$$

ha egymást páronként kizáró események.

*A teljes valószínűség tétele:*

Ha  $E_1, E_2, \dots, E_m$  teljes eseményrendszer és  $\forall k: E_k \neq O$ , akkor tetszőleges  $A$ -ra

$$P(A) = \sum_{k=1}^m P(A | E_k) \cdot P(E_k).$$

**Bayes tétele:**

Ha  $E_1, E_2, \dots, E_m$  teljes eseményrendszer és  $\forall k: E_k \neq O$ , akkor tetszőleges  $A \neq O$ -ra

$$P(E_k | A) = \frac{P(A | E_k) \cdot P(E_k)}{\sum_{j=1}^m P(A | E_j) \cdot P(E_j)}.$$

## 6.4. Valószínűség-eloszlások

### 6.4.1. Alapvető összefüggések

{Az  $F(x)$  jelöli az eloszlásfüggvényt,  $f(x)$  a sűrűségfüggvényt.}

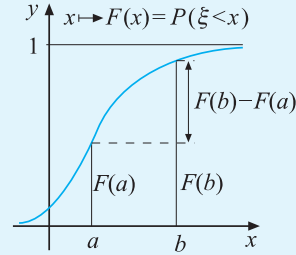
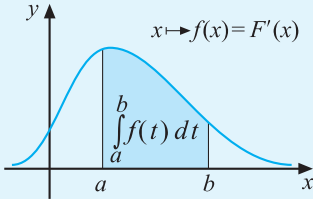
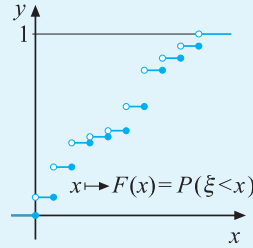
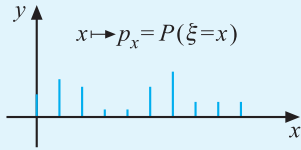
$$F(b) - F(a) = P(a \leq \xi < b) = \begin{cases} \sum_{a \leq x_k < b} p_k \\ \int_a^b f(x) dx \end{cases}$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt.$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1.$$



### 6.4.2. Eloszlások jellemzői

Várható érték:  $M(\xi) = \mu$ .

Diszkrét: 
$$\mu = \sum_{k=1}^n x_k \cdot p_k.$$

Folytonos: 
$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx, \text{ ha az integrál létezik.}$$

Szórás:  $D(\xi) = \sigma$ ;

Variáció (szórásnégyzet):  $D^2(\xi) = \sigma^2$ .

Diszkrét 
$$\sigma^2 = M[(\xi - \mu)^2] = M(\xi^2) - \mu^2 = \sum_{k=1}^n x_k^2 \cdot p_k - \mu^2.$$

Folytonos 
$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \cdot f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x) dx - \mu^2.$$

**Módus** –  $\mu_0$ : a folytonos sűrűségfüggvény/a diszkrét valószínűségegek maximumhelye.

**Medián** –  $\mu_e$ : az  $F(x) = 0,5$  egyenlet gyöke (ha pontosan egy van).

A medián két egyenlő részre osztja az  $f(x)$  függvény görbéje alatti területet.

$$\int_{-\infty}^{\mu_e} f(x) dx = \int_{\mu_e}^{\infty} f(x) dx = \frac{1}{2}.$$

**Variációs köz**: az a legszűkebb  $[A; F]$  intervallum, amelyre  $P(A \leq \xi \leq F) = 1$ .

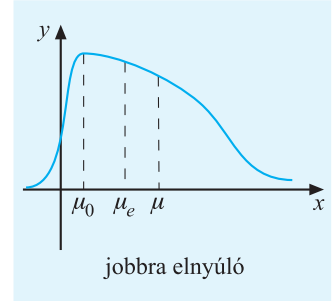
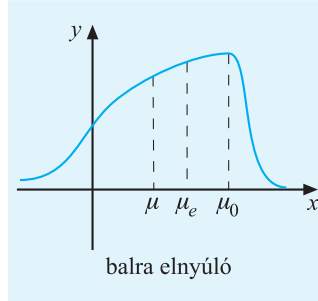
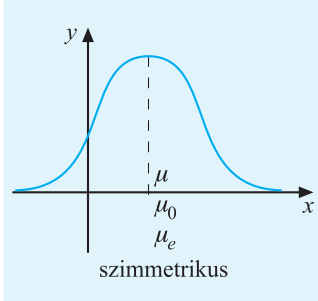
$A$  = alsó határ,  $F$  = felső határ.

**Terjedelem**: a variációs köz hossza –  $dR = F - A$ .

### 6.4.3. Eloszlástípusok

Szimmetrikus az eloszlás az  $x_0$  középpontra, ha  $\forall x: f(x_0 - x) = f(x + x_0)$ ;

Ha szimmetrikus, akkor  $\mu = \mu_e = \mu_0 = \bar{Q} = x_0$ . [Fordítva nem igaz!]



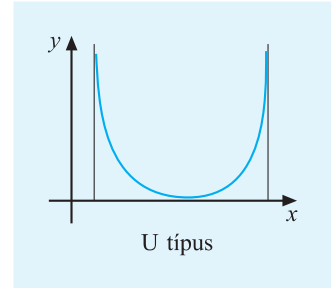
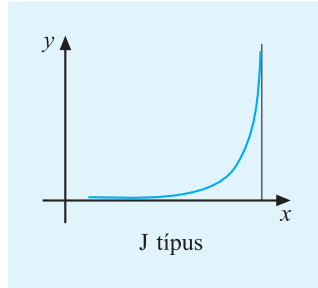
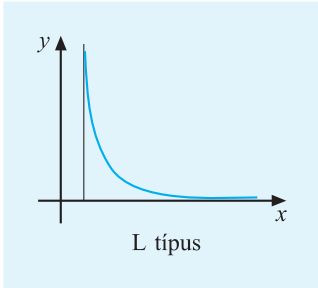
A szimmetrikus eloszlásoknál a közepek tipikus elhelyezkedése [kivétel lehet!]:

$\mu < \mu_e < \mu_0$  – bal oldali aszimmetria,

$\mu_0 < \mu_e < \mu$  – jobb oldali aszimmetria.

Egy-, két-, többmódusú az eloszlás, ha a sűrűségfüggvények/valószínűségeknek egy, két, több lokális maximuma van. [Unimodális, bimodális, ..., multimodális eloszlások.]

Excentrikus eloszlások: sűrűségfüggvényük/valószínűségeik maximuma a variációs köz szélére esik.



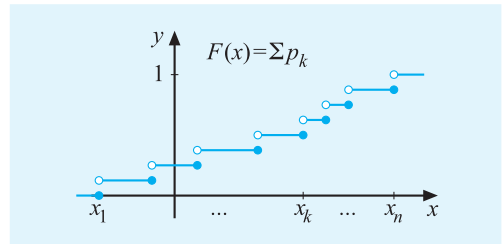
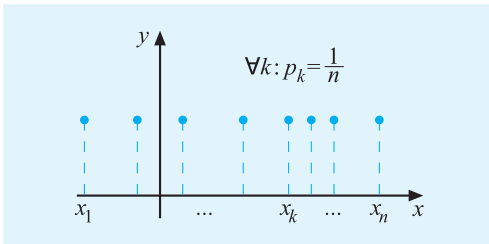
### 6.4.4. Nevezetes diszkrét eloszlások

A várható érték jele:  $M(\xi) = \mu$ , a szórás jele:  $D(\xi) = \sigma$ .

Az ábrákon az  $x$  tengelyen a valószínűségi változót ( $\xi$ ), az  $y$  tengelyen a neki megfelelő valószínűséget ( $P(\xi = x)$ ) szemléltettük.

Egyenletes eloszlás:

$$\xi \in \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}; \quad \forall k: P(\xi = x_k) = \frac{1}{n}, \quad \mu = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k; \quad \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k^2 - \frac{1}{n^2} \left( \sum_{k=1}^n x_k \right)^2.$$

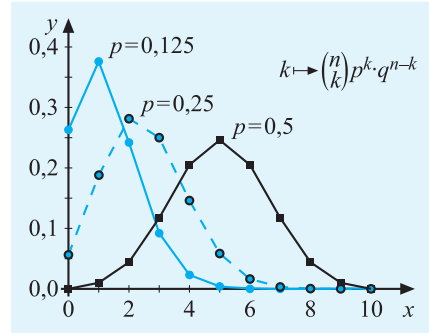


**Binomiális eloszlás:**

Paraméterek:  $n \in \mathbb{N}^+$ ;  $p, q \in ]0; 1[ \wedge (p+q = 1)$ .

$$\xi \in \{0, 1, 2, \dots, n\}; \quad \forall k: P(\xi = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot q^{n-k};$$

$$\mu = np; \quad \sigma^2 = npq.$$

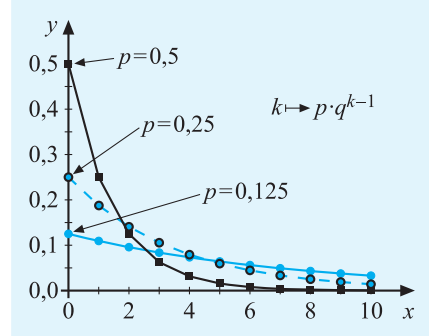


**Geometriai eloszlás:**

Paraméterek:  $p, q \in ]0; 1[ \wedge (p+q = 1)$ .

$$\xi \in \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}; \quad \forall k: P(\xi = k) = p \cdot q^{k-1};$$

$$\mu = \frac{1}{p}; \quad \sigma^2 = \frac{1-p}{p^2}.$$

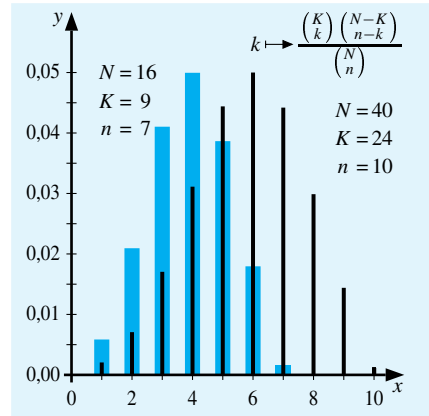


**Hipergeometrikus eloszlás:**

Paraméterek:  $K < N$  adott számok,  $K, N, n \in \mathbb{N}$ .

$$\xi \in \{1, 2, 3, \dots, n\}; \quad \forall k: P(\xi = k) = \frac{\binom{K}{k} \binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}};$$

$$\mu = n \cdot \frac{K}{N}; \quad \sigma^2 = n \cdot \frac{K}{N} \cdot \frac{N-K}{N} \cdot \frac{N-n}{N-1}.$$

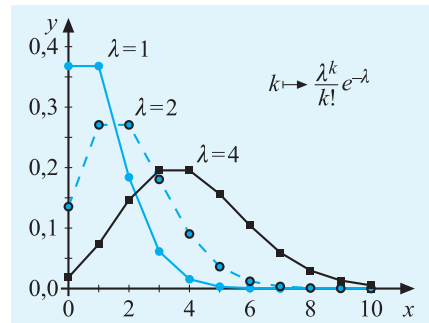


**Poisson-eloszlás:**

Paraméter:  $0 < \lambda \in \mathbb{R}$ .

$$\xi \in \{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}; \quad \forall k: P(\xi = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda};$$

$$\mu = \lambda; \quad \sigma^2 = \lambda.$$

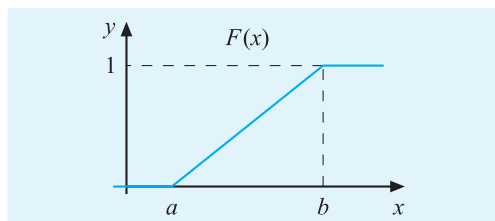
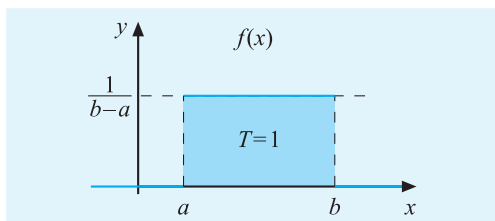


### 6.4.5. Nevezetes folytonos eloszlások

Egyenletes eloszlás:

$$\xi \in [a; b]; \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{ha } a < x < b, \\ 0, & \text{különben} \end{cases} \quad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{ha } a < x < b, \\ 1, & \text{ha } b \leq x. \end{cases}$$

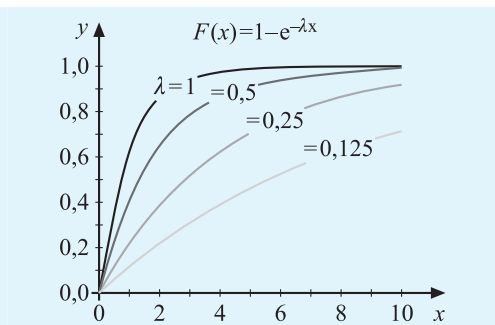
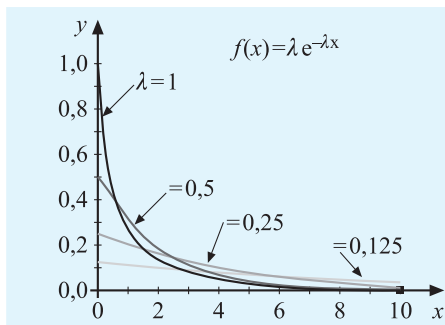
$$\mu = \frac{a+b}{2}; \quad \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}.$$



Exponenciális eloszlás: Paramétere:  $0 < \lambda \in \mathbb{R}$ .

$$\xi \in [0; +\infty]; \quad f(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda x}, & \text{ha } 0 \leq x \\ 0, & \text{különben} \end{cases} \quad F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & \text{ha } 0 \leq x \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{1}{\lambda}; \quad \sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2}.$$



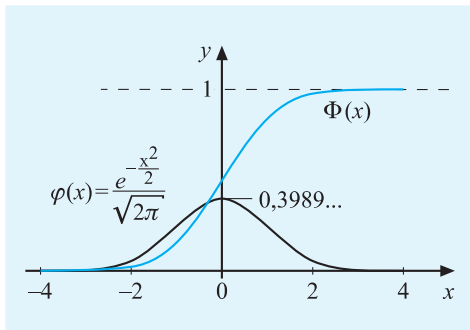
Standard normális eloszlás: Jelölése:  $N(0, 1)$ .

(lásd 10.14. táblázat, 98. oldal)

$$\xi \in [-\infty; +\infty]; \quad \varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(t) dt - \text{zárt alakban nem írható fel.}$$

$$\mu = 0; \quad \sigma^2 = 1.$$

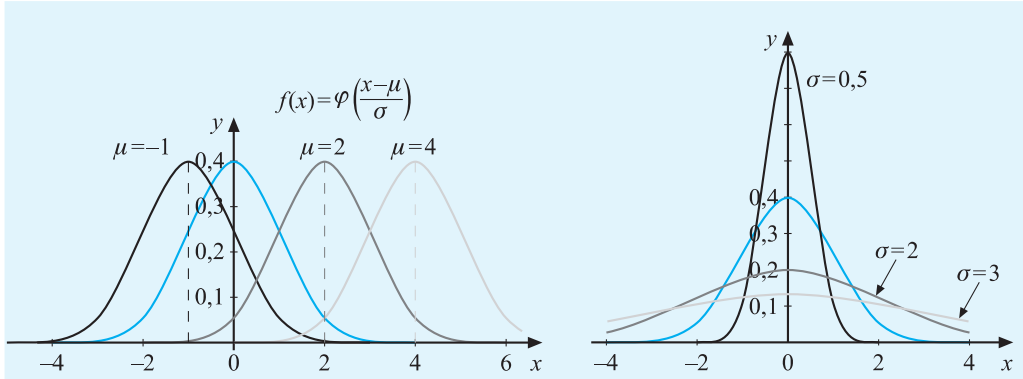




Normális eloszlás: Paraméterei:  $\mu, \sigma \in \mathbb{R}$ . Jelölése:  $N(\mu, \sigma)$ .

$\xi \in [-\infty; +\infty]$ ;  $f(x) = \varphi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$ ;  $F(x)$  zárt alakban nem írható fel.

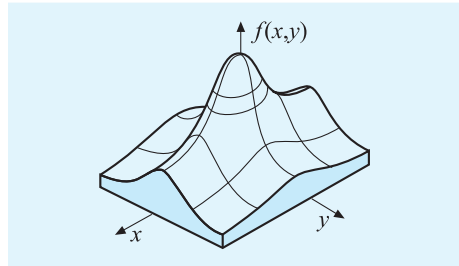
Standardizálás:  $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$  helyettesítéssel.



Kétdimenziós standard normális eloszlás:

$\xi, \eta \in [-\infty; +\infty]$ ;

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2}\right].$$

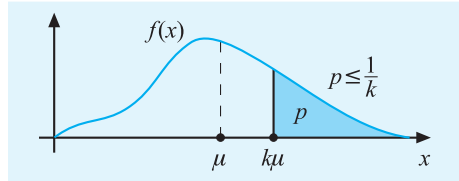


6.4.6. Nevezetes tételek, összefüggések

**Markov-féle egyenlőtlenség:**

Ha a  $0 \leq \xi$  valószínűségi változónak véges a várható értéke ( $\mu \in \mathbb{R}$ ), akkor a változó tetszőleges  $0 < k\mu$  számot meghaladó értékeinek valószínűsége  $k$  reciprokával arányos:

$$P(k\mu \leq \xi) \leq \frac{1}{k}.$$



**Csebisev-féle egyenlőtlenség:**

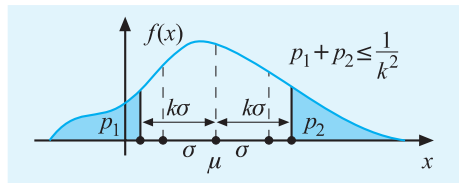
Ha a  $\xi$  valószínűségi változónak van várható értéke és szórása ( $\mu, \sigma \in \mathbb{R}$ ), akkor az eloszlásnak az a része, amely a várható érték  $k \cdot \sigma$  sugarú környezetén kívül esik, legfeljebb

$$\frac{1}{k^2}, \text{ ahol } k > 1: P(|\xi - \mu| \geq k \cdot \sigma) \leq \frac{1}{k^2};$$

azaz a várható érték  $k \cdot \sigma$  sugarú környezetébe

legalább az eloszlás  $1 - \frac{1}{k^2}$  része esik:

$$P(|\xi - \mu| \leq k \cdot \sigma) = \int_{\mu - k\sigma}^{\mu + k\sigma} f(x) dx \geq 1 - \frac{1}{k^2}.$$



A „3-sigma” szabály: ha  $\xi$  normális eloszlású valószínűségi változó, akkor a várható érték  $1\sigma$ ,  $2\sigma$ ,  $3\sigma$  sugarú környezetébe esik az eloszlás  $\approx 68\%$ ,  $\approx 95\%$ ,  $\approx 99,7\%$ -a; illetve e környezeteken kívül az  $\approx \frac{1}{3}$ ,  $\approx \frac{1}{20}$ ,  $\approx \frac{1}{333}$  része.

**Bernoulli tétele:** A nagy számok gyenge törvénye

Ha egy kettős kimenetelű kísérletben az egyik kimenetel valószínűsége  $p$  és a kísérlet  $n$ -szeri elvégzésekor a kimenetel relatív gyakorisága  $f_n$ , akkor a relatív gyakoriságnak a valószínűségtől való eltérése  $n$  növekedésével egyre valószínűtlenebb:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|f_n - p| > \varepsilon) = 0, \quad \forall \varepsilon > 0.$$

**Borel tétele:** A nagy számok erős törvénye

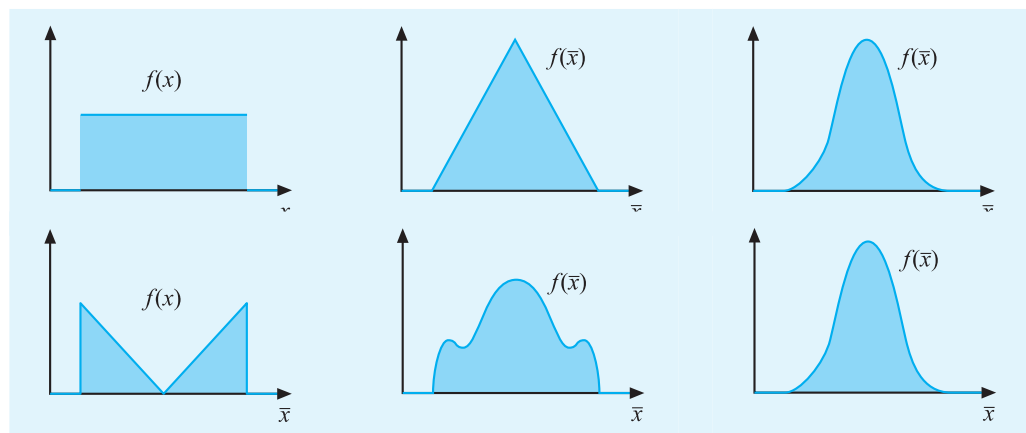
Ha egy kettős kimenetelű kísérletben az egyik kimenetel valószínűsége  $p$  és a kísérlet  $1, 2, \dots, n, \dots$ -szeri elvégzésekor a kimenetel relatív gyakorisága  $f_1, f_2, \dots, f_n, \dots$ , akkor

$$P\left(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_1 + f_2 + \dots + f_n}{n} = p\right) = 1.$$

**A központi határeloszlás-tétel:**

Ha a  $\xi_1, \xi_2, \dots$  azonos eloszlású –  $\forall i: (\mu = \mu_i) \wedge (\sigma = \sigma_i)$  –, független és véges szórású változók, akkor a  $\xi = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n$  valószínűségi változó az  $n$  növekedésével közelít az  $N[\mu, \sigma]$  normális eloszláshoz.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} < x\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt.$$



A populáció sűrűségfüggvénye

Az átlag megoszlása  $n = 2$  mintából

Az átlag megoszlása  $n = 5$  mintából

## 7. STATISZTIKA

### 7.1. Adatok feldolgozása, ábrázolása

#### 7.1.1. Általános jelölések

$n$  – mintanagyság, a minta elemeinek száma.

$m$  – osztályközök, kategóriák, lehetséges értékek száma.

$\mu, \sigma, \mu_e, \mu_0, \dots$  – a populáció paraméterei: átlag, szórás stb. (görög betűk).

$\bar{x}, s, m_e, m_0, \dots$  – a mintastatisztikák: átlag, szórás stb. (latin betűk).

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  – az adatsor elemei.

$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_m$  – osztályközepek.

$g_1, g_2, g_3, \dots, g_m$  – a gyakoriságok sora.

$G_1, G_2, G_3, \dots, G_m$  – a kumulált gyakoriságok sora.

$f_1, f_2, f_3, \dots, f_m$  – a relatív gyakoriságok sora.

$F_1, F_2, F_3, \dots, F_m$  – a kumulált relatív gyakoriságok sora.

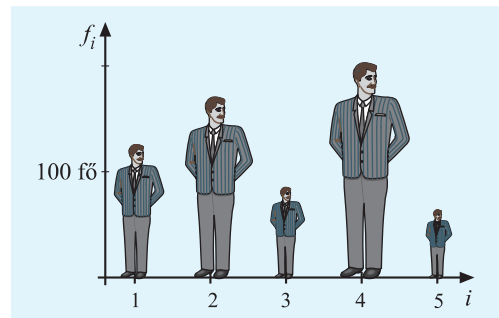
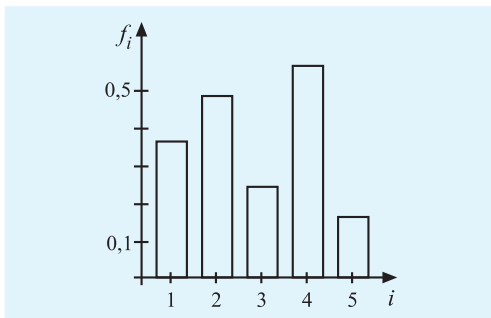
$\sum$  – összegezés jelzése, ha minden elemre vonatkozik.

#### 7.1.2. Gyakorisági sorok

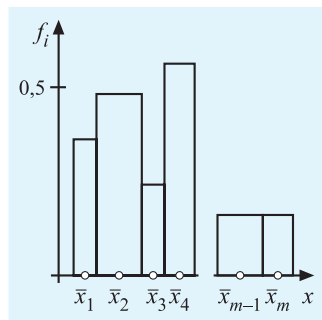
$\sum g_i = n$	$G_i = \sum_{k=1}^i g_k; \quad G_m = n$	$f_i = \frac{g_i}{\sum g_i} = \frac{g_i}{n}; \quad \sum f_i = 1$	$F_i = \sum_{k=1}^i f_k; \quad F_m = 1$
----------------	---	--	---

#### 7.1.3. Diagramok

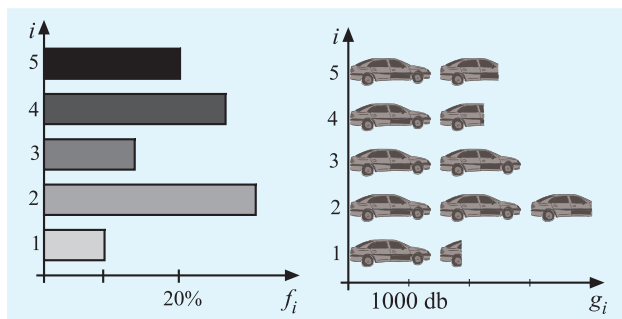
**Oszlopdiaagram:** az abszcisszatengely tetszőleges pontjaiban azonos alapú és a  $g_i$  vagy az  $f_i$  gyakoriságokkal arányos magasságú téglalapok, 3 dimenziós oszlopok, alakok alkotják.



**Hisztogram:** az osztályközök fölé emelt  $g_i$  vagy  $f_i$  magasságú téglalapok.

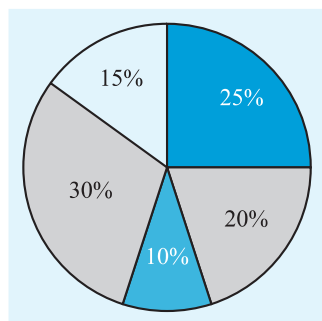


**Szalagdiagram – sávdiaagram:** az oszlopdiagram 90 fokkal elforgatva.

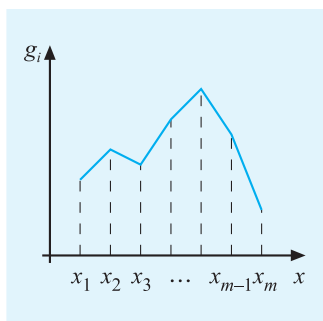


**Kördiagram:** a  $g_i$  vagy az  $f_i$  gyakoriságokat  $c_i$  szögű körcikkek ábrázolják,

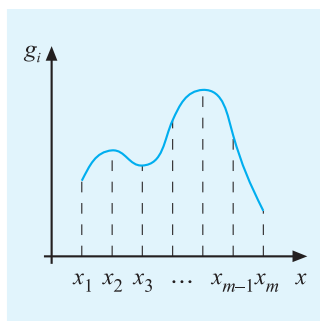
$$\forall i: c_i = \frac{360^\circ}{n} \cdot g_i = 360^\circ \cdot f_i.$$



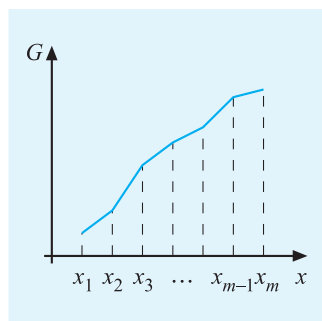
**Gyakorisági grafikonok:**



poligon



görbe



ogiva

## 7.2. Mintafüggvények, statisztikák

### 7.2.1. Középek, átlagok

Aritmetikai közép	$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$
Súlyozott aritmetikai közép	$x' = \frac{s_1 x_1 + s_2 x_2 + s_3 x_3 + \dots + s_n x_n}{s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n} = \frac{\sum_{i=1}^n s_i x_i}{\sum_{i=1}^n s_i}.$
Geometriai közép	$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}.$
Harmonikus közép	$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}; \quad \frac{n}{H} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}.$
Négyzetes közép	$Q = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}}.$

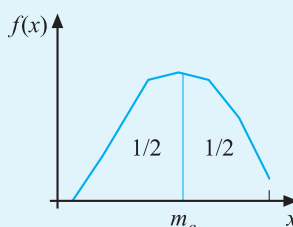
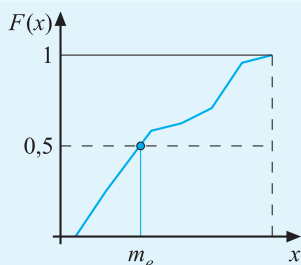
Mintaközép, standard középérték:

az adatsorból számolva:  $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ .

a gyakorisági sorokból:  $\bar{x} = \frac{\sum g_i \bar{x}_i}{\sum g_i} = \sum f_i \bar{x}_i$ .

**Medián** –  $m_e$ : a nagyság szerint rendezett adatsor

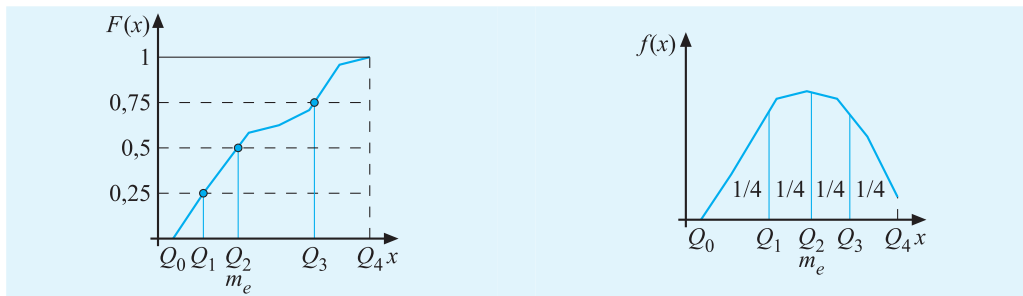
- középső eleme, ha  $n$  páratlan;
- a két középső elem átlaga, ha  $n$  páros.



Percentilisek –  $P_1, P_2, \dots, P_{99}$ : a rendezett adatsort 100 egyenlő részre tagolják.

Kvartilisek –  $Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$ : a rendezett adatsort 4 egyenlő részre tagolják.

$$[\min(x_i) = A = Q_0, \quad Q_4 = F = \max(x_i) \text{ és } m_e = Q_2]$$



Kvartilisközép:  $q = \frac{Q_1 + Q_3}{2}$ .

Módus –  $m_0$ : a rendezett gyakorisági sor maximumhelye.

Modális köz: osztályköz/intervallum, amelybe a legnagyobb adat, gyakoriság esik.

Nyersmódus –  $x_0$ : a modális köz közepe.

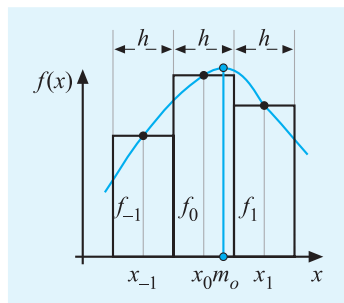
A módus helyesbítése parabolikus interpolációval:

$$m_0 = x_0 - \frac{f_{+1} - f_{-1}}{2(f_{-1} - 2f_0 + f_{+1})} \cdot h,$$

$h$  az osztályközök szélessége,

$f_0$  a modális köz relatív gyakorisága,

$f_{-1}$  és  $f_{+1}$  a két szomszédos köz gyakorisága.



### 7.3. A szóródás jellemzői

Terjedelem: a legnagyobb és a legkisebb adat különbsége,

$$F - A = \max(x_i) - \min(x_i).$$

Kvartiliseltérés: a felső és az alsó kvartilis különbségének fele,

$$dQ = \frac{Q_3 - Q_1}{2}.$$

Szimmetria esetén:  $Q_1 = q - dQ$ ,  $Q_3 = q + dQ$ .

Középelérés: a mediántól való abszolút eltérések számtani közepe,

$$d = \overline{|x_i - m_e|} = \frac{\sum |x_i - m_e|}{n} = \frac{\sum g_i \cdot |\bar{x}_i - m_e|}{\sum g_i} = \sum f_i \cdot |\bar{x}_i - m_e|.$$

Relatív középelérés:  $d' = \frac{d}{m_e}$ .

Variancia (szórásnégyzet), a mintaközéptől való eltérések négyzetes közepe

$$s^2 = \overline{(x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum g_i \cdot (\bar{x}_i - \bar{x})^2}{\sum g_i} = \sum f_i \cdot (\bar{x}_i - \bar{x})^2.$$
$$s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 = \frac{\sum g_i \cdot \bar{x}_i^2}{\sum g_i} - (\bar{x})^2 = \sum f_i \cdot \bar{x}_i^2 - (\bar{x})^2.$$

Szórás: a variancia négyzetgyöke

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{(\overline{x^2}) - (\bar{x})^2}.$$

$$\text{Relatív szórás: } s' = \frac{s}{\bar{x}}.$$

#### 7.4. Szimmetria és lapultság

A *ferdeség* (aszimmetria) gyakorlatban használt mérőszámai:

$$g = \frac{\bar{x} - m_0}{s} \text{ és } g' = \frac{q - m_e}{dQ}.$$

Negatív értékek jobb oldali, pozitív értékek bal oldali aszimmetriát jeleznek.

A *lapultság* gyakorlatban használt mérőszáma:

$$l = \frac{\overline{(x_i - \bar{x})^4}}{s^4}.$$

A normális eloszlásnál  $l = 3$ ;

az  $l > 3$  ennél csúcsosabb,

az  $l < 3$  pedig laposabb eloszlást jelez.

#### 7.5. Korreláció, regresszió

**A statisztikai modell:** az adatsor a minta elemeinek két ismértét tartalmazza.

**Matematikai modell:** a mérés a minta  $i$ -edik eleméhez hozzárendeli a sík egy pontját –

$$\{1, 2, 3, \dots, n\} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \quad i \mapsto (x_i, y_i).$$

##### 7.5.1. Általános jelölések

$1, 2, \dots, i, \dots, n$  – az elemek indexe,

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  – az egyik adatsor elemei,

$y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$  – a másik adatsor elemei.

## 7.5.2. Korreláció

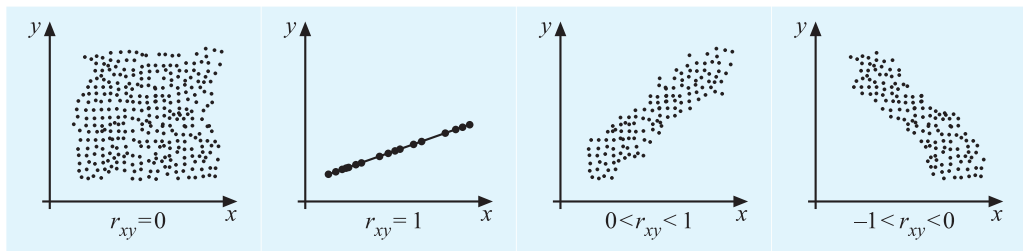
Kovariancia: 
$$\text{Cov}(x, y) = \frac{\sum[(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})]}{n}$$

$$\text{Cov}(x, y) = \overline{(x \cdot y)} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{\sum(x_i \cdot y_i)}{n} - \frac{\sum x_i}{n} \cdot \frac{\sum y_i}{n}$$

Korrelációs együttható:  $r_{xy} = \frac{\text{Cov}(x, y)}{s_x \cdot s_y}$ , ahol  $s_x$  és  $s_y$  a két adatsor szórása.

Ha  $|r| = 1$  – a két ismérv *szoros* (lineáris) korrelációs kapcsolatban van.

Ha  $r = 0$  –  $x$  és  $y$  *korrelálatlanok* (nem feltétlenül függetlenek!).

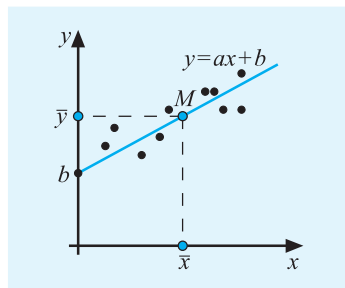


## 7.5.3. Lineáris regresszió

Regressziós egyenes: (az  $y$  változónak az  $x$ -re vonatkozó regressziós egyenese) az  $y = a \cdot x + b$  egyenletű egyenes, amitől a minta ponthalmazának ordinátairányú eltéréseinek négyzetösszege  $\sum(a \cdot x_i + b - y_i)^2$  minimális.

Regressziós együttható:

$$a = \frac{\overline{(x \cdot y)} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{(\overline{x^2}) - (\bar{x})^2} = \frac{n \cdot \sum(x_i \cdot y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$



Tengelymetszet:  $b = \bar{y} - a \cdot \bar{x} = \frac{\sum y_i - a \cdot \sum x_i}{n}$

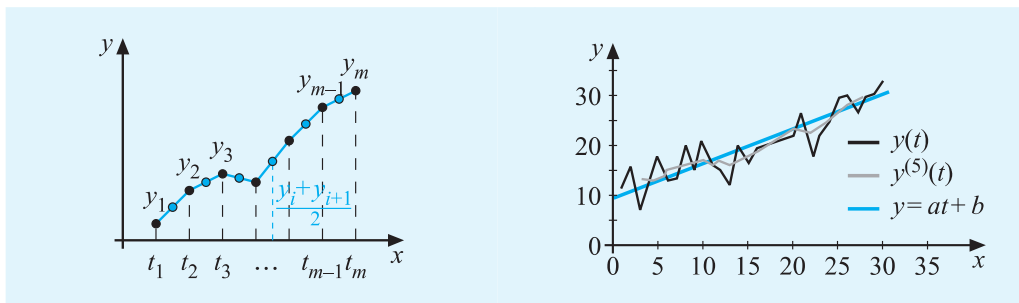
[A regressziós egyenes átmegy az  $M(\bar{x}, \bar{y})$  ponton.]



## 7.6. Idősorok

Egyenlő időközökben –  $t_1, t_2, \dots, t_n$  – mért  $y_1, y_2, \dots, y_n$  adatsor.

$$\text{Kronologikus átlag: } \bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1} = \frac{\frac{y_1}{2} + \left(\sum_{i=2}^{n-1} y_i\right) + \frac{y_n}{2}}{n-1}.$$



*Mozgó átlagok sora:*

$$3 \text{ tagú mozgó átlagok sora: } y_2^{(3)}, y_3^{(3)}, \dots, y_{n-1}^{(3)}; y_i^{(3)} = \frac{y_{i-1} + y_i + y_{i+1}}{3}.$$

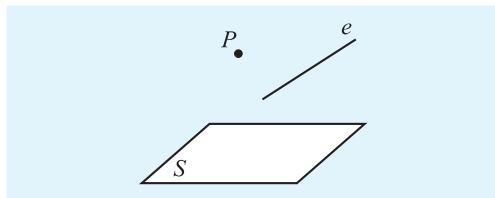
$$5 \text{ tagú mozgó átlagok sora: } y_3^{(5)}, y_4^{(5)}, \dots, y_{n-2}^{(5)}; y_i^{(5)} = \frac{y_{i-2} + y_{i-1} + y_i + y_{i+1} + y_{i+2}}{5}.$$

*Lineáris trend* = a regressziós egyenes:  $y = a \cdot t + b$ .

## 8. ELEMI GEOMETRIA

### 8.1. Térelemek

a pont, az egyenes, a sík.



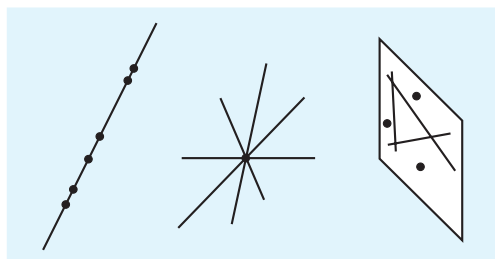
*A térelemek kapcsolata*

**Illeszkedő** két térelem, ha egyik tartalmazza a másikat minden pontját.

*Kollineárisak* azok a pontok, amelyek ugyanarra az egyenesre illeszkednek.

*Konkurensak* azok az egyenesek, amelyek ugyanarra a pontra illeszkednek.

*Komplanárisak* azok a pontok/egyenesek, amelyek ugyanarra a síkra illeszkednek.

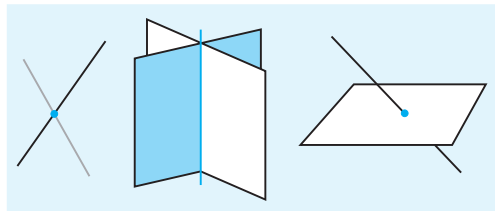


*Közös része – metszete* – két alakzatnak a közös pontjaik halmaza.

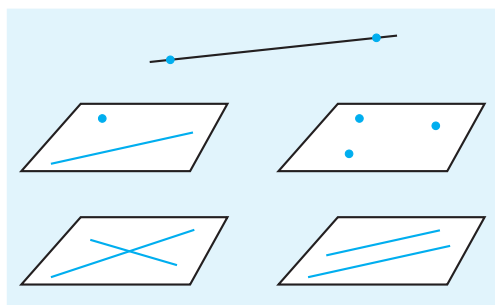
*Metszéspont:* két egyenes közös pontja.

*Metszésvonal:* két sík közös egyenese.

*Dőféspont:* egyenes és sík közös pontja.



*Összekötője – közös tartója* – több térelemnek az, amelyre mind illeszkedik.



### 8.2. Szögek

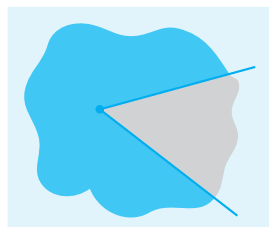
#### 8.2.1. Szög – szögtartomány

Egy pontból induló két félegyenes a síkot két *szögtartományra* bontja.

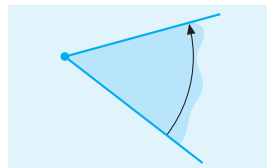
*A szög szárai* a szögtartományokat határoló félegyenesek.

*A szög csúcsa* a szárok közös kezdőpontja.

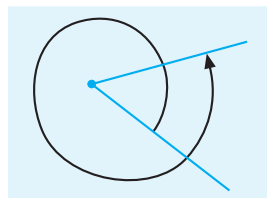
*A szögvonalat* a szögtartományt kijelölő félegyenesek alkotják.



*Irányított szöget* – szögtartományt kapunk, ha a szarak sorrendjét is előírjuk.



*Forgásszöghöz* jutunk, ha egy félegyenest a kezdőpontja körül forgatunk.

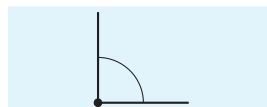


## Szögek

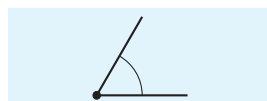
Az *egyenesszög* két szára egy egyenest alkot, a szögtartományok félsíkok.



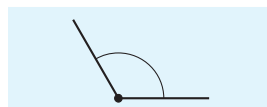
*Derékszög* – *rectus* – az egyenesszög fele, szögtartománya a „negyedsík”.



*Hegyeszög* [tartománya] kisebb a derékszögnél.



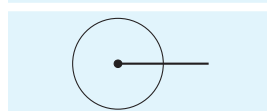
*Tompaszög* [tartománya] nagyobb a derékszögnél, de kisebb az egyenesszögnél.



*Nullszög* szárai egybeesnek, a szögtartományt ezeknek a pontjai alkotják.



*Teljeszög* szárai egybeesnek, a szögtartomány a teljes sík.



*Konvex szög* a null-, a hegyes-, a derék-, a tompa- és az egyenesszög.

*Konkáv szög* [tartománya] nagyobb az egyenesszögnél.

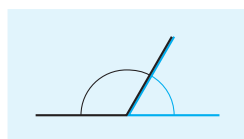
## Szögpárok

*Mellékszögek* szögtartományai együtt egy félsíkot alkotnak.

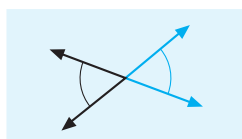
*Csúcscszögek* szárai páronként egymás meghosszabbításai.

*Egyállású szögek* szárai azonos irányú párhuzamos félegyenesek.

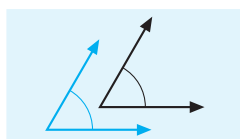
*Váltószögek* szárai ellentétes irányú párhuzamos félegyenesek.



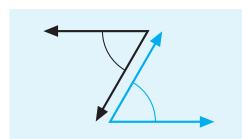
*Mellékszögek*



*Csúcscszögek*



*Egyállású szögek*

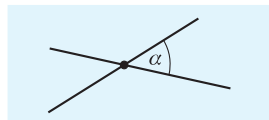


*Váltószögek*

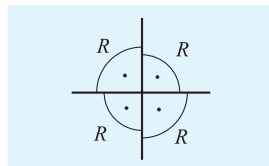
*Pótszögek* összege egy derékszöggel egyenlő.

*Kiegészítő szögek* összege egy egyenesszög = két derékszög.

*Hajlásszög* a két metsző egyenes által alkotott szögek közül az, amelyik a másikonál kisebb vagy egyenlő (egyenesszögnél).



*Merőleges* két egyenes, ha négy derékszögre [szögtartományra] osztják a síkot.



*Szögmértékek:*

A teljesszög mértéke  $360^\circ$  (fok) =  $400^g$  (gon, újfok) =  $2\pi$  (radián) =  $6000^v$  (vonás).

A kisebb egységek:  $1^\circ = 60'$ ,  $1' = 60''$ , illetve  $1^g = 100^c$ ,  $1^c = 100^{cc}$ .

A körben egy szög radiánban vett mértéke a hozzá tartozó ív hossza és a sugár aránya. Az 1 radiánhoz tartozó ív hossza a sugárral egyenlő:  $1 \text{ rad} \approx 57,3^\circ$ .

### 8.3. Geometriai transzformációk

*Transzformáció:* egyértelmű pont-pont megfeleltetés, leképezés:  $P \mapsto P'$ .

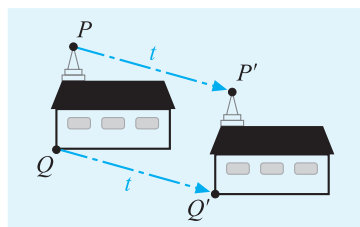
#### 8.3.1. Elemi síktranszformációk

*Identitás:* bármely pontnak önmaga a képe.

*Eltolás (párhuzamos eltolás):*  $\overrightarrow{PP'} = \overrightarrow{QQ'} = \mathbf{t}$ .

Az eltolást az irányával és a nagyságával, az *eltolásvektorral* adjuk meg.

Fixelemek: az eltolás irányával párhuzamos egyenesek.

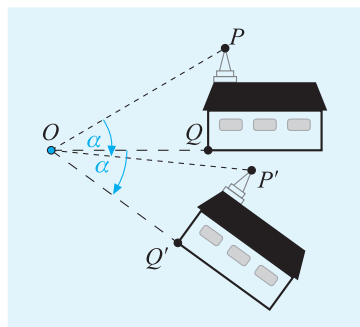


*Elforgatás (pont körüli forgatás):*

$\angle POP' = \angle OQO' = \alpha$ .

Az elforgatást a középponttal, az elforgatás irányával és szögével adjuk meg.

Fixelem: csak a középpont.

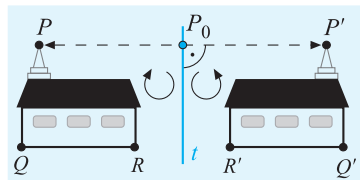


*Tükrözés egyenesre (tengelyes tükrözés):*

$\overrightarrow{PP_0} = \overrightarrow{P_0P'}$ ,  $PP' \perp \mathbf{t}$ .

A tükrözést a tengelyével adjuk meg.

Fixelemek: a tengely pontonként, a tengelyre merőleges egyenesek.

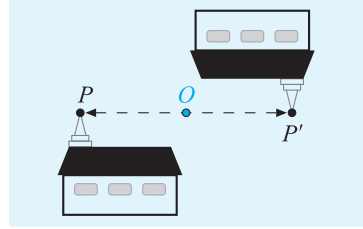


*Tükrözés pontra (középpontos tükrözés):*

$$\overrightarrow{P\bar{O}} = \overrightarrow{O\bar{P}'} \Leftrightarrow \overrightarrow{O\bar{P}'} : \overrightarrow{O\bar{P}} = -1.$$

A tükrözést a centrumával adjuk meg.

Fixelemek: a centrum és a centrumra illeszkedő egyenesek.



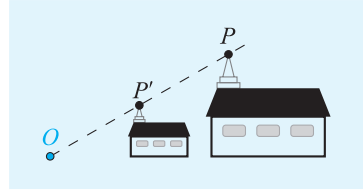
*Középpontos hasonlóság (homotécia):*

$\overrightarrow{O\bar{P}'} : \overrightarrow{O\bar{P}} = k$ . A középpontos hasonlóságot a centrumával és a hasonlóság arányával adjuk meg.

Ha  $|k| > 1$ : nagyítás, ha  $|k| < 1$ : kicsinyítés, ha  $k = 1$ : identitás.

Ha  $k < 0$ : középpontos tükrözés és egy nagyítás/kicsinyítés/identitás egymásutánja.

Fixelemek: a centrum és a centrumra illeszkedő egyenesek.



*Merőleges affinitás:*

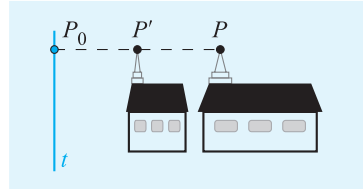
$$\overrightarrow{P_0\bar{P}'} : \overrightarrow{P_0\bar{P}} = k, \quad PP' \perp t.$$

A merőleges affinitást a tengelyével és az affinitás arányával adjuk meg.

Ha  $|k| > 1$ : nyújtás, ha  $|k| < 1$ : összenyomás, ha  $k = 1$ : identitás.

Ha  $k < 0$ : tengelyes tükrözés és egy nyújtás/összenyomás/identitás egymásutánja.

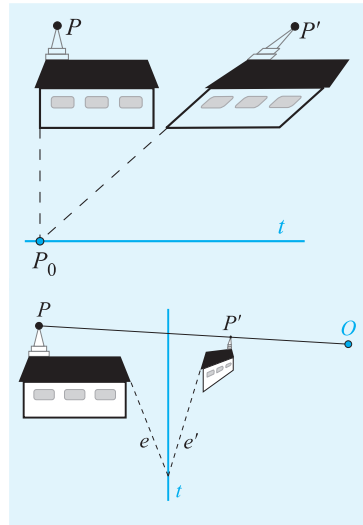
Fixelemek: a tengely pontonként és a tengelyre merőleges egyenesek.



*Nyírás:*

$$\overrightarrow{P\bar{P}'} : |\overrightarrow{P_0\bar{P}}| = k, \quad PP' \parallel t.$$

Fixelemek: a tengely pontonként és a tengellyel párhuzamos egyenesek.



*Centrális-axiális kollineáció:*

$PP' \ni O$ ;  $ee' \in t$ . ( $PP'$  egyenes  $O$ -ra,  $ee'$  metszéspont  $t$ -re illeszkedik.)

Fixelemek: a tengely pontonként, a centrum sugaranként.

### 8.3.2. Összetett transzformációk:

Véges sok elemi transzformáció egymás után végrehajtva.

(Az összetevők sorrendje általában nem cserélhető fel!)

*Egybevágóság:* identitás, eltolások, forgatások, tükrözések egymásutánja.

*Hasonlóság:* egybevágóságok és középpontos hasonlóságok egymásutánja.

*Affinitás:* hasonlóságok és tengelyes affinitások, nyírások egymásutánja.

*Projektivitás:* affinitások és centrális-axiális kollineációk egymásutánjai.

## 8.4. Síkgeometria

### 8.4.1. Elemi geometriai tételek

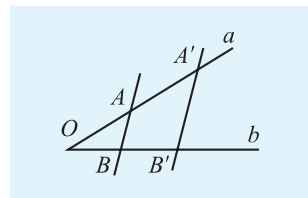
#### Párhuzamos szelők tételei:

Ha egy szög szárait párhuzamosokkal metsszük, akkor – az egyik száron keletkező metszetek aránya megegyezik a másik száron levő megfelelő metszetek arányával:

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB};$$

– a párhuzamosokból a szögcsúcsok által kimetszett szakaszok aránya megegyezik végpontjuk szögcsúcsától mért távolságának arányával:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB}.$$



#### Pitagorasz tétele

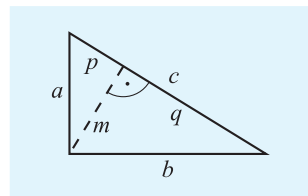
A derékszögű háromszög befogóinak négyzetösszege az átfogó négyzetével egyenlő:

$$c^2 = a^2 + b^2. \quad (\text{lásd } 10.12. \text{ táblázat, } 96. \text{ oldal})$$

#### Befogótétel (Eukleidész tétele)

A derékszögű háromszögben a befogó az átfogóra eső merőleges vetületének és az átfogónak a mértani közepe:

$$a^2 = p \cdot c, \quad b^2 = q \cdot c.$$



#### Magasságtétel (Eukleidész tétele)

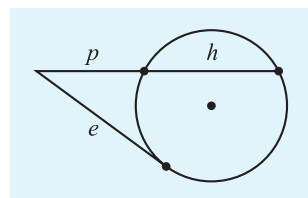
A derékszögű háromszögben az átfogóhoz tartozó magasság a befogók átfogóra eső merőleges vetületeinek mértani közepe:

$$m^2 = p \cdot q.$$

#### A kör érintője és szelője közötti kapcsolat

Egy külső pontból a körhöz húzott érintő hossza mértani közepe az e pontból húzott szelő két szeletének:

$$e^2 = p \cdot (p + h).$$



### 8.4.2. A háromszög nevezetes tulajdonságai

Az oldalak és szögek viszonyai:

Bármelyik két oldal összege nagyobb a harmadiknál:

$$a + b > c; \quad a + c > b; \quad b + c > a.$$

A nagyobb oldallal szembeni szög nagyobb és a nagyobb szöggel szembeni oldal nagyobb:

$$a < b \Leftrightarrow \alpha < \beta.$$

A belső szögek összege az egyenesszöggel egyenlő:

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi = 180^\circ.$$

A külső szögek összege a teljesszöggel egyenlő:

$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 2\pi = 360^\circ.$$

A külső szög a másik két belső szög összegével egyenlő:

$$\alpha' = \beta + \gamma; \quad \beta' = \alpha + \gamma; \quad \gamma' = \alpha + \beta.$$

*Súlyvonal, középvonal, súlypont:*

A háromszög súlyvonala a csúcstól a szemközti oldal felezőpontjával összekötő egyenes szakasz:  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$ .

Az  $S$  súlypont a három súlyvonal egyetlen közös pontja.

A súlypont mindegyik súlyvonalat  $2 : 1$  arányban osztja [a csúcshoz közelebbi szakasz a nagyobb].

$$BA_1 = A_1C, \quad AB_1 = B_1C, \quad AS : SA_1 = 2 : 1.$$

A középvonalak az oldalfelezőpontokat összekötő szakaszok:  $2 \cdot B_1C_1 = BC$ .

*Oldalfelező merőleges, körülírt kör:*

Az oldalfelező merőleges a háromszög oldalának felezőpontjában emelt merőleges egyenes:  $A_1O$ ,  $B_1O$ ,  $C_1O$ .

A háromszög körülírt köre a három csúcsponton megy keresztül,  $O$  középpontja az oldalfelező merőlegesek egyetlen közös pontja:

$$BA_1 = A_1C, \quad AB_1 = B_1C,$$

$$OA_1 \perp BC, \quad OB_1 \perp AC.$$

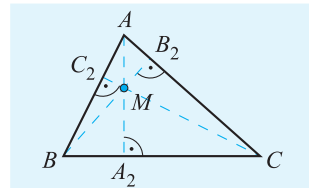
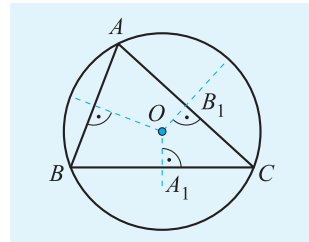
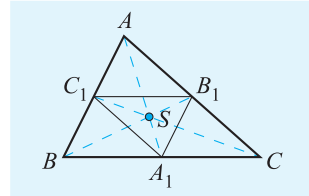
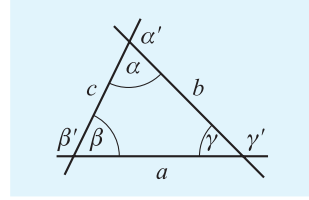
*Magasságvonal, magasságpont:*

A magasságvonal a háromszög csúcsából a szemköztes oldalegyenesére bocsátott merőleges szakasz:  $A_2A$ ,  $B_2B$ ,  $C_2C$ .

Az  $M$  magasságpont a három magasságvonal egyetlen közös pontja.

$$AA_2 \perp BC,$$

$$BB_2 \perp AC.$$



*Szögfelezők, beírt kör, hozzáírt körök:*

A szögfelezők a csúcsra illeszkedő, a belső vagy a külső szöget felező félegyenesek.

A beírt kör a belső szögfelezők egyetlen közös  $K$  pontja körül írt, az oldalakat érintő kör.

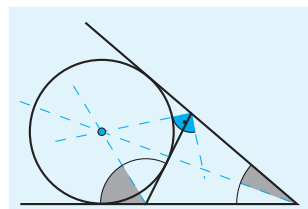
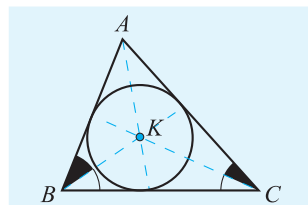
A hozzáírt körök egy belső és két külső szögfelező közös pontja körül írt, az oldalegyeneseket érintő körök.

Az egy csúcshoz tartozó belső és külső szögfelezők merőlegesek egymásra.

A belső szögfelező a szemközti oldalt a szomszédos oldalak arányában metszi.

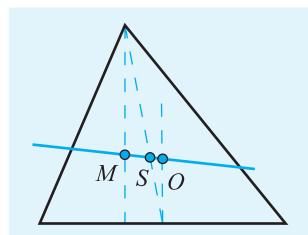
$$ABK \sphericalangle = KBC \sphericalangle,$$

$$CK : KA = CB : AB.$$



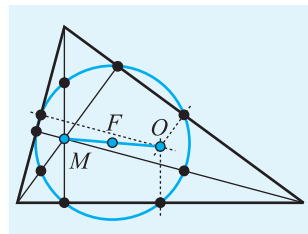
**Euler-egyenes:**

A háromszög  $M$  magasságpontja,  $S$  súlypontja és a körülírt kör  $O$  középpontja egy egyenesen van, és az  $MO$  szakaszt a súlypont  $MS : SO = 2 : 1$  arányban osztja.



**Feuerbach-kör (9 pont köre):**

A háromszög oldalainak felezőpontjai, a magasságainak talpontjai és a magasságpontot a csúcsokkal összekötő szakaszok felezőpontjai egy körön fekszenek. E kör  $F$  középpontja felezi az  $M$  magasságpontot a körülírt kör  $O$  középpontjával összekötő szakaszt:  $MF = FO$ .



### 8.4.3. Négyzetek

A négy belső szög összege egy teljesszöggel egyenlő:

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 2\pi = 360^\circ.$$

**Különleges négyszögek:**

*Konvex:* minden szöge konvex ( $< 180^\circ$ ).

*Trapéz:* van párhuzamos oldalpárja.

Ezek a trapéz *alappjai*, a másik kettő a két *szára*.

*Deltoid:* két-két szomszédos oldala egyenlő.

Átlói merőlegesek, egyikre szimmetrikus. Ez a másikonak felezőmerőlegese.

*Paralelogramma:* mindkét szemköztes oldalpárja párhuzamos.

Szemköztes oldalpárjai, szögparjai egyenlők, középpontosan szimmetrikus.

*Téglalap:* derékszögű paralelogramma.

Átlói egyenlők, két tengelyre szimmetrikus.



*Rombusz:* egyenlő oldalú paralelogramma.

Átlói merőlegesek, ezekre szimmetrikus.

*Négyzet:* egyenlő oldalú és egyenlő szögű paralelogramma.

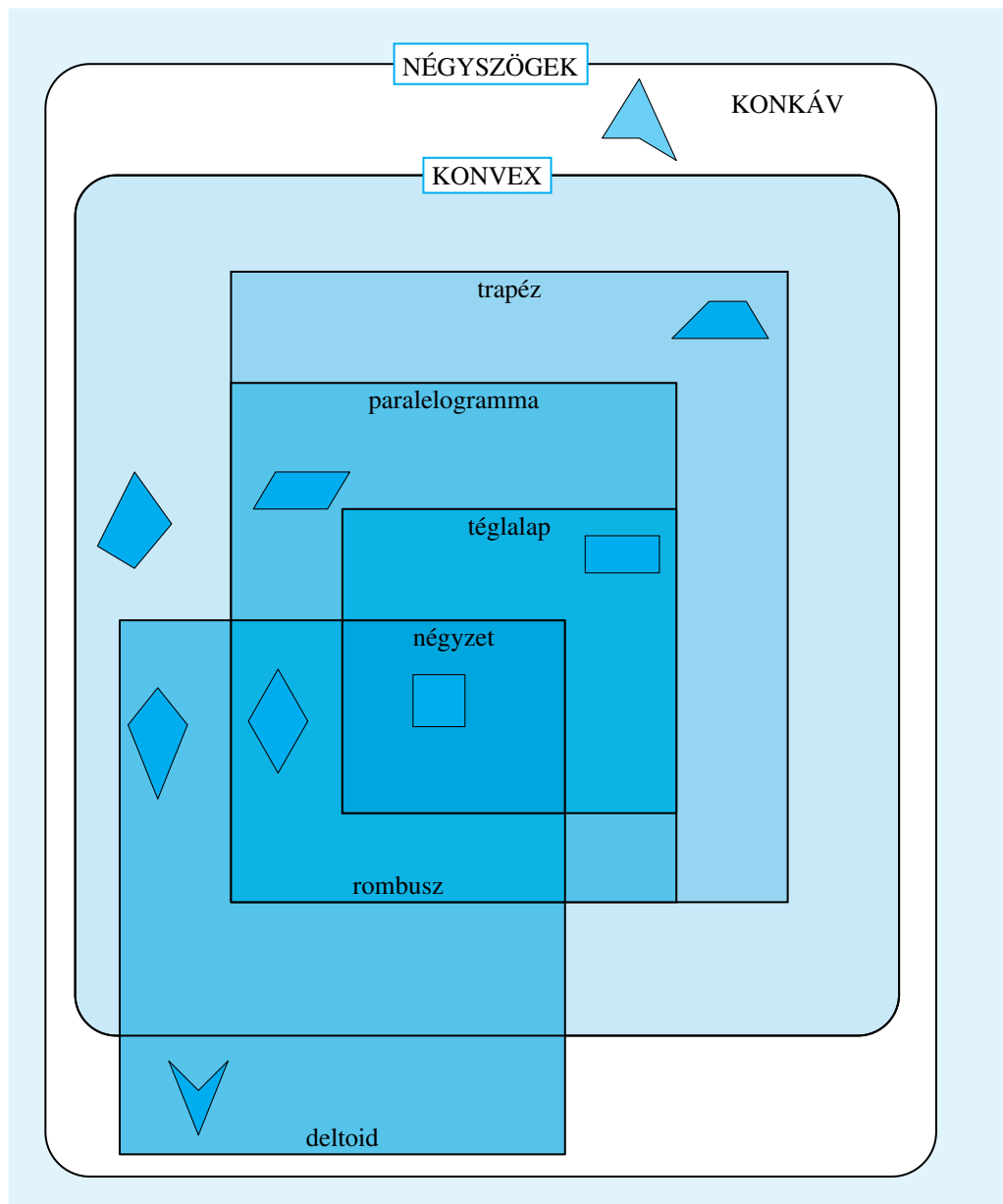
Négy szimmetriatengelye van.

*Húrnégyszög:* csúcsai egy körre illeszkednek.

Szemköztes szögparjainak összege:  $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180^\circ$ .

*Érintőnégyyszög:* oldalai egy kört érintenek.

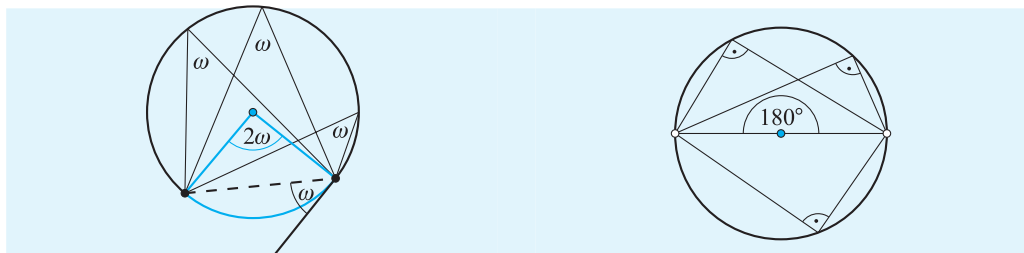
Szemköztes oldalparjainak összege megegyezik:  $a + c = b + d$ .



#### 8.4.4. A kör néhány nevezetes tétele

*Kerületi és középponti szögek:*

A kör egy ívéhez (és a vele egyenlő ívekhez) tartozó kerületi szögek egyenlők. Az ívhez tartozó középponti szög a megfelelő kerületi szögeknek a kétszerese.

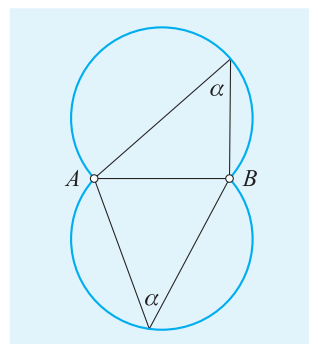


**Thalész tétele:**

Azoknak a pontoknak a halmaza, amelyekből egy szakasz derékszögben látszik, két olyan nyílt félkör, amelyeknek a szakasz az átmérője.

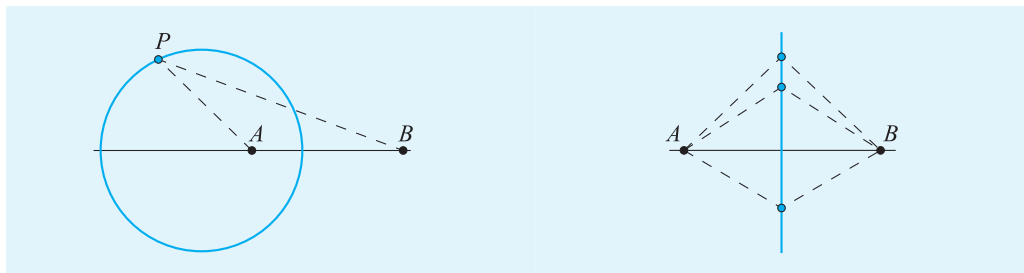
*Látókörvívek (a Thalész-tétel általánosítása):*

Azoknak a pontoknak a halmaza, amelyekből egy szakasz  $0 < \alpha < 180^\circ$  szögben látszik, két nyílt félkörív, amelyeknek a szakasz egy közös húrja.



**Apollóniusz-kör, szakaszfelező merőleges:**

Azoknak a pontoknak a halmaza, amelyeknek két ponttól való távolságának aránya 1-től különböző állandó, egy kör, amelynek középpontja a két pont összekötő egyenesén fekszik. Azoknak a pontoknak a halmaza, amelyeknek két ponttól való távolsága egyező, a két pontot összekötő szakaszt merőlegesen felező egyenes.



### 8.4.5. Síkidomok kerülete ( $K$ ), területe ( $T$ )

A képletekben az  $a, b, c, \dots$  változók az idomok oldalainak,  $m$  a magasságnak,  $r$  a beírt,  $R$  a körülírt kör sugarának, az  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  a szögeknek a mérőszámát jelölik. A fel nem sorolt jelölések értelmezésében az ábra ad segítséget. A képletekben  $\widehat{\alpha}$ , illetve  $\alpha^\circ$  az  $\alpha$  szög radiánban, illetve fokban mért értékét jelöli.

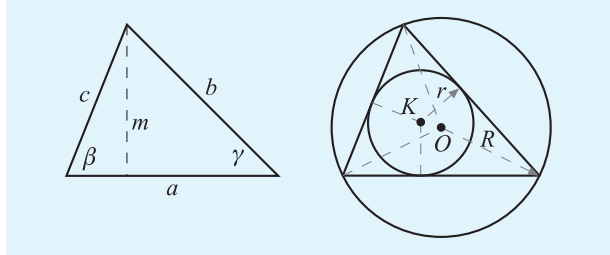
**Háromszög:**

$$K = 2s = a + b + c,$$

$$T = \frac{am}{2} = \frac{ab \sin \gamma}{2} = \frac{abc}{4R} = sr.$$

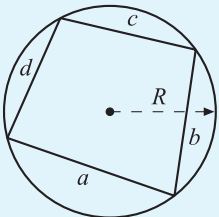
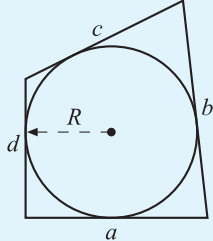
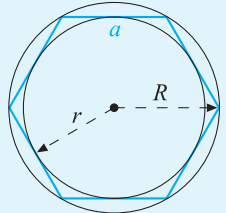
**Héron-képlet:**

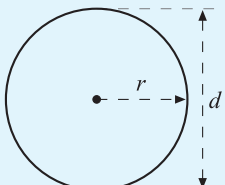
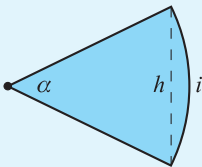
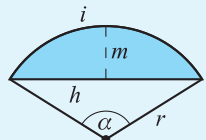
$$T = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

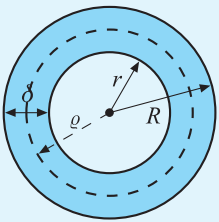
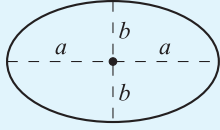
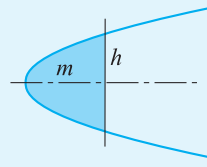


Négyzet:	Rombusz:	Téglalap:
$K = 4a,$	$K = 4a,$	$K = 2(a + b),$
$T = a^2 = \frac{d^2}{2}.$	$T = \frac{ef}{2} = a^2 \sin \alpha.$	$T = ab.$

Paralelogramma:	Trapéz:	Deltoid:
$K = 2(a + b),$	$K = a + b + c + d,$	$K = 2(a + b),$
$T = am = ab \sin \alpha.$	$T = \frac{a + c}{2} m = km.$	$T = \frac{ef}{2}.$

Húrnégyszög:	Érintőnégyzög:	Szabályos n-szög:
		
$K = 2s = a + b + c + d,$	$K = 2s = a + b + c + d,$	$K = na,$
$T = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}.$	$T = sr.$	$T = \frac{nR^2 \sin \alpha}{2} = \frac{nar}{2}; \alpha = \frac{360^\circ}{n}.$

Kör:	Körcikk:	Körszelet:
		
$K = 2\pi r = \pi d,$	$i = \widehat{\alpha} \cdot r = \frac{\alpha^\circ \cdot r \cdot \pi}{180^\circ},$	$m = r - \frac{\sqrt{4r^2 - h^2}}{2} = r - r \cdot \cos \frac{\alpha}{2},$
$T = \pi r^2 = \frac{d^2 \pi}{4}.$	$T = \frac{1}{2}ir = \frac{\widehat{\alpha} r^2}{2} = \frac{\pi \alpha^\circ}{360^\circ} r^2.$	$T = \frac{ir - h(r - m)}{2}.$

Körgyűrű:	Ellipszis:	Parabolaszelet:
		
$K = 2\pi(R + r),$	$T = \pi ab.$	$T = \frac{2}{3}hm.$
$T = \pi(R^2 - r^2) = 2\pi\varrho\delta.$ $\delta = R - r, \varrho = \frac{R + r}{2}$		

## 8.5. Vektorszámítás

### 8.5.1. Műveletek vektorokkal

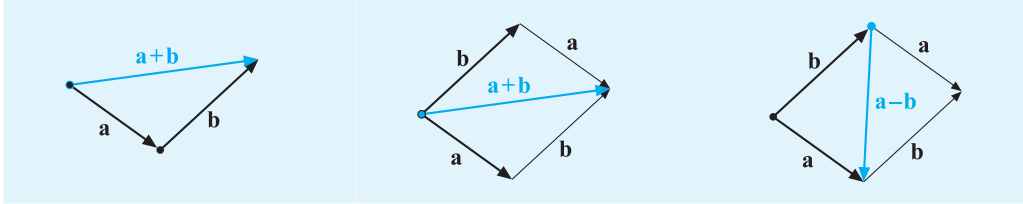
Összeadás-kivonás:

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}, \quad \text{kommutatív.}$$

$$|\mathbf{a} + \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|.$$

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c} = \mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c}), \quad \text{asszociatív.}$$

$$\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{c} \Leftrightarrow \mathbf{a} = \mathbf{b} + \mathbf{c}.$$



Szorzás skalárral:

$$\mathbf{b} = \lambda \mathbf{a} \Rightarrow |\mathbf{b}| = |\lambda| \cdot |\mathbf{a}| \wedge \mathbf{b} \parallel \mathbf{a}.$$

$$\lambda(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \lambda \mathbf{a} + \lambda \mathbf{b}, \quad \text{disztributív a vektorösszeadásra.}$$

$$(\lambda + \mu)\mathbf{a} = \lambda \mathbf{a} + \mu \mathbf{a}, \quad \text{disztributív a skalárösszeadásra.}$$

$$(\lambda\mu)\mathbf{a} = \lambda(\mu\mathbf{a}) = \mu(\lambda\mathbf{a}), \quad \text{kommutatív a skalárszorzásra.}$$

Egységvektor ( $\mathbf{a}$  irányú egységvektor):

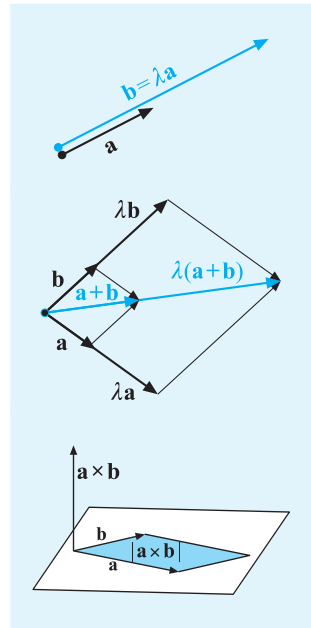
$$\mathbf{a}^0 = \frac{1}{|\mathbf{a}|} \cdot \mathbf{a} \Rightarrow |\mathbf{a}^0| = 1.$$

$$\text{Skaláris szorzat: } \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \cos(\mathbf{a}; \mathbf{b})_{\triangleleft}.$$

Vektoriális szorzat (csak térben!):

$$|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \sin(\mathbf{a}; \mathbf{b})_{\triangleleft};$$

$$\mathbf{a} \perp (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \perp \mathbf{b}.$$



### 8.5.2. Vektorok koordinátái (síkban)

$$\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} \Rightarrow \mathbf{a} = a(x; y), \quad (x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}.$$

Műveletek

$$\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 = (x_1 + x_2)\mathbf{i} + (y_1 + y_2)\mathbf{j}.$$

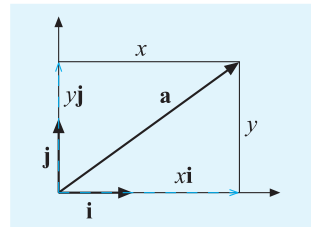
$$\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2 = (x_1 - x_2)\mathbf{i} + (y_1 - y_2)\mathbf{j}.$$

$$\lambda \mathbf{a} = \lambda x\mathbf{i} + \lambda y\mathbf{j}.$$

$$\text{Abszolútérték: } |\mathbf{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

$$\text{Egységvektor: } \mathbf{a}^0 = \frac{\mathbf{a}}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

$$\text{Skaláris szorzat: } \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 = x_1x_2 + y_1y_2.$$



## 8.6. Trigonometria

### 8.6.1. Szögfüggvények (lásd 10.5. táblázat, 88. oldal, 10.6., 10.7. táblázatok, 90. oldal)

A derékszögű háromszögben az  $\alpha$  hegyesszög szögfüggvényei:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{szemközti befogó}}{\text{átfogó}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{szemközti befogó}}{\text{szomszédos befogó}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{szomszédos befogó}}{\text{átfogó}}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{szomszédos befogó}}{\text{szemközti befogó}}$$

Forgásszögek szögfüggvényei:

A koordináta-rendszer  $\mathbf{i}$  egységvektorából tetszőleges  $\alpha$  forgásszöggel elforgatott  $\mathbf{e}(x_0; y_0)$  egységvektor koordinátáival az  $\alpha$  szögfüggvényei:

$$\sin \alpha = y_0, \quad \cos \alpha = x_0,$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_0}{x_0}, \quad \text{ha } x_0 \neq 0$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x_0}{y_0}, \quad \text{ha } y_0 \neq 0$$

Tetszőleges forgásszögre:

$$\sin \alpha = \sin(\alpha + k \cdot 360^\circ),$$

$$\forall k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos \alpha = \cos(\alpha + k \cdot 360^\circ),$$

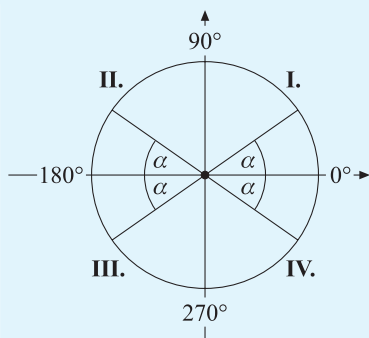
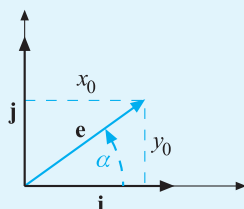
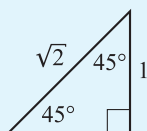
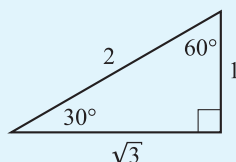
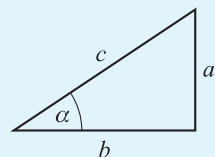
$$\forall k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(\alpha + k \cdot 180^\circ),$$

$$\forall k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg}(\alpha + k \cdot 180^\circ),$$

$$\forall k \in \mathbb{Z}$$



I. $0^\circ \dots 90^\circ$	II. $90^\circ \dots 180^\circ$	III. $180^\circ \dots 270^\circ$	IV. $270^\circ \dots 360^\circ$
$\sin \alpha$	$\sin(180^\circ - \alpha)$	$-\sin(\alpha - 180^\circ)$	$-\sin(360^\circ - \alpha)$
$\cos \alpha$	$-\cos(180^\circ - \alpha)$	$-\cos(\alpha - 180^\circ)$	$\cos(360^\circ - \alpha)$
$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)$	$\operatorname{tg}(\alpha - 180^\circ)$	$-\operatorname{tg}(360^\circ - \alpha)$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha)$	$\operatorname{ctg}(\alpha - 180^\circ)$	$-\operatorname{ctg}(360^\circ - \alpha)$

### 8.6.2. Trigonometriai összefüggések

Összefüggések egy szög különböző szögfüggvényei között:

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$
$\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$	$\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha)$
$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

Két szög összegének/különbségének szögfüggvényei (addíciós tételek):

$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$	$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$
$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$	$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$
$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$	$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$
$\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \beta \cdot \operatorname{ctg} \alpha - 1}{\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \alpha}$	$\operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \beta \cdot \operatorname{ctg} \alpha + 1}{\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha}$

Két szögfüggvény összegének/különbségének szorzattá alakítása:

$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$	$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$	$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$	$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$
$\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$	$\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$

Kétszeres szögek szögfüggvényei:

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$ (ahol értelmezve van a tangensfüggvény)	$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$ (ahol értelmezve van a tangensfüggvény)
$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$	$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$

Félszögek szögfüggvényei:

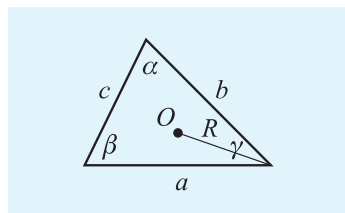
$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$	$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$
$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$	$\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$

### 8.6.3. A háromszögek tételei

**Színusztétel:**  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$ , ahol  $R$  a körülírt kör sugara.

**Koszinusztétel:**  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$ .

**Tangenstétel:**  $\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha-\beta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha+\beta}{2}}$ .



### 8.7. Térgeometria

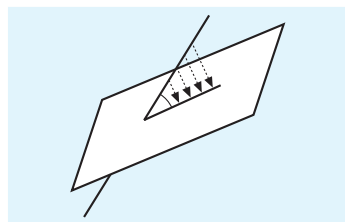
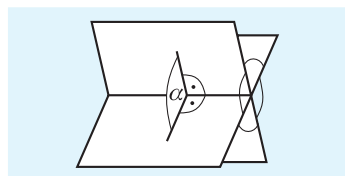
#### 8.7.1. Alapfogalmak, tételek

**Lapszög:** két metsző sík a teret négy tartományra bontja.

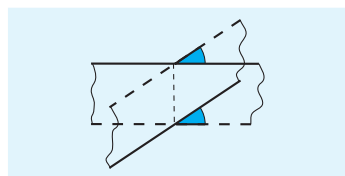
Egy ilyen tartomány a határoló félsíkokkal alkotja a lapszöget.

**Két sík hajlásszöge** a metszésvonalukra emelt merőlegesek hajlásszöge.

**Egyenes és sík hajlásszöge** az egyenes és síkra merőleges vetületének hajlásszöge.

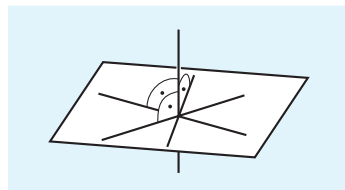


**Kitérő egyenesek hajlásszöge** a velük párhuzamos metszők hajlásszöge.



**Síkra merőleges egyenes tétele:**

Ha egy egyenes merőleges a sík két metsző egyenesére, akkor a síkra (annak minden egyenesére) merőleges.

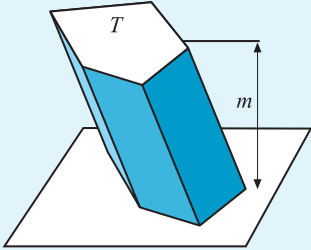
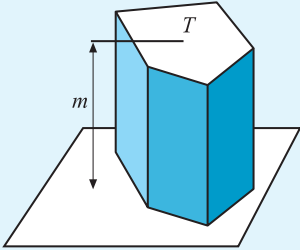
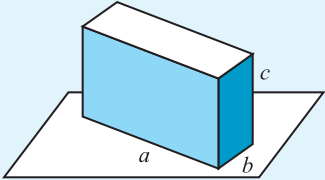


#### 8.7.2. Testek felszíne ( $A$ ), térfogata ( $V$ )

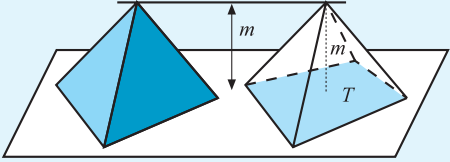
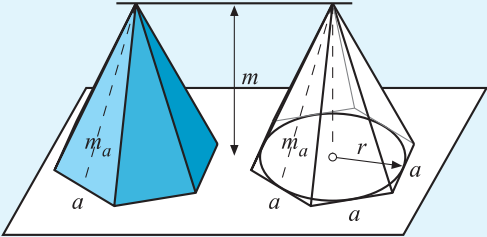
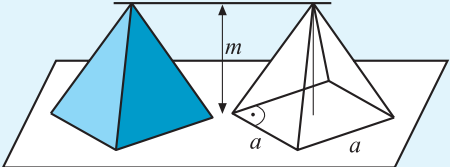
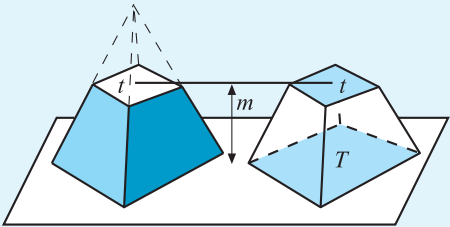
A képletekben az  $a, b, c, \dots$  változók a testek oldaléleinek vagy alkotóinak,  $m$  a test magasságának,  $T$  az alaplap területének,  $P$  a palást felszínének a mérőszámát jelölik. Az itt fel nem sorolt jelölések értelmezésében az ábra ad segítséget.



## Hasábok

Ferde hasáb:	Egyenes hasáb:	Téglatest:
		
$A = 2T + P,$	$A = 2T + km,$	$A = 2(ab + bc + ca),$
$V = Tm.$	$V = Tm.$	$V = abc.$

## Gúlán

<b>Gúla:</b>	
$A = T + P,$	
$V = \frac{Tm}{3}.$	
<b>n-oldalú szabályos gúla:</b>	
$A = \frac{na(r + m_0)}{2},$	
$V = \frac{narm}{6}.$	
<b>Négyzet alapú egyenes gúla:</b>	
$A = a^2 + a\sqrt{4m^2 + a^2},$	
$V = \frac{a^2m}{3}.$	
<b>Csonkagúla:</b>	
$A = T + t + P,$	
$V = \frac{m(T + \sqrt{Tt} + t)}{3}.$	

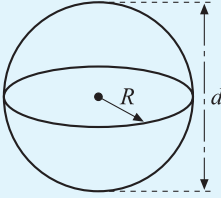
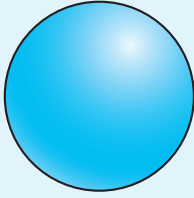
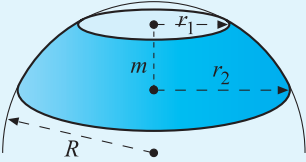
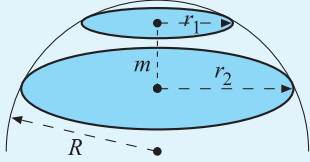
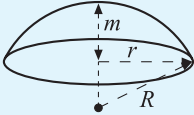
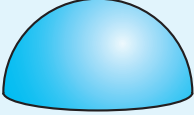
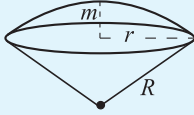

## Hengerek

<i>Egyenes henger:</i>	
$A = 2T + km,$	
$V = Tm.$	
<i>Forgáshenger:</i>	
$A = 2\pi r(r + m),$	
$V = \pi r^2 m.$	

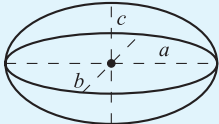
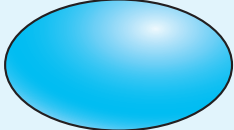
## Kúpok

<i>Egyenes kúp:</i>	
$A = T + P,$	
$V = \frac{Tm}{3}.$	
<i>Forgáskúp:</i>	
$A = \pi r(r + a),$	
$V = \frac{\pi r^2 m}{3}.$	
<i>Csonkakúp:</i>	
$A = \pi [R^2 + r^2 + a(R + r)],$	
$V = \frac{\pi m}{3} (R^2 + r^2 + Rr).$	

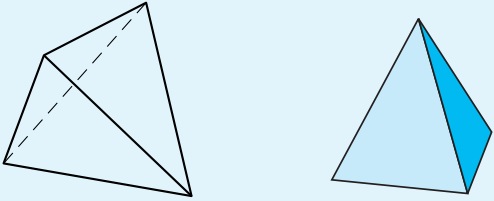
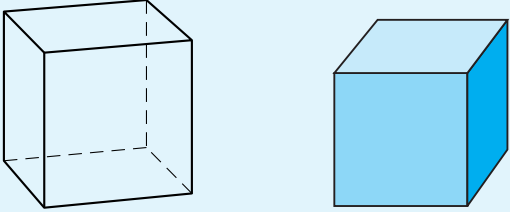
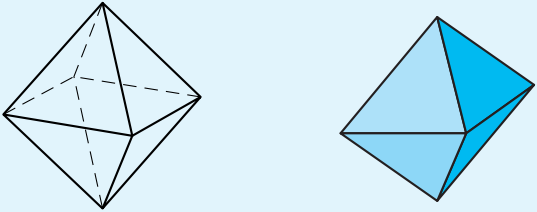
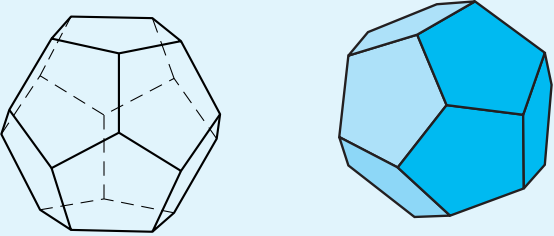
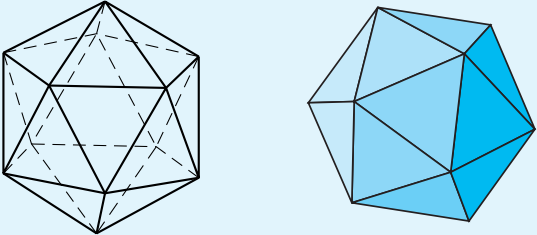
## Gömb és részei

<p><i>Gömb:</i></p> $A = 4\pi R^2 = \pi d^2,$ $V = \frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{\pi}{6} d^3.$	 
<p><i>Gömböv, -réteg:</i></p> $A = 2\pi Rm,$ $V = \frac{\pi m}{6}(3r_1^2 + 3r_2^2 + m^2).$	<p style="text-align: center;"><b>Gömböv</b>                      <b>Gömbréteg</b></p>  
<p><i>Gömbcsüveg, -szelet:</i></p> $A = 2\pi Rm + \pi r^2,$ $V = \frac{\pi}{3} m^2(3R - m).$	 
<p><i>Gömbcikk:</i></p> $A = \pi R(2m + r),$ $V = \frac{2\pi}{3} R^2 m.$	 

## Ellipszoid

<p><i>Ellipszoid:</i></p> $V = \frac{4\pi}{3} abc,$ <p>ahol <math>a</math>, <math>b</math>, <math>c</math> a három féltengely hossza.</p>	 
---	--

## Szabályos testek:

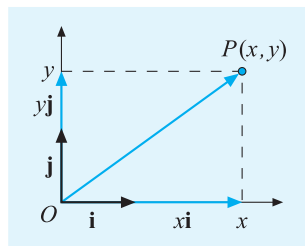
<p><i>Tetraéder:</i></p> $A = \sqrt{3}a^2,$ $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3,$ <p>4 lap; 6 él; 4 csúcs</p>	
<p><i>Hexaéder:</i></p> $A = 6a^2,$ $V = a^3,$ <p>6 lap; 12 él; 8 csúcs</p>	
<p><i>Oктаéder:</i></p> $A = 2\sqrt{3}a^2,$ $V = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3,$ <p>8 lap; 12 él; 6 csúcs</p>	
<p><i>Dodekaéder:</i></p> $A = 3\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}a^2,$ $V = \frac{15 + 7\sqrt{5}}{4}a^3,$ <p>12 lap; 30 él; 20 csúcs</p>	
<p><i>Ikozaéder:</i></p> $A = 5\sqrt{3}a^2,$ $V = \frac{15 + 5\sqrt{5}}{12}a^3,$ <p>20 lap; 30 él; 12 csúcs</p>	

## 9. ANALITIKUS GEOMETRIA A SÍKBAN

### 9.1. Koordináta-rendszerek

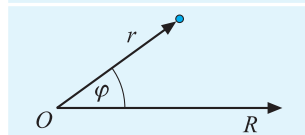
**Descartes-féle** derékszögű koordináták:

$$P = P(x, y); \quad \overrightarrow{OP} = \mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}.$$



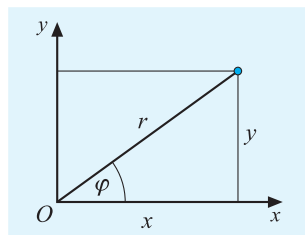
Polárkoordináták:

$$P = P(r, \varphi); \quad r = |\mathbf{r}| = |\overrightarrow{OP}|; \quad \varphi = (\mathbf{R}, \mathbf{r})_{\angle}.$$



A két koordináta-rendszer kapcsolata:

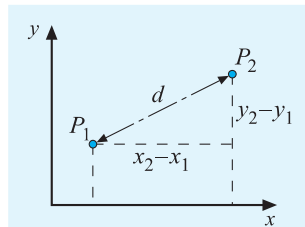
$$\begin{cases} x = r \cdot \cos \varphi \\ y = r \cdot \sin \varphi \end{cases}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$



### 9.2. Pont

Két pont távolsága:

$$d = |\overline{P_1 P_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$



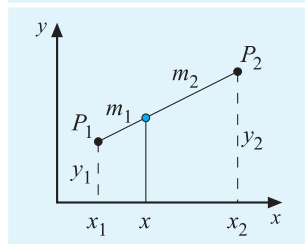
Az  $m_1 : m_2$  arányban osztó pont koordinátái:

$$P(x; y) = |\overline{P_1 P}| : |\overline{P P_2}| = m_1 : m_2,$$

$$x = \frac{m_2 x_1 + m_1 x_2}{m_1 + m_2}, \quad y = \frac{m_2 y_1 + m_1 y_2}{m_1 + m_2}.$$

A felezőpont koordinátái:

$$F(x_f; y_f): \quad x_f = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_f = \frac{y_1 + y_2}{2}$$



Pontrendszer súlypontja (egyenlő súlyozás esetén):

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}, \quad \bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n}.$$

A háromszög súlypontjának koordinátái:

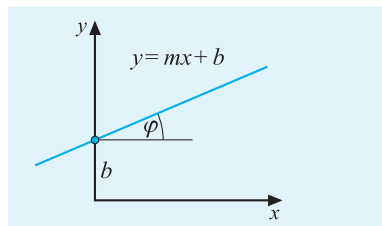
$$S(x_S; y_S): \quad x_S = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \quad y_S = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}.$$

### 9.3. Egyenes

**Descartes-féle** normálalak (iránytényezőes egyenlet):

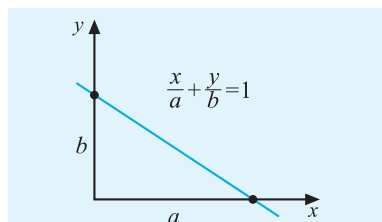
$$y = mx + b; \quad m = \operatorname{tg} \alpha, \quad \text{ha } 0^\circ \leq \alpha < 90^\circ.$$

$$x = a, \quad \text{ha } \alpha = 90^\circ.$$



Tengelymetszetes alak:

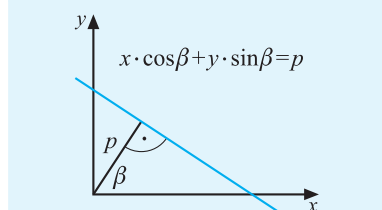
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1, \quad a \cdot b \neq 0.$$



**Hesse-féle** normálalak:

$$x \cdot \cos \beta + y \cdot \sin \beta = p.$$

( $\mathbf{n}^\circ(\cos \beta, \sin \beta)$  – a normálvektor.)



Általános alak:

$$Ax + By + C = 0, \quad |A| + |B| > 0.$$

Adott  $P_0(x_0, y_0)$  ponton átmenő egyenes egyenletei:

$\mathbf{v}(v_1, v_2) = (-B, A)$  – az irányvektor;

$\mathbf{n}(A, B)$  – a normálvektor;

$m = \operatorname{tg} \alpha$  – az iránytangens.

Vektoregyenlet:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v} \cdot t.$$

Paraméteres egyenletrendszer:

$$\begin{cases} x = x_0 + v_1 \cdot t \\ y = y_0 + v_2 \cdot t \end{cases}$$

Irányvektoros egyenlet:

$$v_2(x - x_0) = v_1(y - y_0).$$

Normálvektoros egyenlet:

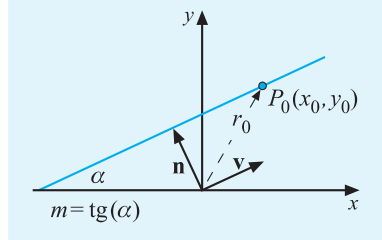
$$Ax + By = Ax_0 + By_0.$$

Iránytényezőes egyenlet:

$$y = m(x - x_0) + y_0.$$

Normálalak:

$$\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}x + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}y + \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 0.$$



Két ponton  $(P_1(x_1; y_1), P_2(x_2; y_2))$  átmenő egyenes egyenlete:

$$(y - y_1)(x_2 - x_1) = (x - x_1)(y_2 - y_1).$$

Két egyenes hajlásszöge:

$$\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 \cdot m_2} \right| = \left| \frac{A_1 B_2 - A_2 B_1}{A_1 A_2 + B_1 B_2} \right|.$$

Két egyenes szögfelezőinek egyenlete:

$$\frac{A_1 x + B_1 y + C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} \pm \frac{A_2 x + B_2 y + C_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}} = 0.$$

$$x(\cos \beta_1 \pm \cos \beta_2) + y(\sin \beta_1 \pm \sin \beta_2) = \beta_1 \pm \beta_2.$$

Pont távolsága egyenestől:

$$d = \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{y_1 - mx_1 - b}{\sqrt{m^2 + 1}} = x_1 \cos \beta + y_1 \sin \beta - p.$$

Két egyenes párhuzamos, ha  $A_1 \cdot B_2 = A_2 \cdot B_1$ ;  $m_1 = m_2$ .

Két egyenes merőleges, ha  $A_1 \cdot A_2 = -B_1 \cdot B_2$ ;  $m_1 \cdot m_2 = -1$ .

#### 9.4. Kör

Kanonikus egyenlete,  $K(0, 0)$ :

$$x^2 + y^2 = r^2.$$

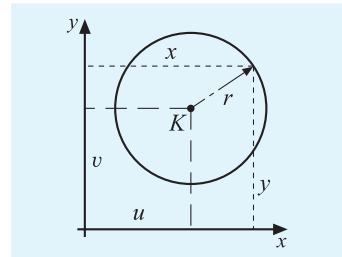
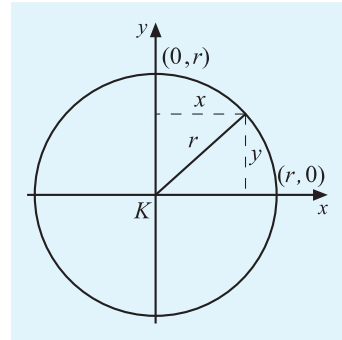
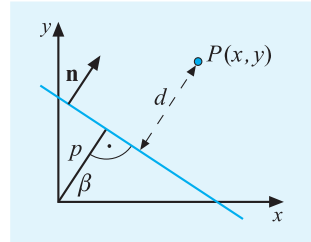
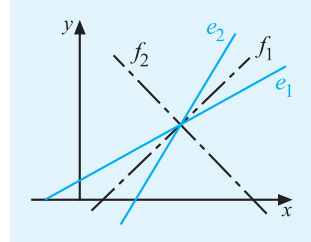
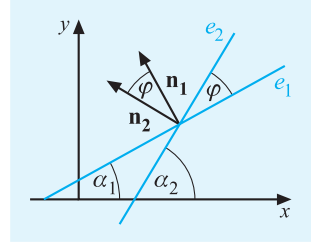
A  $K(u, v)$  középpontú egyenlet:

$$(x - u)^2 + (y - v)^2 = r^2.$$

Általános egyenlet ( $A > 0$ ):

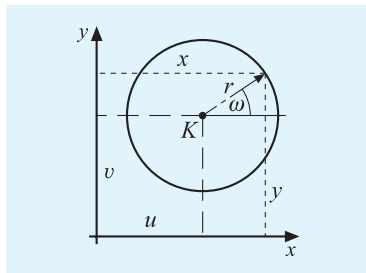
$$Ax^2 + Ay^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0,$$

$$r = \sqrt{\frac{D^2 + E^2 - AF}{A^2}}, \quad K \left( -\frac{D}{A}, -\frac{E}{A} \right).$$



Paraméteres egyenletrendszer, ha  $K(u, v)$ :

$$\left. \begin{aligned} x &= u + r \cdot \cos \omega \\ y &= v + r \cdot \sin \omega \end{aligned} \right\}, \quad 0 \leq \omega < 2\pi.$$

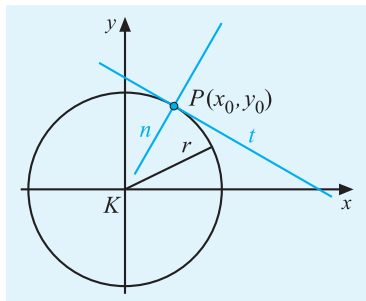


A  $P(x_0, y_0)$  pontban az érintő egyenes egyenlete és iránytangense, ha  $K(0, 0)$ :

$$xx_0 + yy_0 = r^2, \quad m = -\frac{x_0}{y_0}.$$

A  $P(x_0, y_0)$  pontban a normális egyenlete és iránytangense, ha  $K(0, 0)$ :

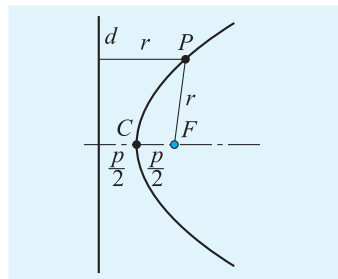
$$x_0y = y_0x, \quad m^* = \frac{y_0}{x_0}.$$



### 9.5. Parabola

Kanonikus egyenlet, ha  $C(0, 0)$ ,  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ :

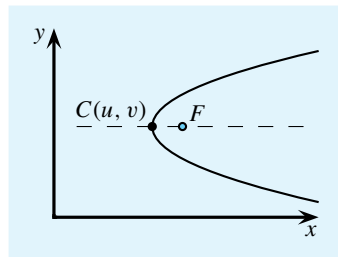
$$y^2 = 2px.$$



Az eltolt,  $C(u, v)$  csúcspontú egyenlet,

$$\text{jobbra nyíló: } (y - v)^2 = 2p \cdot (x - u);$$

$$\text{balra nyíló: } (y - v)^2 = -2p \cdot (x - u);$$



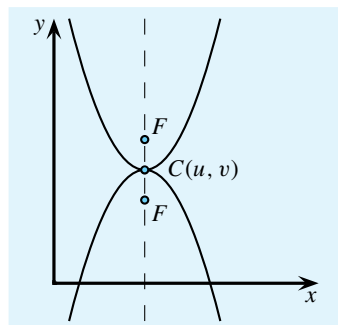
Elforgatott parabola ( $\pm 90^\circ$ -kal), ha  $C(u, v)$ ,  $F\left(u, v, \pm \frac{p}{2}\right)$ :

$$(x - u)^2 = 2p \cdot (y - v), \quad (x - u)^2 = -2p \cdot (y - v).$$

Általános egyenlet:

$$Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0,$$

$$p = -\frac{D}{C}, \quad K\left(-\frac{E^2 - CF}{2CD}, -\frac{E}{C}\right).$$



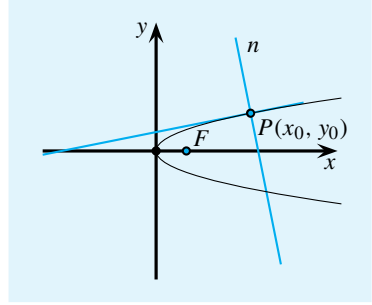


A  $P(x_0, y_0)$  pontban érintő egyenes egyenlete és iránytangense, ha  $C(0, 0)$ ,  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ :

$$y \cdot y_0 = p \cdot (x - x_0), \quad m = \frac{p}{y_0}.$$

A  $P(x_0, y_0)$  pontbeli normális egyenlete és iránytangense, ha  $C(0, 0)$ ,  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ :

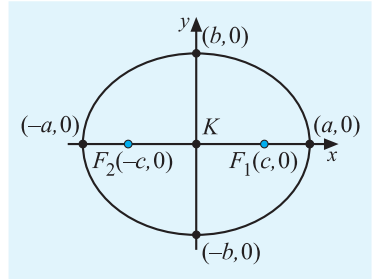
$$p \cdot (y - y_0) = y_0 \cdot (x - x_0), \quad m^* = -\frac{y_0}{p_0}.$$



### 9.6. Ellipszis

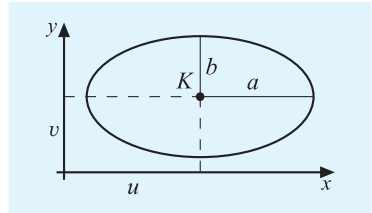
Kanonikus egyenlet, ha  $K(0, 0)$ ,  $F_1(-c, 0)$ ,  $F_2(c, 0)$ :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$



Az eltolt,  $K(u, v)$  középpontú egyenlet:

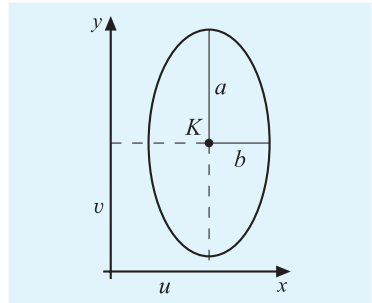
$$\frac{(x - u)^2}{a^2} + \frac{(y - v)^2}{b^2} = 1.$$



Elforgatott ellipszis (90°-kal), ha

$K(u, v)$ ,  $F_1(u, v - c)$ ,  $F_2(u, v + c)$ :

$$\frac{(x - u)^2}{b^2} + \frac{(y - v)^2}{a^2} = 1.$$



Általános egyenlet:

$$Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0,$$

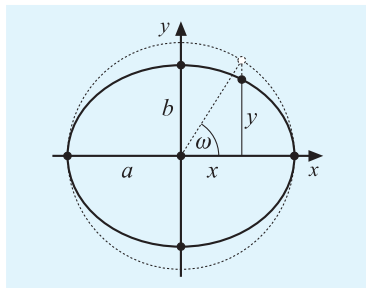
$$a = \sqrt{\frac{CD^2 + AE^2 - ACF}{A^2C}}, \quad b = \sqrt{\frac{CD^2 + AE^2 - ACF}{AC^2}},$$

$$K\left(-\frac{D}{A}, -\frac{E}{C}\right).$$

Paraméteres egyenletrendszer, ha

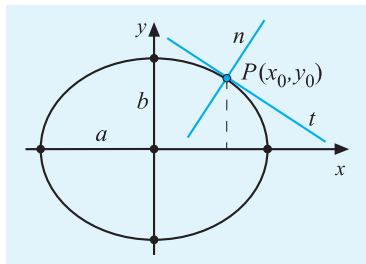
$K(0, 0), F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$ :

$$\left. \begin{aligned} x &= a \cdot \cos \omega \\ y &= b \cdot \sin \omega \end{aligned} \right\}, \quad 0 \leq \omega < 2\pi.$$



A  $P(x_0, y_0)$  pontban érintő egyenes egyenlete és iránytangense, ha  $K(0, 0), F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$ :

$$\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1; \quad m = -\frac{b^2x_0}{a^2y_0}.$$



A  $P(x_0, y_0)$  pontbeli normális egyenlete és iránytangense, ha  $K(0, 0), F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$ :

$$y - y_0 = \frac{a^2y_0}{b^2x_0}(x - x_0), \quad m^* = \frac{a^2y_0}{b^2x_0}.$$

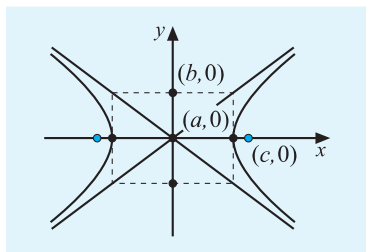
Az ellipszis területe:  $T = \pi ab = \frac{\pi p^2}{\sqrt{(1 - e^2)^3}}$ .

Az ellipszis kerülete (közelítések):  $K \approx \pi \left[ \frac{3(a+b)}{2} - \sqrt{ab} \right], \quad K \approx 4 \frac{ab\pi + (a-b)^2}{a+b}$ .

### 9.7. Hiperbola

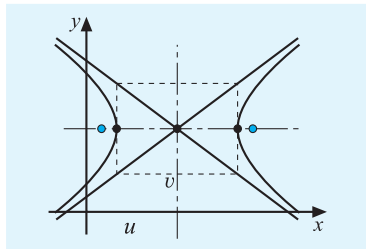
Kanonikus egyenlet, ha  $K(0, 0), F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$ :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$



Az eltolt,  $K(u, v)$  középpontú egyenlet:

$$\frac{(x-u)^2}{a^2} - \frac{(y-v)^2}{b^2} = 1.$$



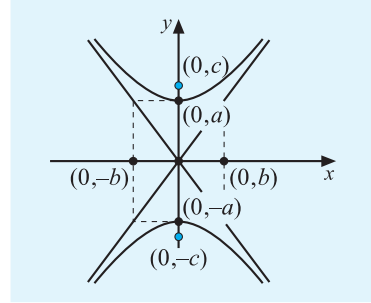
Elforgatott hiperbola ( $90^\circ$ -kal), ha

$$K(0, 0), F_1(0, -c), F_2(0, c):$$

$$\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1.$$

Eltolva  $K(u, v)$  középpontba:

$$\frac{(x-u)^2}{b^2} - \frac{(y-v)^2}{a^2} = 1.$$



Általános egyenlet:

$$Ax^2 - Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0,$$

$$a = \sqrt{\frac{CD^2 - AE^2 - ACF}{A^2C}}, \quad b = \sqrt{\frac{CD^2 - AE^2 - ACF}{AC^2}},$$

$$K\left(-\frac{D}{A}, -\frac{E}{C}\right).$$

A  $P(x_0, y_0)$  pontban érintő egyenes egyenlete és iránytangense, ha  $K(0, 0)$ ,  $F_1(-c, 0)$ ,  $F_2(c, 0)$ :

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1, \quad m = \frac{b^2x_0}{a^2y_0}.$$

A  $P(x_0, y_0)$  pontbeli normális egyenlete és iránytangense, ha  $K(0, 0)$ ,  $F_1(-c, 0)$ ,  $F_2(c, 0)$ :

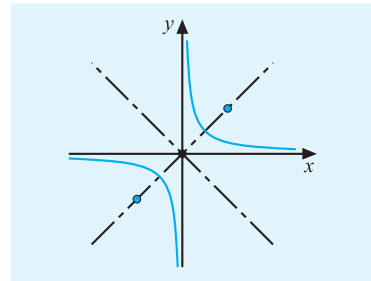
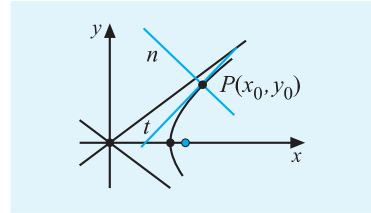
$$y - y_0 = -\frac{a^2y_0}{b^2x_0}(x - x_0), \quad m^* = -\frac{a^2y_0}{b^2x_0}.$$

Az aszimptoták egyenlete, ha  $K(0, 0)$ ,  $F_1(-c, 0)$ ,  $F_2(c, 0)$ :

$$\frac{x}{a} \pm \frac{y}{b} = 0.$$

Az egyenlő szárú hiperbola az aszimptoták rendszerében:

$$x \cdot y = \left(\frac{c}{2}\right)^2.$$



## 10. TÁBLÁZATOK

### 10.1. Útmutató

A négyjegyű függvénytáblázatokból az egyes függvények értékét általában négy értékes jegy pontosságával határozhatjuk meg. Ez a gyakorlati számítások igényeit legtöbbször kielégíti. Gyakran nincs is szükség ekkora pontosságra, sőt nem is értelmezhető az adott műszaki körülmények között.

A táblázatok egy részében a függvény megfelelő pontosságú értékét közvetlenül kiolvashatjuk, másoknál a táblabeli értékekből *interpolálással* kaphatjuk meg. Ahol erre szükség van, ott a táblázatok szélén megadom a *javítások* megfelelő értékét, amelyeket a táblázatból kinézett függvényérték *utolsó számjegyéhez kell hozzáadni – kivonni*. Ahol nincs segédtáblázat, ott nem kell vagy értelmetlen interpolálni.

A logaritmus és a trigonometrikus függvények *inverzének* helyettesítési értékét a táblázat segítségével *visszakereséssel (belülről kifelé keresés)* határozhatjuk meg.

A függvények táblázata csak a változó egy tartományára adja meg a helyettesítési értéket. Ezen a tartományon kívüli értékeket és a táblázatból kikeresett függvényértéket megfelelően transzformálni kell.

### Példák:

1. Adott szám négyzetének meghatározása:

$$x = 43,86 \quad N^2 = 4,38^2 = 19,18 \text{ a táblázat 4,3-as sorának 8-as oszlopából.}$$

$$6 \rightarrow +5 \text{ a javítások táblázatának 6-os oszlopából} \quad 4,386^2 = 19,23$$

$$x^2 = 19,23 \cdot 10^2 = 1923.$$

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4,2	17,64	17,72	17,81	17,89	17,98	18,06	18,15	18,23	18,32	18,40	1	2	3	3	4	5	6	7	8
4,3	18,49	18,58	18,66	18,75	18,84	18,92	19,01	19,10	19,18	19,27	1	2	3	3	4	5	6	7	8
4,4	19,36	19,45	19,54	19,62	19,71	19,80	19,89	19,98	20,07	20,16	1	2	3	4	4	5	6	7	8

2. Adott szám négyzetgyökének meghatározása:

$$x = 5,247 \quad \sqrt{5,24} = 2,289 \text{ a táblázat első részéből (} 1,00 \leq x \leq 9,99 \text{)}$$

$$7 \rightarrow +1 \text{ a javítások táblázatának 7-es oszlopából} \quad \sqrt{5,247} = 2,290$$

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,1	2,258	2,261	2,263	2,265	2,267	2,269	2,272	2,274	2,276	2,278	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5,2	2,280	2,283	2,285	2,287	2,289	2,291	2,293	2,296	2,298	2,300	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5,3	2,302	2,304	2,307	2,309	2,311	2,313	2,315	2,317	2,319	2,322	0	0	1	1	1	1	1	2	2

$$x = 52,47 \quad \sqrt{52,4} = 7,239 \text{ a táblázat második részéből (} 10,0 \leq x \leq 99,9 \text{)}$$

$$7 \rightarrow +5 \text{ a javítások táblázatának 7-es oszlopából} \quad \sqrt{52,47} = 7,244$$

10N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
51,	7,141	7,148	7,155	7,162	7,169	7,176	7,183	7,190	7,197	7,204	1	1	2	3	3	4	5	6	6
52,	7,211	7,218	7,225	7,232	7,239	7,246	7,253	7,259	7,266	7,273	1	1	2	3	3	4	5	5	6
53,	7,280	7,287	7,294	7,301	7,308	7,314	7,321	7,328	7,335	7,342	1	1	2	3	3	4	5	5	6

3. Adott szám logaritmusának meghatározása:

$$x = 438,6 \quad \lg N = \lg 4,38 = 0,6415 \text{ a táblázat } 4,3\text{-as sorának } 8\text{-as oszlopából.}$$

$$6 \rightarrow +6 \text{ a javítások táblázatának } 6\text{-os oszlopából} \quad \lg 4,398 = 0,6421 \quad \lg 438,6 = 2,6421$$

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4,2	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	0	2	3	4	5	6	7	8	9
4,3	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	0	2	3	4	5	6	7	8	9
4,4	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	0	2	3	4	5	6	7	8	9

4. Adott szög szinuszának és koszinuszának meghatározása:

$$\alpha = 27^\circ 46' \quad \sin 27^\circ 40' = 0,4643 \text{ a táblázat } 27^\circ\text{-os sorának } 40'\text{-es oszlopából.}$$

$$6' \rightarrow 15 \text{ a javítások táblázatának } 6\text{-os oszlopából} \quad \sin 27^\circ 46' = 0,4658$$

$\sin 0^\circ - 45^\circ$									
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		
26	4384	4410	4436	4462	4488	4514	4540	63	1' 2' 3' 4' 5' 6' 7' 8' 9'
27	4540	4566	4592	4617	4643	4669	4695	62	3 5 8 10 13 15 18 21 23
28	4695	4720	4746	4772	4797	4823	4848	61	3 5 8 10 13 15 18 20 23

$$\alpha = 27^\circ 46' \quad \cos 27^\circ 40' = 0,8857 \text{ a jobb oldali } 27^\circ\text{-os sor } 40'\text{-es oszlopából.}$$

$$6' \rightarrow -8 \text{ a javítások táblázatának } 6\text{-os oszlopából} \quad \cos 27^\circ 46' = 0,8849$$

61	8746	8760	8774	8788	8802	8816	8829	28	1 3 4 6 7 8 10 11 12
62	8829	8843	8857	8870	8884	8897	8910	27	1 3 4 5 7 8 9 11 12
63	8910	8923	8936	8949	8962	8975	8988	26	1 3 4 5 6 8 9 10 12
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1' 2' 3' 4' 5' 6' 7' 8' 9'

5. Adott tangens értékéből a szög meghatározása (visszakeresés):

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,2720 \quad \operatorname{tg} 15^\circ 10' \equiv 0,2711 \text{ a táblázat } 15^\circ\text{-os sorában a } 10'\text{-es oszlopban}$$

$$9 \text{ a különbség, ami a javítások } 3'\text{-es oszlopában áll.} \quad \alpha = 15^\circ 10' + 3' = 15^\circ 13'$$

$\operatorname{tg} 0^\circ - 30^\circ$									
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		
14	2493	2524	2555	2586	2617	2648	2679	75°	1' 2' 3' 4' 5' 6' 7' 8' 9'
15°	0,2679	0,2711	0,2742	0,2773	0,2805	0,2836	0,2867	74	3 6 9 12 16 19 22 25 28
16	2867	2899	2931	2962	2994	3026	3057	73	3 6 9 13 16 19 22 25 28

10.2. Számok négyzete/1

$$x = N \cdot 10^k$$

$$x^2 = N^2 \cdot 10^{2k}$$

1,00 – 5,49

<i>N</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1,000	1,020	1,040	1,061	1,082	1,103	1,124	1,145	1,166	1,188	2	4	6	8	11	13	15	17	19
1.1	1,210	1,232	1,254	1,277	1,300	1,323	1,346	1,369	1,392	1,416	2	5	7	9	12	14	16	18	21
1.2	1,440	1,464	1,488	1,513	1,538	1,563	1,588	1,613	1,638	1,664	3	5	8	10	13	15	18	20	23
1.3	1,690	1,716	1,742	1,769	1,796	1,823	1,850	1,877	1,904	1,932	3	5	8	11	14	16	19	22	24
1.4	1,960	1,988	2,016	2,045	2,074	2,103	2,132	2,161	2,190	2,220	3	6	9	12	15	17	20	23	26
1.5	2,250	2,280	2,310	2,341	2,372	2,403	2,434	2,465	2,496	2,528	3	6	9	12	16	19	22	25	28
1.6	2,560	2,592	2,624	2,657	2,690	2,723	2,756	2,789	2,822	2,856	3	7	10	13	17	20	23	26	30
1.7	2,890	2,924	2,958	2,993	3,028	3,063	3,098	3,133	3,168	3,204	4	7	11	14	18	21	25	28	32
1.8	3,240	3,276	3,312	3,349	3,386	3,423	3,460	3,497	3,534	3,572	4	7	11	15	19	22	26	30	33
1.9	3,610	3,648	3,686	3,725	3,764	3,803	3,842	3,881	3,920	3,960	4	8	12	16	20	23	27	31	35
2.0	4,000	4,040	4,080	4,121	4,162	4,203	4,244	4,285	4,326	4,368	4	8	12	16	21	25	29	33	37
2.1	4,410	4,452	4,494	4,537	4,580	4,623	4,666	4,709	4,752	4,796	4	9	13	17	22	26	30	34	39
2.2	4,840	4,884	4,928	4,973	5,018	5,063	5,108	5,153	5,198	5,244	4	9	14	18	22	27	31	36	40
2.3	5,290	5,336	5,382	5,429	5,476	5,523	5,570	5,617	5,664	5,712	5	9	14	19	24	28	33	38	42
2.4	5,760	5,808	5,856	5,905	5,954	6,003	6,052	6,101	6,150	6,200	5	10	15	20	25	29	34	39	44
2.5	6,250	6,300	6,350	6,401	6,452	6,503	6,554	6,605	6,656	6,708	5	10	15	20	26	31	36	41	46
2.6	6,760	6,812	6,864	6,917	6,970	7,023	7,076	7,129	7,182	7,236	5	11	16	21	27	32	37	42	48
2.7	7,290	7,344	7,398	7,453	7,508	7,563	7,618	7,673	7,728	7,784	5	11	16	22	27	33	38	44	49
2.8	7,840	7,896	7,952	8,009	8,066	8,123	8,180	8,237	8,294	8,352	6	11	17	23	29	34	40	46	51
2.9	8,410	8,468	8,526	8,585	8,644	8,703	8,762	8,821	8,880	8,940	6	12	18	24	30	35	41	47	53
3.0	9,000	9,060	9,120	9,181	9,242	9,303	9,364	9,425	9,486	9,548	6	12	18	24	31	37	43	49	55
3.1	9,610	9,672	9,734	9,797	9,860	9,923	9,986	10,049	10,112	10,176	6	13	19	25	32	38	44	50	57
3.2	10,24	10,30	10,37	10,43	10,50	10,56	10,63	10,69	10,76	10,82	1	1	2	3	3	4	5	5	6
3.3	10,89	10,96	11,02	11,09	11,16	11,22	11,29	11,36	11,42	11,49	1	1	2	3	3	4	5	5	6
3.4	11,56	11,63	11,70	11,76	11,83	11,90	11,97	12,04	12,11	12,18	1	1	2	3	3	4	5	6	6
3.5	12,25	12,32	12,39	12,46	12,53	12,60	12,67	12,74	12,82	12,89	1	1	2	3	4	4	5	6	6
3.6	12,96	13,03	13,10	13,18	13,25	13,32	13,40	13,47	13,54	13,62	1	1	2	3	4	4	5	6	7
3.7	13,69	13,76	13,84	13,91	13,99	14,06	14,14	14,21	14,29	14,36	1	2	2	3	4	4	5	6	7
3.8	14,44	14,52	14,59	14,67	14,75	14,82	14,90	14,98	15,05	15,13	1	2	2	3	4	5	5	6	7
3.9	15,21	15,29	15,37	15,44	15,52	15,60	15,68	15,76	15,84	15,92	1	2	2	3	4	5	6	6	7
4.0	16,00	16,08	16,16	16,24	16,32	16,40	16,48	16,56	16,65	16,73	1	2	2	3	4	5	6	6	7
4.1	16,81	16,89	16,97	17,06	17,14	17,22	17,31	17,39	17,47	17,56	1	2	2	3	4	5	6	7	7
4.2	17,64	17,72	17,81	17,89	17,98	18,06	18,15	18,23	18,32	18,40	1	2	3	3	4	5	6	7	8
4.3	18,49	18,58	18,66	18,75	18,84	18,92	19,01	19,10	19,18	19,27	1	2	3	3	4	5	6	7	8
4.4	19,36	19,45	19,54	19,62	19,71	19,80	19,89	19,98	20,07	20,16	1	2	3	4	4	5	6	7	8
4.5	20,25	20,34	20,43	20,52	20,61	20,70	20,79	20,88	20,98	21,07	1	2	3	4	5	5	6	7	8
4.6	21,16	21,25	21,34	21,44	21,53	21,62	21,72	21,81	21,90	22,00	1	2	3	4	5	6	7	7	8
4.7	22,09	22,18	22,28	22,37	22,47	22,56	22,66	22,75	22,85	22,94	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.8	23,04	23,14	23,23	23,33	23,43	23,52	23,62	23,72	23,81	23,91	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.9	24,01	24,11	24,21	24,30	24,40	24,50	24,60	24,70	24,80	24,90	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.0	25,00	25,10	25,20	25,30	25,40	25,50	25,60	25,70	25,81	25,91	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.1	26,01	26,11	26,21	26,32	26,42	26,52	26,63	26,73	26,83	26,94	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.2	27,04	27,14	27,25	27,35	27,46	27,56	27,67	27,77	27,88	27,98	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.3	28,09	28,20	28,30	28,41	28,52	28,62	28,73	28,84	28,94	29,05	1	2	3	4	5	6	7	9	10
5.4	29,16	29,27	29,38	29,48	29,59	29,70	29,81	29,92	30,03	30,14	1	2	3	4	5	7	8	9	10
<i>N</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

10.2. Számok négyzete/2

$$x = N \cdot 10^k$$

$$x^2 = N^2 \cdot 10^{2k}$$

5,50 – 9,99

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	30,25	30,36	30,47	30,58	30,69	30,80	30,91	31,02	31,14	31,25	1	2	3	4	6	7	8	9	10
5,6	31,36	31,47	31,58	31,70	31,81	31,92	32,04	32,15	32,26	32,38	1	2	3	5	6	7	8	9	10
5,7	32,49	32,60	32,72	32,83	32,95	33,06	33,18	33,29	33,41	33,52	1	2	3	5	6	7	8	9	10
5,8	33,64	33,76	33,87	33,99	34,11	34,22	34,34	34,46	34,57	34,69	1	2	4	5	6	7	8	9	11
5,9	34,81	34,93	35,05	35,16	35,28	35,40	35,52	35,64	35,76	35,88	1	2	4	5	6	7	8	10	11
6,0	36,00	36,12	36,24	36,36	36,48	36,60	36,72	36,84	36,97	37,09	1	2	4	5	6	7	8	10	11
6,1	37,21	37,33	37,45	37,58	37,70	37,82	37,95	38,07	38,19	38,32	1	2	4	5	6	7	9	10	11
6,2	38,44	38,56	38,69	38,81	38,94	39,06	39,19	39,31	39,44	39,56	1	2	4	5	6	7	9	10	11
6,3	39,69	39,82	39,94	40,07	40,20	40,32	40,45	40,58	40,70	40,83	1	3	4	5	6	8	9	10	11
6,4	40,96	41,09	41,22	41,34	41,47	41,60	41,73	41,86	41,99	42,12	1	3	4	5	6	8	9	10	12
6,5	42,25	42,38	42,51	42,64	42,77	42,90	43,03	43,16	43,30	43,43	1	3	4	5	7	8	9	10	12
6,6	43,56	43,69	43,82	43,96	44,09	44,22	44,36	44,49	44,62	44,76	1	3	4	5	7	8	9	11	12
6,7	44,89	45,02	45,16	45,29	45,43	45,56	45,70	45,83	45,97	46,10	1	3	4	5	7	8	9	11	12
6,8	46,24	46,38	46,51	46,65	46,79	46,92	47,06	47,20	47,33	47,47	1	3	4	5	7	8	10	11	12
6,9	47,61	47,75	47,89	48,02	48,16	48,30	48,44	48,58	48,72	48,86	1	3	4	6	7	8	10	11	13
7,0	49,00	49,14	49,28	49,42	49,56	49,70	49,84	49,98	50,13	50,27	1	3	4	6	7	8	10	11	13
7,1	50,41	50,55	50,69	50,84	50,98	51,12	51,27	51,41	51,55	51,70	1	3	4	6	7	9	10	11	13
7,2	51,84	51,98	52,13	52,27	52,42	52,56	52,71	52,85	53,00	53,14	1	3	4	6	7	9	10	12	13
7,3	53,29	53,44	53,58	53,73	53,88	54,02	54,17	54,32	54,46	54,61	1	3	4	6	7	9	10	12	13
7,4	54,76	54,91	55,06	55,20	55,35	55,50	55,65	55,80	55,95	56,10	1	3	4	6	7	9	10	12	13
7,5	56,25	56,40	56,55	56,70	56,85	57,00	57,15	57,30	57,46	57,61	2	3	5	6	8	9	11	12	14
7,6	57,76	57,91	58,06	58,22	58,37	58,52	58,68	58,83	58,98	59,14	2	3	5	6	8	9	11	12	14
7,7	59,29	59,44	59,60	59,75	59,91	60,06	60,22	60,37	60,53	60,68	2	3	5	6	8	9	11	12	14
7,8	60,84	61,00	61,15	61,31	61,47	61,62	61,78	61,94	62,09	62,25	2	3	5	6	8	9	11	13	14
7,9	62,41	62,57	62,73	62,88	63,04	63,20	63,36	63,52	63,68	63,84	2	3	5	6	8	10	11	13	14
8,0	64,00	64,16	64,32	64,48	64,64	64,80	64,96	65,12	65,29	65,45	2	3	5	6	8	10	11	13	14
8,1	65,61	65,77	65,93	66,10	66,26	66,42	66,59	66,75	66,91	67,08	2	3	5	7	8	10	11	13	15
8,2	67,24	67,40	67,57	67,73	67,90	68,06	68,23	68,39	68,56	68,72	2	3	5	7	8	10	12	13	15
8,3	68,89	69,06	69,22	69,39	69,56	69,72	69,89	70,06	70,22	70,39	2	3	5	7	8	10	12	13	15
8,4	70,56	70,73	70,90	71,06	71,23	71,40	71,57	71,74	71,91	72,08	2	3	5	7	8	10	12	14	15
8,5	72,25	72,42	72,59	72,76	72,93	73,10	73,27	73,44	73,62	73,79	2	3	5	7	9	10	12	14	15
8,6	73,96	74,13	74,30	74,48	74,65	74,82	75,00	75,17	75,34	75,52	2	3	5	7	9	10	12	14	16
8,7	75,69	75,86	76,04	76,21	76,39	76,56	76,74	76,91	77,09	77,26	2	4	5	7	9	11	12	14	16
8,8	77,44	77,62	77,79	77,97	78,15	78,32	78,50	78,68	78,85	79,03	2	4	5	7	9	11	12	14	16
8,9	79,21	79,39	79,57	79,74	79,92	80,10	80,28	80,46	80,64	80,82	2	4	5	7	9	11	13	14	16
9,0	81,00	81,18	81,36	81,54	81,72	81,90	82,08	82,26	82,45	82,63	2	4	5	7	9	11	13	14	16
9,1	82,81	82,99	83,17	83,36	83,54	83,72	83,91	84,09	84,27	84,46	2	4	5	7	9	11	13	15	16
9,2	84,64	84,82	85,01	85,19	85,38	85,56	85,75	85,93	86,12	86,30	2	4	6	7	9	11	13	15	17
9,3	86,49	86,68	86,86	87,05	87,24	87,42	87,61	87,80	87,98	88,17	2	4	6	7	9	11	13	15	17
9,4	88,36	88,55	88,74	88,92	89,11	89,30	89,49	89,68	89,87	90,06	2	4	6	8	9	11	13	15	17
9,5	90,25	90,44	90,63	90,82	91,01	91,20	91,39	91,58	91,78	91,97	2	4	6	8	10	11	13	15	17
9,6	92,16	92,35	92,54	92,74	92,93	93,12	93,32	93,51	93,70	93,90	2	4	6	8	10	12	14	15	17
9,7	94,09	94,28	94,48	94,67	94,87	95,06	95,26	95,45	95,65	95,84	2	4	6	8	10	12	14	16	18
9,8	96,04	96,24	96,43	96,63	96,83	97,02	97,22	97,42	97,61	97,81	2	4	6	8	10	12	14	16	18
9,9	98,01	98,21	98,41	98,60	98,80	99,00	99,20	99,40	99,60	99,80	2	4	6	8	10	12	14	16	18
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

10.3. Számok négyzetgyöke/1

$$x = N \cdot 10^{2k}$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{N} \cdot 10^k$$

1,00 – 5,49

<i>N</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1,000	1,005	1,010	1,015	1,020	1,025	1,030	1,034	1,039	1,044	0	1	1	2	2	3	3	4	4
1.1	1,049	1,054	1,058	1,063	1,068	1,072	1,077	1,082	1,086	1,091	0	1	1	2	2	3	3	4	4
1.2	1,095	1,100	1,105	1,109	1,114	1,118	1,122	1,127	1,131	1,136	0	1	1	2	2	3	3	4	4
1.3	1,140	1,145	1,149	1,153	1,158	1,162	1,166	1,170	1,175	1,179	0	1	1	2	2	3	3	3	4
1.4	1,183	1,187	1,192	1,196	1,200	1,204	1,208	1,212	1,217	1,221	0	1	1	2	2	2	3	3	4
1.5	1,225	1,229	1,233	1,237	1,241	1,245	1,249	1,253	1,257	1,261	0	1	1	2	2	2	3	3	4
1.6	1,265	1,269	1,273	1,277	1,281	1,285	1,288	1,292	1,296	1,300	0	1	1	2	2	2	3	3	3
1.7	1,304	1,308	1,311	1,315	1,319	1,323	1,327	1,330	1,334	1,338	0	1	1	1	2	2	3	3	3
1.8	1,342	1,345	1,349	1,353	1,356	1,360	1,364	1,367	1,371	1,375	0	1	1	1	2	2	3	3	3
1.9	1,378	1,382	1,386	1,389	1,393	1,396	1,400	1,404	1,407	1,411	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2.0	1,414	1,418	1,421	1,425	1,428	1,432	1,435	1,439	1,442	1,446	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2.1	1,449	1,453	1,456	1,459	1,463	1,466	1,470	1,473	1,476	1,480	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2.2	1,483	1,487	1,490	1,493	1,497	1,500	1,503	1,507	1,510	1,513	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2.3	1,517	1,520	1,523	1,526	1,530	1,533	1,536	1,539	1,543	1,546	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2.4	1,549	1,552	1,556	1,559	1,562	1,565	1,568	1,572	1,575	1,578	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2.5	1,581	1,584	1,587	1,591	1,594	1,597	1,600	1,603	1,606	1,609	0	1	1	1	2	2	2	2	3
2.6	1,612	1,616	1,619	1,622	1,625	1,628	1,631	1,634	1,637	1,640	0	1	1	1	1	2	2	2	3
2.7	1,643	1,646	1,649	1,652	1,655	1,658	1,661	1,664	1,667	1,670	0	1	1	1	1	2	2	2	3
2.8	1,673	1,676	1,679	1,682	1,685	1,688	1,691	1,694	1,697	1,700	0	1	1	1	1	2	2	2	3
2.9	1,703	1,706	1,709	1,712	1,715	1,718	1,720	1,723	1,726	1,729	0	1	1	1	1	2	2	2	3
3.0	1,732	1,735	1,738	1,741	1,744	1,746	1,749	1,752	1,755	1,758	0	1	1	1	1	2	2	2	3
3.1	1,761	1,764	1,766	1,769	1,772	1,775	1,778	1,780	1,783	1,786	0	1	1	1	1	2	2	2	2
3.2	1,789	1,792	1,794	1,797	1,800	1,803	1,806	1,808	1,811	1,814	0	1	1	1	1	2	2	2	2
3.3	1,817	1,819	1,822	1,825	1,828	1,830	1,833	1,836	1,838	1,841	0	0	1	1	1	2	2	2	2
3.4	1,844	1,847	1,849	1,852	1,855	1,857	1,860	1,863	1,865	1,868	0	0	1	1	1	1	2	2	2
3.5	1,871	1,873	1,876	1,879	1,881	1,884	1,887	1,889	1,892	1,895	0	0	1	1	1	1	2	2	2
3.6	1,897	1,900	1,903	1,905	1,908	1,910	1,913	1,916	1,918	1,921	0	0	1	1	1	1	2	2	2
3.7	1,924	1,926	1,929	1,931	1,934	1,936	1,939	1,942	1,944	1,947	0	0	1	1	1	1	2	2	2
3.8	1,949	1,952	1,954	1,957	1,960	1,962	1,965	1,967	1,970	1,972	0	0	1	1	1	1	2	2	2
3.9	1,975	1,977	1,980	1,982	1,985	1,987	1,990	1,992	1,995	1,997	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.0	2,000	2,002	2,005	2,007	2,010	2,012	2,015	2,017	2,020	2,022	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.1	2,025	2,027	2,030	2,032	2,035	2,037	2,040	2,042	2,045	2,047	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.2	2,049	2,052	2,054	2,057	2,059	2,062	2,064	2,066	2,069	2,071	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.3	2,074	2,076	2,078	2,081	2,083	2,086	2,088	2,090	2,093	2,095	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.4	2,098	2,100	2,102	2,105	2,107	2,110	2,112	2,114	2,117	2,119	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.5	2,121	2,124	2,126	2,128	2,131	2,133	2,135	2,138	2,140	2,142	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.6	2,145	2,147	2,149	2,152	2,154	2,156	2,159	2,161	2,163	2,166	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.7	2,168	2,170	2,173	2,175	2,177	2,179	2,182	2,184	2,186	2,189	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.8	2,191	2,193	2,195	2,198	2,200	2,202	2,205	2,207	2,209	2,211	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4.9	2,214	2,216	2,218	2,220	2,223	2,225	2,227	2,229	2,232	2,234	0	0	1	1	1	1	2	2	2
5.0	2,236	2,238	2,241	2,243	2,245	2,247	2,249	2,252	2,254	2,256	0	0	1	1	1	1	2	2	2
5.1	2,258	2,261	2,263	2,265	2,267	2,269	2,272	2,274	2,276	2,278	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5.2	2,280	2,283	2,285	2,287	2,289	2,291	2,293	2,296	2,298	2,300	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5.3	2,302	2,304	2,307	2,309	2,311	2,313	2,315	2,317	2,319	2,322	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5.4	2,324	2,326	2,328	2,330	2,332	2,335	2,337	2,339	2,341	2,343	0	0	1	1	1	1	1	2	2
<i>N</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9



10.3. Számok négyzetgyöke/2

$$x = N \cdot 10^{2k}$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{N} \cdot 10^k$$

5,50 – 9,99

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	2,345	2,347	2,349	2,352	2,354	2,356	2,358	2,360	2,362	2,364	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5,6	2,366	2,369	2,371	2,373	2,375	2,377	2,379	2,381	2,383	2,385	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5,7	2,387	2,390	2,392	2,394	2,396	2,398	2,400	2,402	2,404	2,406	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5,8	2,408	2,410	2,412	2,415	2,417	2,419	2,421	2,423	2,425	2,427	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5,9	2,429	2,431	2,433	2,435	2,437	2,439	2,441	2,443	2,445	2,447	0	0	1	1	1	1	1	2	2
<b>6,0</b>	<b>2,449</b>	<b>2,452</b>	<b>2,454</b>	<b>2,456</b>	<b>2,458</b>	<b>2,460</b>	<b>2,462</b>	<b>2,464</b>	<b>2,466</b>	<b>2,468</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
6,1	2,470	2,472	2,474	2,476	2,478	2,480	2,482	2,484	2,486	2,488	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6,2	2,490	2,492	2,494	2,496	2,498	2,500	2,502	2,504	2,506	2,508	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6,3	2,510	2,512	2,514	2,516	2,518	2,520	2,522	2,524	2,526	2,528	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6,4	2,530	2,532	2,534	2,536	2,538	2,540	2,542	2,544	2,546	2,548	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6,5	2,550	2,551	2,553	2,555	2,557	2,559	2,561	2,563	2,565	2,567	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6,6	2,569	2,571	2,573	2,575	2,577	2,579	2,581	2,583	2,585	2,587	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6,7	2,588	2,590	2,592	2,594	2,596	2,598	2,600	2,602	2,604	2,606	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6,8	2,608	2,610	2,612	2,613	2,615	2,617	2,619	2,621	2,623	2,625	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6,9	2,627	2,629	2,631	2,632	2,634	2,636	2,638	2,640	2,642	2,644	0	0	1	1	1	1	1	2	2
<b>7,0</b>	<b>2,646</b>	<b>2,648</b>	<b>2,650</b>	<b>2,651</b>	<b>2,653</b>	<b>2,655</b>	<b>2,657</b>	<b>2,659</b>	<b>2,661</b>	<b>2,663</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
7,1	2,665	2,666	2,668	2,670	2,672	2,674	2,676	2,678	2,680	2,681	0	0	1	1	1	1	1	2	2
7,2	2,683	2,685	2,687	2,689	2,691	2,693	2,694	2,696	2,698	2,700	0	0	1	1	1	1	1	2	2
7,3	2,702	2,704	2,706	2,707	2,709	2,711	2,713	2,715	2,717	2,718	0	0	1	1	1	1	1	2	2
7,4	2,720	2,722	2,724	2,726	2,728	2,729	2,731	2,733	2,735	2,737	0	0	0	1	1	1	1	2	2
7,5	2,739	2,740	2,742	2,744	2,746	2,748	2,750	2,751	2,753	2,755	0	0	0	1	1	1	1	2	2
7,6	2,757	2,759	2,760	2,762	2,764	2,766	2,768	2,769	2,771	2,773	0	0	0	1	1	1	1	2	2
7,7	2,775	2,777	2,778	2,780	2,782	2,784	2,786	2,787	2,789	2,791	0	0	0	1	1	1	1	2	2
7,8	2,793	2,795	2,796	2,798	2,800	2,802	2,804	2,805	2,807	2,809	0	0	0	1	1	1	1	2	2
7,9	2,811	2,812	2,814	2,816	2,818	2,820	2,821	2,823	2,825	2,827	0	0	0	1	1	1	1	2	2
<b>8,0</b>	<b>2,828</b>	<b>2,830</b>	<b>2,832</b>	<b>2,834</b>	<b>2,835</b>	<b>2,837</b>	<b>2,839</b>	<b>2,841</b>	<b>2,843</b>	<b>2,844</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
8,1	2,846	2,848	2,850	2,851	2,853	2,855	2,857	2,858	2,860	2,862	0	0	0	1	1	1	1	2	2
8,2	2,864	2,865	2,867	2,869	2,871	2,872	2,874	2,876	2,877	2,879	0	0	0	1	1	1	1	2	2
8,3	2,881	2,883	2,884	2,886	2,888	2,890	2,891	2,893	2,895	2,897	0	0	0	1	1	1	1	2	2
8,4	2,898	2,900	2,902	2,903	2,905	2,907	2,909	2,910	2,912	2,914	0	0	0	1	1	1	1	2	2
8,5	2,915	2,917	2,919	2,921	2,922	2,924	2,926	2,927	2,929	2,931	0	0	0	1	1	1	1	2	2
8,6	2,933	2,934	2,936	2,938	2,939	2,941	2,943	2,944	2,946	2,948	0	0	0	1	1	1	1	2	2
8,7	2,950	2,951	2,953	2,955	2,956	2,958	2,960	2,961	2,963	2,965	0	0	0	1	1	1	1	2	2
8,8	2,966	2,968	2,970	2,972	2,973	2,975	2,977	2,978	2,980	2,982	0	0	0	1	1	1	1	2	2
8,9	2,983	2,985	2,987	2,988	2,990	2,992	2,993	2,995	2,997	2,998	0	0	0	1	1	1	1	2	2
<b>9,0</b>	<b>3,000</b>	<b>3,002</b>	<b>3,003</b>	<b>3,005</b>	<b>3,007</b>	<b>3,008</b>	<b>3,010</b>	<b>3,012</b>	<b>3,013</b>	<b>3,015</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
9,1	3,017	3,018	3,020	3,022	3,023	3,025	3,027	3,028	3,030	3,032	0	0	0	1	1	1	1	2	2
9,2	3,033	3,035	3,036	3,038	3,040	3,041	3,043	3,045	3,046	3,048	0	0	0	1	1	1	1	2	2
9,3	3,050	3,051	3,053	3,055	3,056	3,058	3,059	3,061	3,063	3,064	0	0	0	1	1	1	1	2	2
9,4	3,066	3,068	3,069	3,071	3,072	3,074	3,076	3,077	3,079	3,081	0	0	0	1	1	1	1	2	2
9,5	3,082	3,084	3,085	3,087	3,089	3,090	3,092	3,094	3,095	3,097	0	0	0	1	1	1	1	2	2
9,6	3,098	3,100	3,102	3,103	3,105	3,106	3,108	3,110	3,111	3,113	0	0	0	1	1	1	1	2	2
9,7	3,114	3,116	3,118	3,119	3,121	3,122	3,124	3,126	3,127	3,129	0	0	0	1	1	1	1	2	2
9,8	3,130	3,132	3,134	3,135	3,137	3,138	3,140	3,142	3,143	3,145	0	0	0	1	1	1	1	2	2
9,9	3,146	3,148	3,150	3,151	3,153	3,154	3,156	3,158	3,159	3,161	0	0	0	1	1	1	1	2	2
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

10.3. Számok négyzetgyöke/3

$$x = N \cdot 10^{2k+1}$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{10N} \cdot 10^k$$

10.0 – 54.9

10N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	3,162	3,178	3,194	3,209	3,225	3,240	3,256	3,271	3,286	3,302	1	3	5	6	8	9	11	12	14
11	3,317	3,332	3,347	3,362	3,376	3,391	3,406	3,421	3,435	3,450	1	3	4	6	7	9	10	12	13
12	3,464	3,479	3,493	3,507	3,521	3,536	3,550	3,564	3,578	3,592	1	3	4	6	7	8	10	11	13
13	3,606	3,619	3,633	3,647	3,661	3,674	3,688	3,701	3,715	3,728	1	3	4	5	7	8	9	11	12
14	3,742	3,755	3,768	3,782	3,795	3,808	3,821	3,834	3,847	3,860	1	3	4	5	7	8	9	10	12
15	3,873	3,886	3,899	3,912	3,924	3,937	3,950	3,962	3,975	3,987	1	2	4	5	6	8	9	10	11
16	4,000	4,012	4,025	4,037	4,050	4,062	4,074	4,087	4,099	4,111	1	2	4	5	6	7	9	10	11
17	4,123	4,135	4,147	4,159	4,171	4,183	4,195	4,207	4,219	4,231	1	2	4	5	6	7	8	10	11
18	4,243	4,254	4,266	4,278	4,290	4,301	4,313	4,324	4,336	4,347	1	2	3	5	6	7	8	9	10
19	4,359	4,370	4,382	4,393	4,405	4,416	4,427	4,438	4,450	4,461	1	2	3	4	6	7	8	9	10
20	4,472	4,483	4,494	4,506	4,517	4,528	4,539	4,550	4,561	4,572	1	2	3	4	5	7	8	9	10
21	4,583	4,593	4,604	4,615	4,626	4,637	4,648	4,658	4,669	4,680	1	2	3	4	5	6	7	9	10
22	4,690	4,701	4,712	4,722	4,733	4,743	4,754	4,764	4,775	4,785	1	2	3	4	5	6	7	8	9
23	4,796	4,806	4,817	4,827	4,837	4,848	4,858	4,868	4,879	4,889	1	2	3	4	5	6	7	8	9
24	4,899	4,909	4,919	4,930	4,940	4,950	4,960	4,970	4,980	4,990	1	2	3	4	5	6	7	8	9
25	5,000	5,010	5,020	5,030	5,040	5,050	5,060	5,070	5,079	5,089	1	2	3	4	5	6	7	8	9
26	5,099	5,109	5,119	5,128	5,138	5,148	5,158	5,167	5,177	5,187	1	2	3	4	5	6	7	8	9
27	5,196	5,206	5,215	5,225	5,235	5,244	5,254	5,263	5,273	5,282	1	2	3	4	5	6	7	8	9
28	5,292	5,301	5,310	5,320	5,329	5,339	5,348	5,357	5,367	5,376	1	2	3	4	5	6	7	7	8
29	5,385	5,394	5,404	5,413	5,422	5,431	5,441	5,450	5,459	5,468	1	2	3	4	5	5	6	7	8
30	5,477	5,486	5,495	5,505	5,514	5,523	5,532	5,541	5,550	5,559	1	2	3	4	4	5	6	7	8
31	5,568	5,577	5,586	5,595	5,604	5,612	5,621	5,630	5,639	5,648	1	2	3	4	4	5	6	7	8
32	5,657	5,666	5,675	5,683	5,692	5,701	5,710	5,718	5,727	5,736	1	2	3	3	4	5	6	7	8
33	5,745	5,753	5,762	5,771	5,779	5,788	5,797	5,805	5,814	5,822	1	2	3	3	4	5	6	7	8
34	5,831	5,840	5,848	5,857	5,865	5,874	5,882	5,891	5,899	5,908	1	2	3	3	4	5	6	7	8
35	5,916	5,925	5,933	5,941	5,950	5,958	5,967	5,975	5,983	5,992	1	2	2	3	4	5	6	7	8
36	6,000	6,008	6,017	6,025	6,033	6,042	6,050	6,058	6,066	6,075	1	2	2	3	4	5	6	7	7
37	6,083	6,091	6,099	6,107	6,116	6,124	6,132	6,140	6,148	6,156	1	2	2	3	4	5	6	6	7
38	6,164	6,173	6,181	6,189	6,197	6,205	6,213	6,221	6,229	6,237	1	2	2	3	4	5	6	6	7
39	6,245	6,253	6,261	6,269	6,277	6,285	6,293	6,301	6,309	6,317	1	2	2	3	4	5	6	6	7
40	6,325	6,332	6,340	6,348	6,356	6,364	6,372	6,380	6,387	6,395	1	2	2	3	4	5	5	6	7
41	6,403	6,411	6,419	6,427	6,434	6,442	6,450	6,458	6,465	6,473	1	2	2	3	4	5	5	6	7
42	6,481	6,488	6,496	6,504	6,512	6,519	6,527	6,535	6,542	6,550	1	1	2	3	4	5	5	6	7
43	6,557	6,565	6,573	6,580	6,588	6,595	6,603	6,611	6,618	6,626	1	1	2	3	4	4	5	6	7
44	6,633	6,641	6,648	6,656	6,663	6,671	6,678	6,686	6,693	6,701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
45	6,708	6,716	6,723	6,731	6,738	6,745	6,753	6,760	6,768	6,775	1	1	2	3	4	4	5	6	7
46	6,782	6,790	6,797	6,804	6,812	6,819	6,826	6,834	6,841	6,848	1	1	2	3	4	4	5	6	7
47	6,856	6,863	6,870	6,877	6,885	6,892	6,899	6,907	6,914	6,921	1	1	2	3	4	4	5	6	6
48	6,928	6,935	6,943	6,950	6,957	6,964	6,971	6,979	6,986	6,993	1	1	2	3	4	4	5	6	6
49	7,000	7,007	7,014	7,021	7,029	7,036	7,043	7,050	7,057	7,064	1	1	2	3	4	4	5	6	6
50	7,071	7,078	7,085	7,092	7,099	7,106	7,113	7,120	7,127	7,134	1	1	2	3	3	4	5	6	6
51	7,141	7,148	7,155	7,162	7,169	7,176	7,183	7,190	7,197	7,204	1	1	2	3	3	4	5	6	6
52	7,211	7,218	7,225	7,232	7,239	7,246	7,253	7,259	7,266	7,273	1	1	2	3	3	4	5	5	6
53	7,280	7,287	7,294	7,301	7,308	7,314	7,321	7,328	7,335	7,342	1	1	2	3	3	4	5	5	6
54	7,348	7,355	7,362	7,369	7,376	7,382	7,389	7,396	7,403	7,409	1	1	2	3	3	4	5	5	6
10N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

10.3. Számok négyzetgyöke/4

$$x = N \cdot 10^{2k+1}$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{10N} \cdot 10^k$$

55,0 – 99,9

10N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55,	7,416	7,423	7,430	7,436	7,443	7,450	7,457	7,463	7,470	7,477	1	1	2	3	3	4	5	5	6
56,	7,483	7,490	7,497	7,503	7,510	7,517	7,523	7,530	7,537	7,543	1	1	2	3	3	4	5	5	6
57,	7,550	7,556	7,563	7,570	7,576	7,583	7,589	7,596	7,603	7,609	1	1	2	3	3	4	5	5	6
58,	7,616	7,622	7,629	7,635	7,642	7,649	7,655	7,662	7,668	7,675	1	1	2	3	3	4	5	5	6
59,	7,681	7,688	7,694	7,701	7,707	7,714	7,720	7,727	7,733	7,740	1	1	2	3	3	4	4	5	6
60,	7,746	7,752	7,759	7,765	7,772	7,778	7,785	7,791	7,797	7,804	1	1	2	3	3	4	4	5	6
61,	7,810	7,817	7,823	7,829	7,836	7,842	7,849	7,855	7,861	7,868	1	1	2	3	3	4	4	5	6
62,	7,874	7,880	7,887	7,893	7,899	7,906	7,912	7,918	7,925	7,931	1	1	2	2	3	4	4	5	6
63,	7,937	7,944	7,950	7,956	7,962	7,969	7,975	7,981	7,987	7,994	1	1	2	2	3	4	4	5	6
64,	8,000	8,006	8,012	8,019	8,025	8,031	8,037	8,044	8,050	8,056	1	1	2	2	3	4	4	5	6
65,	8,062	8,068	8,075	8,081	8,087	8,093	8,099	8,106	8,112	8,118	1	1	2	2	3	4	4	5	6
66,	8,124	8,130	8,136	8,142	8,149	8,155	8,161	8,167	8,173	8,179	1	1	2	2	3	4	4	5	5
67,	8,185	8,191	8,198	8,204	8,210	8,216	8,222	8,228	8,234	8,240	1	1	2	2	3	4	4	5	5
68,	8,246	8,252	8,258	8,264	8,270	8,276	8,283	8,289	8,295	8,301	1	1	2	2	3	4	4	5	5
69,	8,307	8,313	8,319	8,325	8,331	8,337	8,343	8,349	8,355	8,361	1	1	2	2	3	4	4	5	5
70,	8,367	8,373	8,379	8,385	8,390	8,396	8,402	8,408	8,414	8,420	1	1	2	2	3	4	4	5	5
71,	8,426	8,432	8,438	8,444	8,450	8,456	8,462	8,468	8,473	8,479	1	1	2	2	3	3	4	5	5
72,	8,485	8,491	8,497	8,503	8,509	8,515	8,521	8,526	8,532	8,538	1	1	2	2	3	3	4	5	5
73,	8,544	8,550	8,556	8,562	8,567	8,573	8,579	8,585	8,591	8,597	1	1	2	2	3	3	4	5	5
74,	8,602	8,608	8,614	8,620	8,626	8,631	8,637	8,643	8,649	8,654	1	1	2	2	3	3	4	5	5
75,	8,660	8,666	8,672	8,678	8,683	8,689	8,695	8,701	8,706	8,712	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76,	8,718	8,724	8,729	8,735	8,741	8,746	8,752	8,758	8,764	8,769	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77,	8,775	8,781	8,786	8,792	8,798	8,803	8,809	8,815	8,820	8,826	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78,	8,832	8,837	8,843	8,849	8,854	8,860	8,866	8,871	8,877	8,883	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79,	8,888	8,894	8,899	8,905	8,911	8,916	8,922	8,927	8,933	8,939	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80,	8,944	8,950	8,955	8,961	8,967	8,972	8,978	8,983	8,989	8,994	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81,	9,000	9,006	9,011	9,017	9,022	9,028	9,033	9,039	9,044	9,050	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82,	9,055	9,061	9,066	9,072	9,077	9,083	9,088	9,094	9,099	9,105	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83,	9,110	9,116	9,121	9,127	9,132	9,138	9,143	9,149	9,154	9,160	0	1	2	2	3	3	4	4	5
84,	9,165	9,171	9,176	9,182	9,187	9,192	9,198	9,203	9,209	9,214	0	1	2	2	3	3	4	4	5
85,	9,220	9,225	9,230	9,236	9,241	9,247	9,252	9,257	9,263	9,268	0	1	2	2	3	3	4	4	5
86,	9,274	9,279	9,284	9,290	9,295	9,301	9,306	9,311	9,317	9,322	0	1	2	2	3	3	4	4	5
87,	9,327	9,333	9,338	9,343	9,349	9,354	9,359	9,365	9,370	9,375	0	1	2	2	3	3	4	4	5
88,	9,381	9,386	9,391	9,397	9,402	9,407	9,413	9,418	9,423	9,429	0	1	2	2	3	3	4	4	5
89,	9,434	9,439	9,445	9,450	9,455	9,460	9,466	9,471	9,476	9,482	0	1	2	2	3	3	4	4	5
90,	9,487	9,492	9,497	9,503	9,508	9,513	9,518	9,524	9,529	9,534	0	1	2	2	3	3	4	4	5
91,	9,539	9,545	9,550	9,555	9,560	9,566	9,571	9,576	9,581	9,586	0	1	2	2	3	3	4	4	5
92,	9,592	9,597	9,602	9,607	9,612	9,618	9,623	9,628	9,633	9,638	0	1	2	2	3	3	4	4	5
93,	9,644	9,649	9,654	9,659	9,664	9,670	9,675	9,680	9,685	9,690	0	1	2	2	3	3	4	4	5
94,	9,695	9,701	9,706	9,711	9,716	9,721	9,726	9,731	9,737	9,742	0	1	1	2	3	3	4	4	5
95,	9,747	9,752	9,757	9,762	9,767	9,772	9,778	9,783	9,788	9,793	0	1	1	2	3	3	4	4	5
96,	9,798	9,803	9,808	9,813	9,818	9,823	9,829	9,834	9,839	9,844	0	1	1	2	2	3	4	4	5
97,	9,849	9,854	9,859	9,864	9,869	9,874	9,879	9,884	9,889	9,894	0	1	1	2	2	3	3	4	5
98,	9,899	9,905	9,910	9,915	9,920	9,925	9,930	9,935	9,940	9,945	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99,	9,950	9,955	9,960	9,965	9,970	9,975	9,980	9,985	9,990	9,995	0	1	1	2	2	3	3	4	4
10N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

10.4. Számok 10 alapú logaritmusai

$$x = N \cdot 10^k$$

$$\lg x = \lg N + k$$

1,000 – 1,499

<i>N</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>1,00</b>	0,0000	0004	0009	0013	0017	0022	0026	0030	0035	0039
1,01	0043	0048	0052	0056	0060	0065	0069	0073	0077	0082
1,02	0086	0090	0095	0099	0103	0107	0111	0116	0120	0124
1,03	0128	0133	0137	0141	0145	0149	0154	0158	0162	0166
1,04	0170	0175	0179	0183	0187	0191	0195	0199	0204	0208
1,05	0,0212	0216	0220	0224	0228	0233	0237	0241	0245	0249
1,06	0253	0257	0261	0265	0269	0273	0278	0282	0286	0290
1,07	0294	0298	0302	0306	0310	0314	0318	0322	0326	0330
1,08	0334	0338	0342	0346	0350	0354	0358	0362	0366	0370
1,09	0374	0378	0382	0386	0390	0394	0398	0402	0406	0410
<b>1,10</b>	0,0414	0418	0422	0426	0430	0434	0438	0441	0445	0449
1,11	0453	0457	0461	0465	0469	0473	0477	0481	0484	0488
1,12	0492	0496	0500	0504	0508	0512	0515	0519	0523	0527
1,13	0531	0535	0538	0542	0546	0550	0554	0558	0561	0565
1,14	0569	0573	0577	0580	0584	0588	0592	0596	0599	0603
1,15	0,0607	0611	0615	0618	0622	0626	0630	0633	0637	0641
1,16	0645	0648	0652	0656	0660	0663	0667	0671	0674	0678
1,17	0682	0686	0689	0693	0697	0700	0704	0708	0711	0715
1,18	0719	0722	0726	0730	0734	0737	0741	0745	0748	0752
1,19	0755	0759	0763	0766	0770	0774	0777	0781	0785	0788
<b>1,20</b>	0,0792	0795	0799	0803	0806	0810	0813	0817	0821	0824
1,21	0828	0831	0835	0839	0842	0846	0849	0853	0856	0860
1,22	0864	0867	0871	0874	0878	0881	0885	0888	0892	0896
1,23	0899	0903	0906	0910	0913	0917	0920	0924	0927	0931
1,24	0934	0938	0941	0945	0948	0952	0955	0959	0962	0966
1,25	0,0969	0973	0976	0980	0983	0986	0990	0993	0997	1000
1,26	1004	1007	1011	1014	1017	1021	1024	1028	1031	1035
1,27	1038	1041	1045	1048	1052	1055	1059	1062	1065	1069
1,28	1072	1075	1079	1082	1086	1089	1092	1096	1099	1103
1,29	1106	1109	1113	1116	1119	1123	1126	1129	1133	1136
<b>1,30</b>	0,1139	1143	1146	1149	1153	1156	1159	1163	1166	1169
1,31	1173	1176	1179	1183	1186	1189	1193	1196	1199	1202
1,32	1206	1209	1212	1216	1219	1222	1225	1229	1232	1235
1,33	1239	1242	1245	1248	1252	1255	1258	1261	1265	1268
1,34	1271	1274	1278	1281	1284	1287	1290	1294	1297	1300
1,35	0,1303	1307	1310	1313	1316	1319	1323	1326	1329	1332
1,36	1335	1339	1342	1345	1348	1351	1355	1358	1361	1364
1,37	1367	1370	1374	1377	1380	1383	1386	1389	1392	1396
1,38	1399	1402	1405	1408	1411	1414	1418	1421	1424	1427
1,39	1430	1433	1436	1440	1443	1446	1449	1452	1455	1458
<b>1,40</b>	0,1461	1464	1467	1471	1474	1477	1480	1483	1486	1489
1,41	1492	1495	1498	1501	1504	1508	1511	1514	1517	1520
1,42	1523	1526	1529	1532	1535	1538	1541	1544	1547	1550
1,43	1553	1556	1559	1562	1565	1569	1572	1575	1578	1581
1,44	1584	1587	1590	1593	1596	1599	1602	1605	1608	1611
1,45	0,1614	1617	1620	1623	1626	1629	1632	1635	1638	1641
1,46	1644	1647	1649	1652	1655	1658	1661	1664	1667	1670
1,47	1673	1676	1679	1682	1685	1688	1691	1694	1697	1700
1,48	1703	1706	1708	1711	1714	1717	1720	1723	1726	1729
1,49	1732	1735	1738	1741	1744	1746	1749	1752	1755	1758
<i>N</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

10.4. Számok 10 alapú logaritmusa/2

$$x = N \cdot 10^k$$

$$\lg x = \lg N + k$$

1,500 – 1,999

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>1.50</b>	0,1761	1764	1767	1770	1772	1775	1778	1781	1784	1787
1,51	1790	1793	1796	1798	1801	1804	1807	1810	1813	1816
1,52	1818	1821	1824	1827	1830	1833	1836	1838	1841	1844
1,53	1847	1850	1853	1855	1858	1861	1864	1867	1870	1872
1,54	1875	1878	1881	1884	1886	1889	1892	1895	1898	1901
1,55	0,1903	1906	1909	1912	1915	1917	1920	1923	1926	1928
1,56	1931	1934	1937	1940	1942	1945	1948	1951	1953	1956
1,57	1959	1962	1965	1967	1970	1973	1976	1978	1981	1984
1,58	1987	1989	1992	1995	1998	2000	2003	2006	2009	2011
1,59	2014	2017	2019	2022	2025	2028	2030	2033	2036	2038
<b>1.60</b>	0,2041	2044	2047	2049	2052	2055	2057	2060	2063	2066
1,61	2068	2071	2074	2076	2079	2082	2084	2087	2090	2092
1,62	2095	2098	2101	2103	2106	2109	2111	2114	2117	2119
1,63	2122	2125	2127	2130	2133	2135	2138	2140	2143	2146
1,64	2148	2151	2154	2156	2159	2162	2164	2167	2170	2172
1,65	0,2175	2177	2180	2183	2185	2188	2191	2193	2196	2198
1,66	2201	2204	2206	2209	2212	2214	2217	2219	2222	2225
1,67	2227	2230	2232	2235	2238	2240	2243	2245	2248	2251
1,68	2253	2256	2258	2261	2263	2266	2269	2271	2274	2276
1,69	2279	2281	2284	2287	2289	2292	2294	2297	2299	2302
<b>1.70</b>	0,2304	2307	2310	2312	2315	2317	2320	2322	2325	2327
1,71	2330	2333	2335	2338	2340	2343	2345	2348	2350	2353
1,72	2355	2358	2360	2363	2365	2368	2370	2373	2375	2378
1,73	2380	2383	2385	2388	2390	2393	2395	2398	2400	2403
1,74	2405	2408	2410	2413	2415	2418	2420	2423	2425	2428
1,75	0,2430	2433	2435	2438	2440	2443	2445	2448	2450	2453
1,76	2455	2458	2460	2463	2465	2467	2470	2472	2475	2477
1,77	2480	2482	2485	2487	2490	2492	2494	2497	2499	2502
1,78	2504	2507	2509	2512	2514	2516	2519	2521	2524	2526
1,79	2529	2531	2533	2536	2538	2541	2543	2545	2548	2550
<b>1.80</b>	0,2553	2555	2558	2560	2562	2565	2567	2570	2572	2574
1,81	2577	2579	2582	2584	2586	2589	2591	2594	2596	2598
1,82	2601	2603	2605	2608	2610	2613	2615	2617	2620	2622
1,83	2625	2627	2629	2632	2634	2636	2639	2641	2643	2646
1,84	2648	2651	2653	2655	2658	2660	2662	2665	2667	2669
1,85	0,2672	2674	2676	2679	2681	2683	2686	2688	2690	2693
1,86	2695	2697	2700	2702	2704	2707	2709	2711	2714	2716
1,87	2718	2721	2723	2725	2728	2730	2732	2735	2737	2739
1,88	2742	2744	2746	2749	2751	2753	2755	2758	2760	2762
1,89	2765	2767	2769	2772	2774	2776	2778	2781	2783	2785
<b>1.90</b>	0,2788	2790	2792	2794	2797	2799	2801	2804	2806	2808
1,91	2810	2813	2815	2817	2819	2822	2824	2826	2828	2831
1,92	2833	2835	2838	2840	2842	2844	2847	2849	2851	2853
1,93	2856	2858	2860	2862	2865	2867	2869	2871	2874	2876
1,94	2878	2880	2882	2885	2887	2889	2891	2894	2896	2898
1,95	0,2900	2903	2905	2907	2909	2911	2914	2916	2918	2920
1,96	2923	2925	2927	2929	2931	2934	2936	2938	2940	2942
1,97	2945	2947	2949	2951	2953	2956	2958	2960	2962	2964
1,98	2967	2969	2971	2973	2975	2978	2980	2982	2984	2986
1,99	2989	2991	2993	2995	2997	2999	3002	3004	3006	3008
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

10.4. Számok 10 alapú logaritmusai/3

$$x = N \cdot 10^k$$

$$\lg x = \lg N + k$$

2,00 – 5,99

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,0	0,3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	0	4	6	8	11	13	15	17	19
2,1	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	0	4	6	8	10	12	14	16	18
2,2	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	0	4	6	8	10	12	14	15	17
2,3	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	0	4	6	7	9	11	13	15	17
2,4	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	0	4	5	7	9	11	12	14	16
2,5	0,3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	0	3	5	7	9	10	12	14	15
2,6	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	0	3	5	7	8	10	11	13	15
2,7	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	0	3	5	6	8	9	11	13	14
2,8	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	0	3	5	6	8	9	11	12	14
2,9	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	0	3	4	6	7	9	10	12	13
3,0	0,4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	0	3	4	6	7	9	10	11	13
3,1	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	0	3	4	6	7	8	10	11	12
3,2	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	0	3	4	5	7	8	9	11	12
3,3	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	0	3	4	5	6	8	9	10	12
3,4	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	0	3	4	5	6	8	9	10	11
3,5	0,5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	0	2	4	5	6	7	9	10	11
3,6	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	0	2	4	5	6	7	8	10	11
3,7	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	0	2	3	5	6	7	8	9	10
3,8	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	0	2	3	5	6	7	8	9	10
3,9	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	0	2	3	4	6	7	8	9	10
4,0	0,6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	0	2	3	4	5	6	8	9	10
4,1	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	0	2	3	4	5	6	7	8	9
4,2	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	0	2	3	4	5	6	7	8	9
4,3	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	0	2	3	4	5	6	7	8	9
4,4	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	0	2	3	4	5	6	7	8	9
4,5	0,6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	0	2	3	4	5	6	7	8	9
4,6	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	0	2	3	4	5	6	7	7	8
4,7	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	0	2	3	4	5	5	6	7	8
4,8	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	0	2	3	4	4	5	6	7	8
4,9	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	0	2	3	4	4	5	6	7	8
5,0	0,6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	0	2	3	3	4	5	6	7	8
5,1	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	0	2	3	3	4	5	6	7	8
5,2	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	0	2	2	3	4	5	6	7	7
5,3	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	0	2	2	3	4	5	6	7	7
5,4	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	0	2	2	3	4	5	6	6	7
5,5	0,7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	0	2	2	3	4	5	5	6	7
5,6	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	0	2	2	3	4	5	5	6	7
5,7	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	0	2	2	3	4	5	5	6	7
5,8	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	0	1	2	3	4	4	5	6	7
5,9	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	0	1	2	3	4	4	5	6	7
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

10.4. Számok 10 alapú logaritmusá/4

$$x = N \cdot 10^k$$

$$\lg x = \lg N + k$$

6,00 – 9,99

<i>N</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6.0	0,7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	0	1	2	3	4	4	5	6	6
6.1	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	0	1	2	3	4	4	5	6	6
6.2	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	0	1	2	3	3	4	5	6	6
6.3	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	0	1	2	3	3	4	5	5	6
6.4	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	0	1	2	3	3	4	5	5	6
6.5	0,8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	0	1	2	3	3	4	5	5	6
6.6	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	0	1	2	3	3	4	5	5	6
6.7	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	0	1	2	3	3	4	5	5	6
6.8	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	0	1	2	3	3	4	4	5	6
6.9	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	0	1	2	3	3	4	4	5	6
7.0	0,8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	0	1	2	2	3	4	4	5	6
7.1	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	0	1	2	2	3	4	4	5	5
7.2	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	0	1	2	2	3	4	4	5	5
7.3	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	0	1	2	2	3	4	4	5	5
7.4	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	0	1	2	2	3	4	4	5	5
7.5	0,8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	0	1	2	2	3	3	4	5	5
7.6	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	0	1	2	2	3	3	4	5	5
7.7	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	0	1	2	2	3	3	4	4	5
7.8	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	0	1	2	2	3	3	4	4	5
7.9	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	0	1	2	2	3	3	4	4	5
8.0	0,9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	0	1	2	2	3	3	4	4	5
8.1	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	0	1	2	2	3	3	4	4	5
8.2	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	0	1	2	2	3	3	4	4	5
8.3	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	0	1	2	2	3	3	4	4	5
8.4	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	0	1	2	2	3	3	4	4	5
8.5	0,9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	0	1	2	2	3	3	4	4	5
8.6	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	0	1	2	2	3	3	4	4	5
8.7	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
8.8	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
8.9	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.0	0,9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.1	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.2	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.3	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.4	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.5	0,9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.6	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.7	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.8	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.9	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4
<i>N</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

10.5. Szögek szinusza és koszinusza/1

		$\sin 0^\circ - 45^\circ$															
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
0°	0,0000	0029	0058	0087	0116	0145	0175	89	3	6	9	12	15	17	20	23	26
1	0175	0204	0233	0262	0291	0320	0349	88	3	6	9	12	15	17	20	23	26
2	0349	0378	0407	0436	0465	0494	0523	87	3	6	9	12	15	17	20	23	26
3	0523	0552	0581	0610	0640	0669	0698	86	3	6	9	12	15	17	20	23	26
4	0698	0727	0756	0785	0814	0843	0872	85°	3	6	9	12	14	17	20	23	26
5°	0,0872	0901	0929	0958	0987	1016	1045	84	3	6	9	12	14	17	20	23	26
6	1045	1074	1103	1132	1161	1190	1219	83	3	6	9	12	14	17	20	23	26
7	1219	1248	1276	1305	1334	1363	1392	82	3	6	9	12	14	17	20	23	26
8	1392	1421	1449	1478	1507	1536	1564	81	3	6	9	12	14	17	20	23	26
9	1564	1593	1622	1650	1679	1708	1736	80°	3	6	9	11	14	17	20	23	26
10°	0,1736	1765	1794	1822	1851	1880	1908	79	3	6	9	11	14	17	20	23	26
11	1908	1937	1965	1994	2022	2051	2079	78	3	6	9	11	14	17	20	23	26
12	2079	2108	2136	2164	2193	2221	2250	77	3	6	9	11	14	17	20	23	26
13	2250	2278	2306	2334	2363	2391	2419	76	3	6	8	11	14	17	20	23	25
14	2419	2447	2476	2504	2532	2560	2588	75°	3	6	8	11	14	17	20	23	25
15°	0,2588	2616	2644	2672	2700	2728	2756	74	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2756	2784	2812	2840	2868	2896	2924	73	3	6	8	11	14	17	20	22	25
17	2924	2952	2979	3007	3035	3062	3090	72	3	6	8	11	14	17	19	22	25
18	3090	3118	3145	3173	3201	3228	3256	71	3	6	8	11	14	17	19	22	25
19	3256	3283	3311	3338	3365	3393	3420	70°	3	5	8	11	14	16	19	22	25
20°	0,3420	3448	3475	3502	3529	3557	3584	69	3	5	8	11	14	16	19	22	25
21	3584	3611	3638	3665	3692	3719	3746	68	3	5	8	11	14	16	19	22	24
22	3746	3773	3800	3827	3854	3881	3907	67	3	5	8	11	13	16	19	21	24
23	3907	3934	3961	3987	4014	4041	4067	66	3	5	8	11	13	16	19	21	24
24	4067	4094	4120	4147	4173	4200	4226	65°	3	5	8	11	13	16	19	21	24
25°	0,4226	4253	4279	4305	4331	4358	4384	64	3	5	8	11	13	16	18	21	24
26	4384	4410	4436	4462	4488	4514	4540	63	3	5	8	10	13	16	18	21	23
27	4540	4566	4592	4617	4643	4669	4695	62	3	5	8	10	13	15	18	21	23
28	4695	4720	4746	4772	4797	4823	4848	61	3	5	8	10	13	15	18	20	23
29	4848	4874	4899	4924	4950	4975	5000	60°	3	5	8	10	13	15	18	20	23
30°	0,5000	5025	5050	5075	5100	5125	5150	59	3	5	8	10	13	15	18	20	23
31	5150	5175	5200	5225	5250	5275	5299	58	2	5	7	10	12	15	17	20	22
32	5299	5324	5348	5373	5398	5422	5446	57	2	5	7	10	12	15	17	20	22
33	5446	5471	5495	5519	5544	5568	5592	56	2	5	7	10	12	15	17	19	22
34	5592	5616	5640	5664	5688	5712	5736	55°	2	5	7	10	12	14	17	19	22
35°	0,5736	5760	5783	5807	5831	5854	5878	54	2	5	7	9	12	14	17	19	21
36	5878	5901	5925	5948	5972	5995	6018	53	2	5	7	9	12	14	16	19	21
37	6018	6041	6065	6088	6111	6134	6157	52	2	5	7	9	12	14	16	18	21
38	6157	6180	6202	6225	6248	6271	6293	51	2	5	7	9	11	14	16	18	20
39	6293	6316	6338	6361	6383	6406	6428	50°	2	4	7	9	11	13	16	18	20
40°	0,6428	6450	6472	6494	6517	6539	6561	49	2	4	7	9	11	13	15	18	20
41	6561	6583	6604	6626	6648	6670	6691	48	2	4	7	9	11	13	15	17	20
42	6691	6713	6734	6756	6777	6799	6820	47	2	4	6	9	11	13	15	17	19
43	6820	6841	6862	6884	6905	6926	6947	46	2	4	6	8	11	13	15	17	19
44	6947	6967	6988	7009	7030	7050	7071	45°	2	4	6	8	10	12	15	17	19
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'

$\cos 45^\circ - 90^\circ$



10.5. Szögek szinuszra és koszinuszra/2

		sin 45° – 90°															
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
45°	0,7071	7092	7112	7133	7153	7173	7193	44	2	4	6	8	10	12	14	16	18
46	7193	7214	7234	7254	7274	7294	7314	43	2	4	6	8	10	12	14	16	18
47	7314	7333	7353	7373	7392	7412	7431	42	2	4	6	8	10	12	14	16	18
48	7431	7451	7470	7490	7509	7528	7547	41	2	4	6	8	10	12	13	15	17
49	7547	7566	7585	7604	7623	7642	7660	40°	2	4	6	8	9	11	13	15	17
50°	0,7660	7679	7698	7716	7735	7753	7771	39	2	4	6	7	9	11	13	15	17
51	7771	7790	7808	7826	7844	7862	7880	38	2	4	5	7	9	11	13	14	16
52	7880	7898	7916	7934	7951	7969	7986	37	2	4	5	7	9	11	12	14	16
53	7986	8004	8021	8039	8056	8073	8090	36	2	3	5	7	9	10	12	14	16
54	8090	8107	8124	8141	8158	8175	8192	35°	2	3	5	7	8	10	12	14	15
55°	0,8192	8208	8225	8241	8258	8274	8290	34	2	3	5	7	8	10	12	13	15
56	8290	8307	8323	8339	8355	8371	8387	33	2	3	5	6	8	10	11	13	14
57	8387	8403	8418	8434	8450	8465	8480	32	2	3	5	6	8	9	11	13	14
58	8480	8496	8511	8526	8542	8557	8572	31	2	3	5	6	8	9	11	12	14
59	8572	8587	8601	8616	8631	8646	8660	30°	1	3	4	6	7	9	10	12	13
60°	0,8660	8675	8689	8704	8718	8732	8746	29	1	3	4	6	7	9	10	11	13
61	8746	8760	8774	8788	8802	8816	8829	28	1	3	4	6	7	8	10	11	12
62	8829	8843	8857	8870	8884	8897	8910	27	1	3	4	5	7	8	9	11	12
63	8910	8923	8936	8949	8962	8975	8988	26	1	3	4	5	6	8	9	10	12
64	8988	9001	9013	9026	9038	9051	9063	25°	1	3	4	5	6	8	9	10	11
65°	0,9063	9075	9088	9100	9112	9124	9135	24	1	2	4	5	6	7	8	10	11
66	9135	9147	9159	9171	9182	9194	9205	23	1	2	3	5	6	7	8	9	10
67	9205	9216	9228	9239	9250	9261	9272	22	1	2	3	4	6	7	8	9	10
68	9272	9283	9293	9304	9315	9325	9336	21	1	2	3	4	5	6	7	9	10
69	9336	9346	9356	9367	9377	9387	9397	20°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
70°	0,9397	9407	9417	9426	9436	9446	9455	19	1	2	3	4	5	6	7	8	9
71	9455	9465	9474	9483	9492	9502	9511	18	1	2	3	4	5	6	6	7	8
72	9511	9520	9528	9537	9546	9555	9563	17	1	2	3	3	4	5	6	7	8
73	9563	9572	9580	9588	9596	9605	9613	16	1	2	2	3	4	5	6	7	7
74	9613	9621	9628	9636	9644	9652	9659	15°	1	2	2	3	4	5	5	6	7
75	0,9659	9667	9674	9681	9689	9696	9703	14	1	1	2	3	4	4	5	6	7
76	9703	9710	9717	9724	9730	9737	9744	13	1	1	2	3	3	4	5	5	6
77	9744	9750	9757	9763	9769	9775	9781	12	1	1	2	3	3	4	4	5	6
78	9781	9787	9793	9799	9805	9811	9816	11	1	1	2	2	3	3	4	5	5
79	9816	9822	9827	9833	9838	9843	9848	10°	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80°	0,9848	9853	9858	9863	9868	9872	9877	9	0	1	1	2	2	3	3	4	4
81	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	8	0	1	1	2	2	3	3	3	4
82	9903	9907	9911	9914	9918	9922	9925	7	0	1	1	2	2	2	3	3	3
83	9925	9929	9932	9936	9939	9942	9945	6	0	1	1	1	2	2	2	3	3
84	9945	9948	9951	9954	9957	9959	9962	5°	0	1	1	1	1	2	2	2	3
85°	0,9962	9964	9967	9969	9971	9974	9976	4	0	0	1	1	1	1	2	2	2
86	9976	9978	9980	9981	9983	9985	9986	3	0	0	1	1	1	1	1	2	2
87	9986	9988	9989	9990	9992	9993	9994	2	0	0	0	1	1	1	1	1	2
88	9994	9995	9996	9997	9997	9998	9998	1									
89	9998	9999	9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0°									
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
		cos 0° – 45°															

10.6. Nevezetes szögek szögfüggvényei

	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
ctg	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0	-

10.7. Szögek tangense és kotangense/1

		tg 0° – 30°															
		0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
0°	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89	3	6	9	12	15	17	20	23	26
1	0175	0204	0233	0262	0291	0320	0349	88	3	6	9	12	15	17	20	23	26
2	0349	0378	0407	0437	0466	0495	0524	87	3	6	9	12	15	17	20	23	26
3	0524	0553	0582	0612	0641	0670	0699	86	3	6	9	12	15	18	20	23	26
4	0699	0729	0758	0787	0816	0846	0875	85°	3	6	9	12	15	18	20	23	26
5°	0,0875	0,0904	0,0934	0,0963	0,0992	0,1022	0,1051	84	3	6	9	12	15	18	21	23	26
6	1051	1080	1110	1139	1169	1198	1228	83	3	6	9	12	15	18	21	24	27
7	1228	1257	1287	1317	1346	1376	1405	82	3	6	9	12	15	18	21	24	27
8	1405	1435	1465	1495	1524	1554	1584	81	3	6	9	12	15	18	21	24	27
9	1584	1614	1644	1673	1703	1733	1763	80°	3	6	9	12	15	18	21	24	27
10°	0,1763	0,1793	0,1823	0,1853	0,1883	0,1914	0,1944	79	3	6	9	12	15	18	21	24	27
11	1944	1974	2004	2035	2065	2095	2126	78	3	6	9	12	15	18	21	24	27
12	2126	2156	2186	2217	2247	2278	2309	77	3	6	9	12	15	18	21	24	27
13	2309	2339	2370	2401	2432	2462	2493	76	3	6	9	12	15	18	22	25	28
14	2493	2524	2555	2586	2617	2648	2679	75°	3	6	9	12	16	19	22	25	28
15°	0,2679	0,2711	0,2742	0,2773	0,2805	0,2836	0,2867	74	3	6	9	13	16	19	22	25	28
16	2867	2899	2931	2962	2994	3026	3057	73	3	6	9	13	16	19	22	25	28
17	3057	3089	3121	3153	3185	3217	3249	72	3	6	10	13	16	19	22	26	29
18	3249	3281	3314	3346	3378	3411	3443	71	3	6	10	13	16	19	23	26	29
19	3443	3476	3508	3541	3574	3607	3640	70°	3	7	10	13	16	20	23	26	29
20°	0,3640	0,3673	0,3706	0,3739	0,3772	0,3805	0,3839	69	3	7	10	13	17	20	23	27	30
21	3839	3872	3906	3939	3973	4006	4040	68	3	7	10	13	17	20	24	27	30
22	4040	4074	4108	4142	4176	4210	4245	67	3	7	10	14	17	20	24	27	31
23	4245	4279	4314	4348	4383	4417	4452	66	3	7	10	14	17	21	24	28	31
24	4452	4487	4522	4557	4592	4628	4663	65°	4	7	11	14	18	21	25	28	32
25°	0,4663	0,4699	0,4734	0,4770	0,4806	0,4841	0,4877	64	4	7	11	14	18	21	25	29	32
26	4877	4913	4950	4986	5022	5059	5095	63	4	7	11	15	18	22	25	29	33
27	5095	5132	5169	5206	5243	5280	5317	62	4	7	11	15	18	22	26	30	33
28	5317	5354	5392	5430	5467	5505	5543	61	4	8	11	15	19	23	26	30	34
29	5543	5581	5619	5658	5696	5735	5774	60°	4	8	12	15	19	23	27	31	35
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'

← ctg 60° – 90° →

10.7. Szögek tangense és kotangense/z

$\text{tg } 30^\circ - 75^\circ$																	
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
30°	0,5774	0,5812	0,5851	0,5890	0,5930	0,5969	0,6009	59	4	8	12	16	20	24	27	31	35
31	6009	6048	6088	6128	6168	6208	6249	58	4	8	12	16	20	24	28	32	36
32	6249	6289	6330	6371	6412	6453	6494	57	4	8	12	16	20	25	29	33	37
33	6494	6536	6577	6619	6661	6703	6745	56	4	8	13	17	21	25	29	33	38
34	6745	6787	6830	6873	6916	6959	7002	55°	4	9	13	17	21	26	30	34	39
35°	0,7002	0,7046	0,7089	0,7133	0,7177	0,7221	0,7265	54	4	9	13	18	22	26	31	35	40
36	7265	7310	7355	7400	7445	7490	7536	53	5	9	14	18	23	27	32	36	41
37	7536	7581	7627	7673	7720	7766	7813	52	5	9	14	18	23	28	32	37	42
38	7813	7860	7907	7954	8002	8050	8098	51	5	9	14	19	24	28	33	38	43
39	8098	8146	8195	8243	8292	8342	8391	50°	5	10	15	20	24	29	34	39	44
40°	0,8391	0,8441	0,8491	0,8541	0,8591	0,8642	0,8693	49	5	10	15	20	25	30	35	40	45
41	8693	8744	8796	8847	8899	8952	9004	48	5	10	16	21	26	31	36	41	47
42	9004	9057	9110	9163	9217	9271	9325	47	5	11	16	21	27	32	37	43	48
43	9325	9380	9435	9490	9545	9601	9657	46	6	11	17	22	28	33	39	44	50
44	9657	9713	9770	9827	9884	9942	1,0000	45°	6	11	17	23	29	34	40	46	51
45°	1,0000	1,006	1,012	1,018	1,024	1,030	1,036	44	1	1	2	2	3	4	4	5	5
46	036	042	048	054	060	066	072	43	1	1	2	2	3	4	4	5	5
47	072	079	085	091	098	104	111	42	1	1	2	3	3	4	5	5	6
48	111	117	124	130	137	144	150	41	1	1	2	3	3	4	5	5	6
49	150	157	164	171	178	185	192	40°	1	1	2	3	4	4	5	6	6
50°	1,192	1,199	1,206	1,213	1,220	1,228	1,235	39	1	1	2	3	4	4	5	6	6
51	235	242	250	257	265	272	280	38	1	2	2	3	4	5	5	6	7
52	280	288	295	303	311	319	327	37	1	2	2	3	4	5	5	6	7
53	327	335	343	351	360	368	376	36	1	2	2	3	4	5	6	7	7
54	376	385	393	402	411	419	428	35°	1	2	3	3	4	5	6	7	8
55°	1,428	1,437	1,446	1,455	1,464	1,473	1,483	34	1	2	3	4	5	5	6	7	8
56	483	492	501	511	520	530	540	33	1	2	3	4	5	6	7	8	9
57	540	550	560	570	580	590	600	32	1	2	3	4	5	6	7	8	9
58	600	611	621	632	643	653	664	31	1	2	3	4	5	6	7	9	10
59	664	675	686	698	709	720	732	30°	1	2	3	5	6	7	8	9	10
60°	1,732	1,744	1,756	1,767	1,780	1,792	1,804	29	1	2	4	5	6	7	8	10	11
61	804	816	829	842	855	868	881	28	1	3	4	5	6	8	9	10	12
62	881	894	907	921	935	949	963	27	1	3	4	5	7	8	10	11	12
63	1,963	1,977	1,991	2,006	2,020	2,035	2,050	26	1	3	4	6	7	9	10	12	13
64	2,050	2,066	2,081	2,097	2,112	2,128	2,145	25°	2	3	5	6	8	9	11	13	14
65°	2,145	2,161	2,177	2,194	2,211	2,229	2,246	24	2	3	5	7	8	10	12	14	15
66	246	264	282	300	318	337	356	23	2	4	6	7	9	11	13	15	16
67	356	375	394	414	434	455	475	22	2	4	6	8	10	12	14	16	18
68	475	496	517	539	560	583	605	21	2	4	7	9	11	13	15	17	20
69	605	628	651	675	699	723	747	20°	2	5	7	9	12	14	17	19	21
70°	2,747	2,773	2,798	2,824	2,850	2,877	2,904	19	3	5	8	10	13	16	18	21	23
71	2,904	2,932	2,960	2,989	3,018	3,047	3,078	18	3	6	9	12	15	17	20	23	26
72	3,078	3,108	3,140	3,172	3,204	3,237	3,271	17	3	6	10	13	16	19	23	26	29
73	3,271	3,305	3,340	3,376	3,412	3,450	3,487	16	4	7	11	14	18	22	25	29	32
74	3,487	3,526	3,566	3,606	3,647	3,689	3,732	15°	4	8	12	16	20	25	29	33	37
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'

$\text{ctg } 15^\circ - 60^\circ$

10.7. Szögek tangense és kotangense/3

$\text{tg } 75^\circ - 82^\circ$												
	0'	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	10'	
<b>75°0'</b>	3,732	3,736	3,741	3,745	3,749	3,754	3,758	3,763	3,767	3,772	3,776	50'
10'	3,776	3,780	3,785	3,789	3,794	3,798	3,803	3,807	3,812	3,816	3,821	40'
20'	3,821	3,825	3,830	3,834	3,839	3,844	3,848	3,853	3,857	3,862	3,867	30'
30'	3,867	3,871	3,876	3,881	3,885	3,890	3,895	3,899	3,904	3,909	3,914	20'
40'	3,914	3,918	3,923	3,928	3,933	3,938	3,942	3,947	3,952	3,957	3,962	10'
50'	3,962	3,967	3,971	3,976	3,981	3,986	3,991	3,996	4,001	4,006	4,011	<b>14°0'</b>
<b>76°0'</b>	4,011	4,016	4,021	4,026	4,031	4,036	4,041	4,046	4,051	4,056	4,061	50'
10'	4,061	4,066	4,071	4,076	4,082	4,087	4,092	4,097	4,102	4,107	4,113	40'
20'	4,113	4,118	4,123	4,128	4,134	4,139	4,144	4,149	4,155	4,160	4,165	30'
30'	4,165	4,171	4,176	4,181	4,187	4,192	4,198	4,203	4,208	4,214	4,219	20'
40'	4,219	4,225	4,230	4,236	4,241	4,247	4,252	4,258	4,264	4,269	4,275	10'
50'	4,275	4,280	4,286	4,292	4,297	4,303	4,309	4,314	4,320	4,326	4,331	<b>13°0'</b>
<b>77°0'</b>	4,331	4,337	4,343	4,349	4,355	4,360	4,366	4,372	4,378	4,384	4,390	50'
10'	4,390	4,396	4,402	4,407	4,413	4,419	4,425	4,431	4,437	4,443	4,449	40'
20'	4,449	4,455	4,462	4,468	4,474	4,480	4,486	4,492	4,498	4,505	4,511	30'
30'	4,511	4,517	4,523	4,529	4,536	4,542	4,548	4,555	4,561	4,567	4,574	20'
40'	4,574	4,580	4,586	4,593	4,599	4,606	4,612	4,619	4,625	4,632	4,638	10'
50'	4,638	4,645	4,651	4,658	4,665	4,671	4,678	4,685	4,691	4,698	4,705	<b>12°0'</b>
<b>78°0'</b>	4,705	4,711	4,718	4,725	4,732	4,739	4,745	4,752	4,759	4,766	4,773	50'
10'	4,773	4,780	4,787	4,794	4,801	4,808	4,815	4,822	4,829	4,836	4,843	40'
20'	4,843	4,850	4,857	4,864	4,872	4,879	4,886	4,893	4,901	4,908	4,915	30'
30'	4,915	4,922	4,930	4,937	4,945	4,952	4,959	4,967	4,974	4,982	4,989	20'
40'	4,989	4,997	5,005	5,012	5,020	5,027	5,035	5,043	5,050	5,058	5,066	10'
50'	5,066	5,074	5,081	5,089	5,097	5,105	5,113	5,121	5,129	5,137	5,145	<b>11°0'</b>
<b>79°0'</b>	5,145	5,153	5,161	5,169	5,177	5,185	5,193	5,201	5,209	5,217	5,226	50'
10'	5,226	5,234	5,242	5,250	5,259	5,267	5,276	5,284	5,292	5,301	5,309	40'
20'	5,309	5,318	5,326	5,335	5,343	5,352	5,361	5,369	5,378	5,387	5,396	30'
30'	5,396	5,404	5,413	5,422	5,431	5,440	5,449	5,458	5,466	5,475	5,485	20'
40'	5,485	5,494	5,503	5,512	5,521	5,530	5,539	5,549	5,558	5,567	5,576	10'
50'	5,576	5,586	5,595	5,605	5,614	5,623	5,633	5,642	5,652	5,662	5,671	<b>10°0'</b>
<b>80°0'</b>	5,671	5,681	5,691	5,700	5,710	5,720	5,730	5,740	5,749	5,759	5,769	50'
10'	5,769	5,779	5,789	5,799	5,810	5,820	5,830	5,840	5,850	5,861	5,871	40'
20'	5,871	5,881	5,892	5,902	5,912	5,923	5,933	5,944	5,954	5,965	5,976	30'
30'	5,976	5,986	5,997	6,008	6,019	6,030	6,041	6,051	6,062	6,073	6,084	20'
40'	6,084	6,096	6,107	6,118	6,129	6,140	6,152	6,163	6,174	6,186	6,197	10'
50'	6,197	6,209	6,220	6,232	6,243	6,255	6,267	6,278	6,290	6,302	6,314	<b>9°0'</b>
<b>81°0'</b>	6,314	6,326	6,338	6,350	6,362	6,374	6,386	6,398	6,410	6,423	6,435	50'
10'	6,435	6,447	6,460	6,472	6,485	6,497	6,510	6,522	6,535	6,548	6,561	40'
20'	6,561	6,573	6,586	6,599	6,612	6,625	6,638	6,651	6,665	6,678	6,691	30'
30'	6,691	6,704	6,718	6,731	6,745	6,758	6,772	6,786	6,799	6,813	6,827	20'
40'	6,827	6,841	6,855	6,869	6,883	6,897	6,911	6,925	6,940	6,954	6,968	10'
50'	6,968	6,983	6,997	7,012	7,026	7,041	7,056	7,071	7,085	7,100	7,115	<b>8°0'</b>
<b>82°0'</b>	7,115	7,130	7,146	7,161	7,176	7,191	7,207	7,222	7,238	7,253	7,269	50'
10'	7,269	7,284	7,300	7,316	7,332	7,348	7,364	7,380	7,396	7,412	7,429	40'
20'	7,429	7,445	7,462	7,478	7,495	7,511	7,528	7,545	7,562	7,579	7,596	30'
30'	7,596	7,613	7,630	7,647	7,665	7,682	7,700	7,717	7,735	7,753	7,770	20'
40'	7,770	7,788	7,806	7,824	7,842	7,861	7,879	7,897	7,916	7,934	7,953	10'
50'	7,953	7,972	7,991	8,009	8,028	8,048	8,067	8,086	8,105	8,125	8,144	<b>7°0'</b>
	10'	9'	8'	7'	6'	5'	4'	3'	2'	1'	0'	

$\text{ctg } 8^\circ - 15^\circ$

10.7. Szögek tangense és kotangense/4

$\text{tg } 83^\circ - 90^\circ$												
	0'	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	10'	
83°0'	8,144	8,164	8,184	8,204	8,223	8,243	8,264	8,284	8,304	8,324	8,345	50'
10'	8,345	8,366	8,386	8,407	8,428	8,449	8,470	8,491	8,513	8,534	8,556	40'
20'	8,556	8,577	8,599	8,621	8,643	8,665	8,687	8,709	8,732	8,754	8,777	30'
30'	8,777	8,800	8,823	8,846	8,869	8,892	8,915	8,939	8,962	8,986	9,010	10'
40'	9,010	9,034	9,058	9,082	9,106	9,131	9,156	9,180	9,205	9,230	9,255	10'
50'	9,255	9,281	9,306	9,332	9,357	9,383	9,409	9,435	9,461	9,488	9,514	6°0'
84°0'	9,514	9,541	9,568	9,595	9,622	9,649	9,677	9,704	9,732	9,760	9,788	50'
10'	9,788	9,816	9,845	9,873	9,902	9,931	9,960	9,989	10,019	10,048	10,078	40'
20'	10,08	10,11	10,14	10,17	10,20	10,23	10,26	10,29	10,32	10,35	10,39	30'
30'	10,39	10,42	10,45	10,48	10,51	10,55	10,58	10,61	10,64	10,68	10,71	20'
40'	10,71	10,75	10,78	10,81	10,85	10,88	10,92	10,95	10,99	11,02	11,06	10'
50'	11,06	11,10	11,13	11,17	11,20	11,24	11,28	11,32	11,35	11,39	11,43	5°0'
85°0'	11,43	11,47	11,51	11,55	11,59	11,62	11,66	11,70	11,74	11,79	11,83	50'
10'	11,83	11,87	11,91	11,95	11,99	12,03	12,08	12,12	12,16	12,21	12,25	40'
20'	12,25	12,29	12,34	12,38	12,43	12,47	12,52	12,57	12,61	12,66	12,71	30'
30'	12,71	12,75	12,80	12,85	12,90	12,95	13,00	13,05	13,10	13,15	13,20	20'
40'	13,20	13,25	13,30	13,35	13,40	13,46	13,51	13,56	13,62	13,67	13,73	10'
50'	13,73	13,78	13,84	13,89	13,95	14,01	14,07	14,12	14,18	14,24	14,30	4°0'
86°0'	14,30	14,36	14,42	14,48	14,54	14,61	14,67	14,73	14,80	14,86	14,92	50'
10'	14,92	14,99	15,06	15,12	15,19	15,26	15,33	15,39	15,46	15,53	15,60	40'
20'	15,60	15,68	15,75	15,82	15,89	15,97	16,04	16,12	16,20	16,27	16,35	30'
30'	16,35	16,43	16,51	16,59	16,67	16,75	16,83	16,92	17,00	17,08	17,17	20'
40'	17,17	17,26	17,34	17,43	17,52	17,61	17,70	17,79	17,89	17,98	18,07	10'
50'	18,07	18,17	18,27	18,37	18,46	18,56	18,67	18,77	18,87	18,98	19,08	3°0'
87°0'	19,08	19,19	19,30	19,41	19,52	19,63	19,74	19,85	19,97	20,09	20,21	50'
10'	20,21	20,33	20,45	20,57	20,69	20,82	20,95	21,07	21,20	21,34	21,47	40'
20'	21,47	21,61	21,74	21,88	22,02	22,16	22,31	22,45	22,60	22,75	22,90	30'
30'	22,90	23,06	23,21	23,37	23,53	23,69	23,86	24,03	24,20	24,37	24,54	20'
40'	24,54	24,72	24,90	25,08	25,26	25,45	25,64	25,83	26,03	26,23	26,43	10'
50'	26,43	26,64	26,84	27,06	27,27	27,49	27,71	27,94	28,17	28,40	28,64	2°0'
88°0'	28,64	28,88	29,12	29,37	29,62	29,88	30,14	30,41	30,68	30,96	31,24	50'
10'	31,24	31,53	31,82	32,12	32,42	32,73	33,05	33,37	33,69	34,03	34,37	40'
20'	34,37	34,72	35,07	35,43	35,80	36,18	36,56	36,96	37,36	37,77	38,19	30'
30'	38,19	38,62	39,06	39,51	39,97	40,44	40,92	41,41	41,92	42,43	42,96	20'
40'	42,96	43,51	44,07	44,64	45,23	45,83	46,45	47,09	47,74	48,41	49,10	10'
50'	49,10	49,82	50,55	51,30	52,08	52,88	53,71	54,56	55,44	56,35	57,29	1°0'
89°0'	57,29	58,26	59,27	60,31	61,38	62,50	63,66	64,86	66,11	67,40	68,75	50'
10'	68,75	70,15	71,62	73,14	74,73	76,39	78,13	79,94	81,85	83,84	85,94	40'
20'	85,94	88,14	90,46	92,91	95,49	98,22	101,11	104,17	107,43	110,89	114,59	30'
30'	114,6	118,5	122,8	127,3	132,2	137,5	143,2	149,5	156,3	163,7	171,9	20'
40'	171,9	180,9	191,0	202,2	214,9	229,2	245,6	264,4	286,5	312,5	343,8	10'
50'	343,8	382,0	429,7	491,1	573,0	687,5	859,4	1146	1719	3438	—	0°0'
	10'	9'	8'	7'	6'	5'	4'	3'	2'	1'	0'	

$\text{ctg } 0^\circ - 7^\circ$

10.8. Forgásszögek szögfüggvényei

I. $0^\circ \dots 90^\circ$	II. $90^\circ \dots 180^\circ$	III. $180^\circ \dots 270^\circ$	IV. $270^\circ \dots 360^\circ$
$\sin \alpha$	$\sin(180^\circ - \alpha)$	$-\sin(\alpha - 180^\circ)$	$-\sin(360^\circ - \alpha)$
$\cos \alpha$	$-\cos(180^\circ - \alpha)$	$-\cos(\alpha - 180^\circ)$	$\cos(360^\circ - \alpha)$
$\text{tg } \alpha$	$-\text{tg}(180^\circ - \alpha)$	$\text{tg}(\alpha - 180^\circ)$	$-\text{tg}(360^\circ - \alpha)$
$\text{ctg } \alpha$	$-\text{ctg}(180^\circ - \alpha)$	$\text{ctg}(\alpha - 180^\circ)$	$-\text{ctg}(360^\circ - \alpha)$

10.9. Prímszámok 4000-ig

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31
37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79
83	89	97	101	103	107	109	113	127	131	137
139	149	151	157	163	167	173	179	181	191	193
197	199	211	223	227	229	233	239	241	251	257
263	269	271	277	281	283	293	307	311	313	317
331	337	347	349	353	359	367	373	379	383	389
397	401	409	419	421	431	433	439	443	449	457
461	463	467	479	487	491	499	503	509	521	523
541	547	557	563	569	571	577	587	593	599	601
607	613	617	619	631	641	643	647	653	659	661
673	677	683	691	701	709	719	727	733	739	743
751	757	761	769	773	787	797	809	811	821	823
827	829	839	853	857	859	863	877	881	883	887
907	911	919	929	937	941	947	953	967	971	977
983	991	997	1009	1013	1019	1021	1031	1033	1039	1049
1051	1061	1063	1069	1087	1091	1093	1097	1103	1109	1117
1123	1129	1151	1153	1163	1171	1181	1187	1193	1201	1213
1217	1223	1229	1231	1237	1249	1259	1277	1279	1283	1289
1291	1297	1301	1303	1307	1319	1321	1327	1361	1367	1373
1381	1399	1409	1423	1427	1429	1433	1439	1447	1451	1453
1459	1471	1481	1483	1487	1489	1493	1499	1511	1523	1531
1543	1549	1553	1559	1567	1571	1579	1583	1597	1601	1607
1609	1613	1619	1621	1627	1637	1657	1663	1667	1669	1693
1697	1699	1709	1721	1723	1733	1741	1747	1753	1759	1777
1783	1787	1789	1801	1811	1823	1831	1847	1861	1867	1871
1873	1877	1879	1889	1901	1907	1913	1931	1933	1949	1951
1973	1979	1987	1993	1997	1999	2003	2011	2017	2027	2029
2039	2053	2063	2069	2081	2083	2087	2089	2099	2111	2113
2129	2131	2137	2141	2143	2153	2161	2179	2203	2207	2213
2221	2237	2239	2243	2251	2267	2269	2273	2281	2287	2293
2297	2309	2311	2333	2339	2341	2347	2351	2357	2371	2377
2381	2383	2389	2393	2399	2411	2417	2423	2437	2441	2447
2459	2467	2473	2477	2503	2521	2531	2539	2543	2549	2551
2557	2579	2591	2593	2609	2617	2621	2633	2647	2657	2659
2663	2671	2677	2683	2687	2689	2693	2699	2707	2711	2713
2719	2729	2731	2741	2749	2753	2767	2777	2789	2791	2797
2801	2803	2819	2833	2837	2843	2851	2857	2861	2879	2887
2897	2903	2909	2917	2927	2939	2953	2957	2963	2969	2971
2999	3001	3011	3019	3023	3037	3041	3049	3061	3067	3079
3083	3089	3109	3119	3121	3137	3163	3167	3169	3181	3187
3191	3203	3209	3217	3221	3229	3251	3253	3257	3259	3271
3299	3301	3307	3313	3319	3323	3329	3331	3343	3347	3359
3361	3371	3373	3389	3391	3407	3413	3433	3449	3457	3461
3463	3467	3469	3491	3499	3511	3517	3527	3529	3533	3539
3541	3547	3557	3559	3571	3581	3583	3593	3607	3613	3617
3623	3631	3637	3643	3659	3671	3673	3677	3691	3697	3701
3709	3719	3727	3733	3739	3761	3767	3769	3779	3793	3797
3803	3821	3823	3833	3847	3851	3853	3863	3877	3881	3889
3907	3911	3917	3919	3923	3929	3931	3943	3947	3967	3989

10.10. Összetett számok felbontása 1600-ig (a 2, 3, 5 prímosztók nélkül)

49 = 7 · 7	77 = 7 · 11	91 = 7 · 13	119 = 7 · 17	121 = 11 · 11
133 = 7 · 19	143 = 11 · 13	161 = 7 · 23	169 = 13 · 13	187 = 11 · 17
203 = 7 · 29	209 = 11 · 19	217 = 7 · 31	221 = 13 · 17	247 = 13 · 19
253 = 11 · 23	259 = 7 · 37	287 = 7 · 41	289 = 17 · 17	299 = 13 · 23
301 = 7 · 43	319 = 11 · 29	323 = 17 · 19	329 = 7 · 47	341 = 11 · 31
343 = 7 · 7 · 7	361 = 19 · 19	371 = 7 · 53	377 = 13 · 29	391 = 17 · 23
403 = 13 · 31	407 = 11 · 37	413 = 7 · 59	427 = 7 · 61	437 = 19 · 23
451 = 11 · 41	469 = 7 · 67	473 = 11 · 43	481 = 13 · 37	493 = 17 · 29
497 = 7 · 71	511 = 7 · 73	517 = 11 · 47	527 = 17 · 31	529 = 23 · 23
533 = 13 · 41	539 = 7 · 7 · 11	551 = 19 · 29	553 = 7 · 79	559 = 13 · 43
581 = 7 · 83	583 = 11 · 53	589 = 19 · 31	611 = 13 · 47	623 = 7 · 89
629 = 17 · 37	637 = 7 · 7 · 13	649 = 11 · 59	667 = 23 · 29	671 = 11 · 61
679 = 7 · 97	689 = 13 · 53	697 = 17 · 41	703 = 19 · 37	707 = 7 · 101
713 = 23 · 31	721 = 7 · 103	731 = 17 · 43	737 = 11 · 67	749 = 7 · 107
763 = 7 · 109	767 = 13 · 59	779 = 19 · 41	781 = 11 · 71	791 = 7 · 113
793 = 13 · 61	799 = 17 · 47	803 = 11 · 73	817 = 19 · 43	833 = 7 · 7 · 17
841 = 29 · 29	847 = 7 · 11 · 11	851 = 23 · 37	869 = 11 · 79	871 = 13 · 67
889 = 7 · 127	893 = 19 · 47	899 = 29 · 31	901 = 17 · 53	913 = 11 · 83
917 = 7 · 131	923 = 13 · 71	931 = 7 · 7 · 19	943 = 23 · 41	949 = 13 · 73
959 = 7 · 137	961 = 31 · 31	973 = 7 · 139	979 = 11 · 89	989 = 23 · 43
1001 = 7 · 11 · 13	1003 = 17 · 59	1007 = 19 · 53	1027 = 13 · 79	1037 = 17 · 61
1043 = 7 · 149	1057 = 7 · 151	1067 = 11 · 97	1073 = 29 · 37	1079 = 13 · 83
1081 = 23 · 47	1099 = 7 · 157	1111 = 11 · 101	1121 = 19 · 59	1127 = 7 · 7 · 23
1133 = 11 · 103	1139 = 17 · 67	1141 = 7 · 163	1147 = 31 · 37	1157 = 13 · 89
1159 = 19 · 61	1169 = 7 · 167	1177 = 11 · 107	1183 = 7 · 13 · 13	1189 = 29 · 41
1199 = 11 · 109	1207 = 17 · 71	1211 = 7 · 173	1219 = 23 · 53	1241 = 17 · 73
1243 = 11 · 113	1247 = 29 · 43	1253 = 7 · 179	1261 = 13 · 97	1267 = 7 · 181
1271 = 31 · 41	1273 = 19 · 67	1309 = 7 · 11 · 17	1313 = 13 · 101	1331 = 11 · 11 · 11
1333 = 31 · 43	1337 = 7 · 191	1339 = 13 · 103	1343 = 17 · 79	1349 = 19 · 71
1351 = 7 · 193	1357 = 23 · 59	1363 = 29 · 47	1369 = 37 · 37	1379 = 7 · 197
1387 = 19 · 73	1391 = 13 · 107	1393 = 7 · 199	1397 = 11 · 127	1403 = 23 · 61
1411 = 17 · 83	1417 = 13 · 109	1421 = 7 · 7 · 29	1441 = 11 · 131	1457 = 31 · 47
1463 = 7 · 11 · 19	1469 = 13 · 113	1477 = 7 · 211	1501 = 19 · 79	1507 = 11 · 137
1513 = 17 · 89	1517 = 37 · 41	1519 = 7 · 7 · 31	1529 = 11 · 139	1537 = 29 · 53
1541 = 23 · 67	1547 = 7 · 13 · 17	1561 = 7 · 223	1573 = 11 · 11 · 13	1577 = 19 · 83
1589 = 7 · 227	1591 = 37 · 43			

10.11. A binomiális együtthatók ( $n = 20$ -ig)  $\binom{n}{k}$

n	k = 0											
0						1	1				<i>Pascal-háromszög</i>	
1					1	1	2					
2				1	2	1	3					
3			1	3	3	1	4					
4			1	4	6	4	1	5				
5			1	5	10	10	5	1	6			
6			1	6	15	20	15	6	1	7		
7			1	7	21	35	35	21	7	1	8	
8			1	8	28	56	70	56	28	8	1	9
9			1	9	36	84	126	126	84	36	9	1
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1	

$\begin{matrix} k \\ n \end{matrix}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66
13	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286
14	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001
15	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003
16	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008
17	1	17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448
18	1	18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620	43758
19	1	19	171	969	3876	11628	27132	50388	75582	92378	92378
20	1	20	190	1140	4845	15504	38760	77520	125970	167960	184756

10.12. Pitagorasz-féle számhármások ( $c = 100$ -ig)

a	3	5	7	8	9	11	12	13	16	20	28	33	36	39	48	65
b	4	12	24	15	40	60	35	84	63	21	45	56	77	80	55	72
c	5	13	25	17	41	61	37	85	65	29	53	65	85	89	73	97



10.13. Faktoriálisok ( $n = 100$ -ig)

$n$	$n!$
0	1
1	1
2	2
3	6
4	24
5	120
6	720
7	5040
8	40320
9	362880
10	3628800
11	39916800
12	479001600
13	6227020800
14	87178291200
15	1307674368000

16	$2,092278989 \cdot 10^{13}$
17	$3,556874281 \cdot 10^{14}$
18	$6,402373706 \cdot 10^{15}$
19	$1,216451004 \cdot 10^{17}$
20	$2,432902008 \cdot 10^{18}$
21	$5,109094217 \cdot 10^{19}$
22	$1,124000728 \cdot 10^{21}$
23	$2,585201674 \cdot 10^{22}$
24	$6,204484017 \cdot 10^{23}$
25	$1,551121004 \cdot 10^{25}$
26	$4,032914611 \cdot 10^{26}$
27	$1,088886945 \cdot 10^{28}$
28	$3,048883446 \cdot 10^{29}$
29	$8,841761994 \cdot 10^{30}$
30	$2,652528598 \cdot 10^{32}$
31	$8,222838654 \cdot 10^{33}$
32	$2,631308369 \cdot 10^{35}$

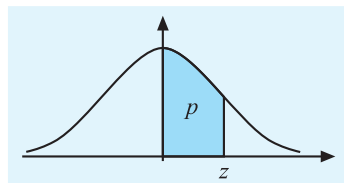
$n$	$n!$
33	$8,683317619 \cdot 10^{36}$
34	$2,952327990 \cdot 10^{38}$
35	$1,033314797 \cdot 10^{40}$
36	$3,719933268 \cdot 10^{41}$
37	$1,376375309 \cdot 10^{43}$
38	$5,230226175 \cdot 10^{44}$
39	$2,039788208 \cdot 10^{46}$
40	$8,159152832 \cdot 10^{47}$
41	$3,345252661 \cdot 10^{49}$
42	$1,405006118 \cdot 10^{51}$
43	$6,041526306 \cdot 10^{52}$
44	$2,658271575 \cdot 10^{54}$
45	$1,196222209 \cdot 10^{56}$
46	$5,502622160 \cdot 10^{57}$
47	$2,586232415 \cdot 10^{59}$
48	$1,241391559 \cdot 10^{61}$
49	$6,082818640 \cdot 10^{62}$
50	$3,041409320 \cdot 10^{64}$
51	$1,551118753 \cdot 10^{66}$
52	$8,065817517 \cdot 10^{67}$
53	$4,274883284 \cdot 10^{69}$
54	$2,308436973 \cdot 10^{71}$
55	$1,269640335 \cdot 10^{73}$
56	$7,109985878 \cdot 10^{74}$
57	$4,052691950 \cdot 10^{76}$
58	$2,350561331 \cdot 10^{78}$
59	$1,386831185 \cdot 10^{80}$
60	$8,320987113 \cdot 10^{81}$
61	$5,075802139 \cdot 10^{83}$
62	$3,146997326 \cdot 10^{85}$
63	$1,982608315 \cdot 10^{87}$
64	$1,268869322 \cdot 10^{89}$
65	$8,247650592 \cdot 10^{90}$
66	$5,443449391 \cdot 10^{92}$

$n$	$n!$
67	$3,647111092 \cdot 10^{94}$
68	$2,480035542 \cdot 10^{96}$
69	$1,711224524 \cdot 10^{98}$
70	$1,197857167 \cdot 10^{100}$
71	$8,504785886 \cdot 10^{101}$
72	$6,123445838 \cdot 10^{103}$
73	$4,470115462 \cdot 10^{105}$
74	$3,307885442 \cdot 10^{107}$
75	$2,480914081 \cdot 10^{109}$
76	$1,885494702 \cdot 10^{111}$
77	$1,451830920 \cdot 10^{113}$
78	$1,132428118 \cdot 10^{115}$
79	$8,946182131 \cdot 10^{116}$
80	$7,156945705 \cdot 10^{118}$
81	$5,797126021 \cdot 10^{120}$
82	$4,753643337 \cdot 10^{122}$
83	$3,945523970 \cdot 10^{124}$
84	$3,314240135 \cdot 10^{126}$
85	$2,817104114 \cdot 10^{128}$
86	$2,422709538 \cdot 10^{130}$
87	$2,107757298 \cdot 10^{132}$
88	$1,854826423 \cdot 10^{134}$
89	$1,650795516 \cdot 10^{136}$
90	$1,485715964 \cdot 10^{138}$
91	$1,352001528 \cdot 10^{140}$
92	$1,243841405 \cdot 10^{142}$
93	$1,156772507 \cdot 10^{144}$
94	$1,087366157 \cdot 10^{146}$
95	$1,032997849 \cdot 10^{148}$
96	$9,916779349 \cdot 10^{149}$
97	$9,619275968 \cdot 10^{151}$
98	$9,426890449 \cdot 10^{153}$
99	$9,332621544 \cdot 10^{155}$
100	$9,332621544 \cdot 10^{157}$

### 10.14. A standard normális eloszlás

A táblázatban talált szám azt adja meg, hogy a standard normális eloszlású változó mekkora valószínűséggel esik a  $[0; z]$  intervallumba. Ez a szám az ábrán besatírozott területnek a mérőszáma.

$$z \mapsto p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
<b>0,0</b>	0,0000	0040	0080	0120	0160	0199	0239	0279	0319	0359
0,1	0398	0438	0478	0517	0557	0596	0636	0675	0714	0753
0,2	0793	0832	0871	0910	0948	0987	1026	1064	1103	1141
0,3	1179	1217	1255	1293	1331	1368	1406	1443	1480	1517
0,4	1554	1591	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879
0,5	0,1915	1950	1985	2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224
0,6	2257	2291	2324	2357	2389	2422	2454	2486	2517	2549
0,7	2580	2611	2642	2673	2704	2734	2764	2794	2823	2852
0,8	2881	2910	2939	2967	2995	3023	3051	3078	3106	3133
0,9	3159	3186	3212	3238	3264	3289	3315	3340	3365	3389
<b>1,0</b>	0,3413	3438	3461	3485	3508	3531	3554	3577	3599	3621
1,1	3643	3665	3686	3708	3729	3749	3770	3790	3810	3830
1,2	3849	3869	3888	3907	3925	3944	3962	3980	3997	4015
1,3	4032	4049	4066	4082	4099	4115	4131	4147	4162	4177
1,4	4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1,5	4332	4345	4357	4370	4382	4394	4406	4418	4429	4441
1,6	4452	4463	4474	4484	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1,7	4554	4564	4573	4582	4591	4599	4608	4616	4625	4633
1,8	4641	4649	4656	4664	4671	4678	4686	4693	4699	4706
1,9	4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	4756	4761	4767
<b>2,0</b>	0,4772	4778	4783	4788	4793	4798	4803	4808	4812	4817
2,1	4821	4826	4830	4834	4838	4842	4846	4850	4854	4857
2,2	4861	4864	4868	4871	4875	4878	4881	4884	4887	4890
2,3	4893	4896	4898	4901	4904	4906	4909	4911	4913	4916
2,4	4918	4920	4922	4925	4927	4929	4931	4932	4934	4936
2,5	0,4938	4940	4941	4943	4945	4946	4948	4949	4951	4952
2,6	4953	4955	4956	4957	4959	4960	4961	4962	4963	4964
2,7	4965	4966	4967	4968	4969	4970	4971	4972	4973	4974
2,8	4974	4975	4976	4977	4977	4978	4979	4979	4980	4981
2,9	4981	4982	4982	4983	4984	4984	4985	4985	4986	4986
<b>3,0</b>	0,4987	4987	4987	4988	4988	4989	4989	4989	4990	4990
3,1	4990	4991	4991	4991	4992	4992	4992	4992	4993	4993
3,2	4993	4993	4994	4994	4994	4994	4994	4995	4995	4995
3,3	4995	4995	4995	4996	4996	4996	4996	4996	4996	4997
3,4	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4998
3,5	0,4997673									
<b>4,0</b>	0,4999683									
4,5	0,4999966									
<b>5,0</b>	0,4999997									

## 1. MÉRTÉKEGYSÉGEK

- 1.1. Bit (binary unit) = az információ mértékegysége  
Annak a hírnék az értéke, ami a 0,5 valószínűségű eseményről tudósít.
- 1.2. Bit (binary digit) = az üzenet jeltartalmának a mértékegysége  
A 0–1 bináris számjegyekkel kódolt üzenet hossza.
- 1.3. 1 Byte (bájt) = 8 bit

1 kB = 1 kilobyte	= 1024 byte	= $2^{10}$ byte	= 1 KiB (kibibyte)*
1 MB = 1 megabyte	= 1024 kB	= $2^{20}$ byte	= 1 MiB (mebibyte)*
1 GB = 1 gigabyte	= 1024 MB	= $2^{30}$ byte	= 1 GiB (gibibyte)*
1 TB = 1 terrabyte	= 1024 GB	= $2^{40}$ byte	= 1 TiB (tebibyte)*

\*Az IEC (International Electrotechnical Commission) ajánlása alapján bevezették a KiB, MiB, GiB, TiB bináris prefixumait, mert a kB, az MB, a GB és a TB prefixumait a mérnöki gyakorlatban 10 hatványaiként használják, míg az informatikában 2 hatványait értik rajta. Magyarországon még nincs döntés ebben a témában.

## 2. FONTOSABB BETŪSZÓK ÉS ÁLLOMÁNYKITERJESZTÉSEK

Az internet néhány rövidítése	
WWW	<i>World Wide Web</i> – világháló
DNS	<i>Domain Name System</i> – tartománynévrendszer
HTML, .html	<i>HyperText Markup Language</i> – hiperszöveges jelölőnyelv
BBS	<i>Bulletin Board System</i> – hirdetőtábla-rendszer
FINGER	Listázó parancs, a bejelentkezettek nevének kiírása
FAQ	<i>Frequently Asked Questions</i> – gyakori kérdések (a levelező csoportok új belépőinek tájékoztatására)
CMC	<i>Computer Mediated Communication</i> – számítógépes kapcsolattartás
CCL	<i>Common Command Language</i> – közös parancsnyelv nyelve
e-mail	elektronikus levelezés, levél
e-book	elektronikus könyv
e-journal	elektronikus folyóirat
VRML	<i>Virtual Reality Markup Language</i> – virtuális állományokat leíró nyelv
FTP	<i>File Transfer Protocol</i> – állományátviteli protokoll
HTTP	<i>HyperText Transfer Protocol</i> – hiperszöveg-átviteli protokoll
LAN	<i>Local Area Network</i> – helyi (intézet, iskola, ...) számítógép-hálózat
A hardver néhány szakkifejezése	
CPU	<i>Central Processing Unit</i> – központi feldolgozóegység (processzor)
RAM	<i>Random Access Memory</i> – közvetlen elérésű (írható-olvasható) memória
ROM	<i>Read Only Memory</i> – csak olvasható memória

## 2. FONTOSABB BETŰSZÓK ÉS ÁLLOMÁNYKITERJESZTÉSEK (folytatás)

A hardver néhány szakkifejezése (folytatás)	
<b>CD</b>	<i>Compact Disc</i> – kompaktlemez
<b>DVD</b>	<i>Digital Video/Versatile Disc</i> – digitális videolemez
<b>EGA</b>	<i>Enhanced Graphics Adapter</i> – kiterjesztett grafikus adapter (kis felbontás)
<b>VGA</b>	<i>Video Graphics Adapter</i> – grafikus videoadapter (közepes felbontás)
<b>SVGA</b>	<i>Super Video Graphics Array</i> – szuper-videografikus adapter (szuper nagy felbontás)
<b>MODEM</b>	<i>Modulator-Demodulator</i> – analóg-digitális át- és visszaalakító
<b>BPS</b>	<i>Bits Per Second</i> – bit/secundum (1 baud)
<b>CPS</b>	<i>Characters Per Second</i> – mp-ként továbbított karakterek száma (8 baud)
<b>DPI</b>	<i>Dot Per Inch</i> – pont per inch; pixelkép pontjainak sűrűsége
Néhány állománytípus	
<b>.bmp</b>	<i>Bit Map</i> – grafika (fénykép) eredeti, tömörítés nélküli bittérképe
<b>.pcx</b>	LZW eljárással tömörített kép
<b>.gif</b>	<i>Graphic Interchange Format</i> – tömörített kép (a weben gyakori)
<b>.tif, .tiff</b>	<i>Tag/Tagged Image File Format</i> – tömörített kép
<b>.jpg .jpeg</b>	<i>Joint Photographic Expert Group</i> által kifejlesztett tömör kép
<b>.mpg .mpeg</b>	<i>Motion Picture Expert Group</i> által kifejlesztett film
<b>.avi .wmv</b>	videó
<b>.wav .mp3</b>	hang
<b>.wmf</b>	<i>Windows Meta File</i> – <b>Microsoft</b> -vektorgrafika

## 3. JELÖLÉSEK

$\mathbb{N}^0$	a nem negatív egész számok halmaza: $\{0, 1, 2, \dots\}$
$\mathbb{L}$	a logikai értékek halmaza: $\{\text{igaz}, \text{hamis}\}$
Kisbetűk	változók: $a, b, \dots, y, z$
Nagybetűk	programok, eljárások, utasítások: $P_1, P_2, P_3, \dots$
Görög betűk	logikai feltételek, tulajdonságok: $\varphi, \pi, \beta, \dots$
<b>NEM, ÉS, VAGY</b>	logikai operátorok
$:=$	az értékadás jele
$\leftrightarrow$	a csereművelet rövidítése
$a[ ]$	az adatsor (vektor, indexelt változó) jele

## 4. VEZÉRLÉSI STRUKTÚRÁK

Szekvencia

Kezdet

$P_1$

$P_2$

$\dots$

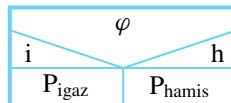
$P_n$

Vége

$P_1$
$P_2$
$P_n$

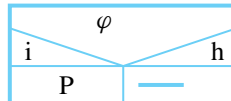
Egyszerű alternatíva

**Ha**  $\varphi$   
**akkor**  $P_{\text{igaz}}$   
**különb**en  $P_{\text{hamis}}$   
**Elágazás vége**



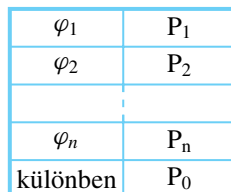
Feltételes művelet

**Ha**  $\varphi$  **akkor**  
 $P$   
**Elágazás vége**



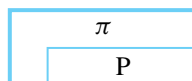
Elágazás

**Elágazás**  
 $\varphi_1$  **esetén**  $P_1$   
 $\varphi_2$  **esetén**  $P_2$   
...  
 $\varphi_n$  **esetén**  $P_n$   
**különb**en  $P_0$   
**Elágazás vége**



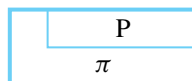
Elején tesztelő ciklus

**Ciklus amíg**  $\pi$   
 $P$   
**Ciklus vége**



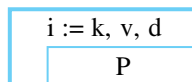
Végén tesztelő ciklus

**Ciklus**  
 $P$   
**amíg**  $\pi$   
**Ciklus vége**



Számlált ciklus

**Ciklus**  $i = k$ -től  $v$ -ig  $d$ -esével  
 $P$   
**Ciklus vége**



## 5. ALAPFELADATOK

### 5.1. Sorozatszámítás

Sorozat előállítás az általános képlet alapján.

<b>Adottak</b>	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
$f$	az általános tag képlete: $f : i \mapsto a_i = f(i)$ .
<b>Eredmény</b>	
$a[m] \dots a[n]$	a (rész-) sorozat.

**SOROZATSZÁMÍTÁS** (m, n, a);

Ciklus i = m-től n-ig

a[i] := f(i)

Ciklus vége

Eljárás vége.

m, n, f

i = m, n, 1

a[i] := f(i)

a[m] ... a[n]

## 5.2. Rekurzív sorozat

Sorozat előállítás a rekurziós képlet alapján.

Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
a[m]	a kezdő elem.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
R	a rekurziós képlet: $R : (i, a_i) \mapsto a_{i+1} = R(i, a_i)$ .
Eredmény	
a[m]...a[n]	a (rész-) sorozat.

**REKURZÍV\_SOROZAT** (m, a[m], n, a);

Ciklus i = m-től (n - 1)-ig

a[i + 1] := R(i, a[i])

Ciklus vége

Eljárás vége.

m, a[m], n, R

i = m, n - 1, 1

a[i + 1] := R(i, a[i])

a[m] ... a[n]

## 5.3. Összegezés

Adatsor elemeinek összeadása.

Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
a[m]...a[n]	az adatsor elemei.
Eredmény	
s	az adatsor összege: $s = \sum_{i=m}^n a_i$ .

**ÖSSZEGEZÉS** (m, n, a, s);

s := 0

Ciklus i = m-től n-ig

s := s + a[i]

Ciklus vége

Eljárás vége.

m, n, a[ ]

s := 0

i := m, n, 1

s := s + a[i]

s

### 5.4. Feltételes összegezés

Az adatsor adott tulajdonságú elemeinek összeadása.

<b>Adottak</b>	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
$a[m] \dots a[n]$	az adatsor elemei.
$\beta$	tulajdonság: $\beta(a[i]) \in \mathbb{L}$ .
<b>Eredmény</b>	
s	az adott tulajdonságú elemek összege: $s = \sum_{\forall i: \beta(a)} a_i$

**FELTÉTELES\_ÖSSZEG** ( $\beta, m, n, a, s$ );

$s := 0$

**Ciklus**  $i = m$ -től  $n$ -ig

**Ha**  $\beta(a[i])$  akkor

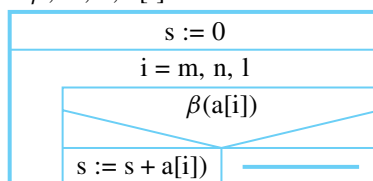
$s := s + a[i]$

**Elágazás vége**

**Ciklus vége**

**Eljárás vége.**

$\beta, m, n, a[ ]$



s

### 5.5. Eldöntés

Annak vizsgálata, hogy egy adatsorban van-e adott tulajdonságú elem.

<b>Adottak</b>	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
$a[m] \dots a[n]$	az adatsor elemei.
$\beta$	tulajdonság: $\beta(a[i]) \in \mathbb{L}$ .
<b>Eredmény</b>	
v	logikai érték: $v = \left\{ \begin{array}{ll} igaz & \dots \text{ ha van} \\ hamis & \dots \text{ ha nincs} \end{array} \right\}$ megfelelő elem.

**ELDÖNTÉS** ( $\beta, m, n, a, v$ );

$i := m$

$v := hamis$

**Ciklus amíg**  $i \leq n$  ÉS NEM  $\beta(a[i])$

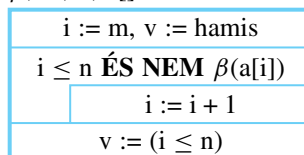
$i := i + 1$

**Ciklus vége**

$v := (i \leq n)$

**Eljárás vége.**

$\beta, m, n, a[ ]$



v

### 5.6. Kiválasztás

Adott tulajdonságú elem kiválasztása olyan adatsorból, amiben biztosan van ilyen elem.

Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
$a[m] \dots a[n]$	az adatsor elemei.
$\beta$	tulajdonság: $\beta(a[i]) \in \mathbb{L}$ .
Eredmény	
$b$	a kiválasztott elem.
$k \in \mathbb{N}^0$	a kiválasztott elem indexe.

**KIVÁLASZTÁS** ( $\beta, m, n, a, b, k$ );

$i := m$

**Ciklus amíg NEM**  $\beta(a[i])$

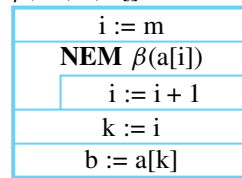
$i := i + 1$

**Ciklus vége**

$k := i; b := a[k]$

**Eljárás vége.**

$\beta, m, n, a[]$



$b, k$

### 5.7. Kiválogatás

Adott tulajdonságú elemek kiválogatása egy adatorból.

Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
$a[m] \dots a[n]$	az adatsor elemei.
$\beta$	tulajdonság: $\beta(a[i]) \in \mathbb{L}$ .
Eredmény	
$k \in \mathbb{N}^0$	a kiválogatott elemek száma.
$b[1] \dots b[k]$	a kiválogatott elemek sorozata.

**KIVÁLOGATÁS** ( $\beta, m, n, a, k, b$ );

$k := 0$

**Ciklus**  $i = m$ -től  $n$ -ig

**Ha**  $\beta(a[i])$  **akkor**

$k := k + 1$

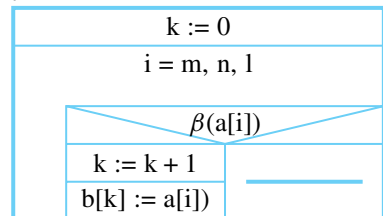
$b[k] := a[i]$

**Elágazás vége**

**Ciklus vége**

**Eljárás vége.**

$\beta, m, n, a[]$



$k, b[]$



### 5.8. Számlálás

Egy adatsor adott tulajdonságú elemeinek megszámlálása.

<b>Adottak</b>	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
$a[m] \dots a[n]$	az adatsor elemei.
$\beta$	tulajdonság: $\beta(a[i]) \in \mathbb{L}$ .
<b>Eredmény</b>	
$d \in \mathbb{N}^0$	az adott tulajdonságú elemek száma.

**SZÁMLÁLÁS** ( $\beta, m, n, a, d$ );

$d := 0$

**Ciklus**  $i = m$ -től  $n$ -ig

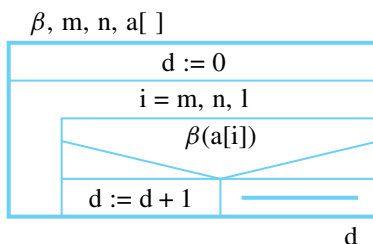
**Ha**  $\beta(a[i])$  **akkor**

$d := d + 1$

**Elágazás vége**

**Ciklus vége**

**Eljárás vége.**



### 5.9. Szétválogatás

Egy adatsor elemeinek szétválogatása adott tulajdonságuk alapján.

<b>Adottak</b>	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
$a[m] \dots a[n]$	az adatsor elemei.
$\beta$	tulajdonság: $\beta(a[i]) \in \mathbb{L}$ .
<b>Eredmény</b>	
$b[1] \dots b[k]$	az adott tulajdonságú elemek sorozata.
$c[1] \dots c[j]$	a többi elem sorozata.

**SZÉTVALOGATÁS** ( $\beta, m, n, a, b, c$ );

$k := 0; j := 0$

**Ciklus**  $i = m$ -től  $n$ -ig

**Ha**  $\beta(a[i])$

**akkor**

$k := k + 1; b[k] := a[i]$

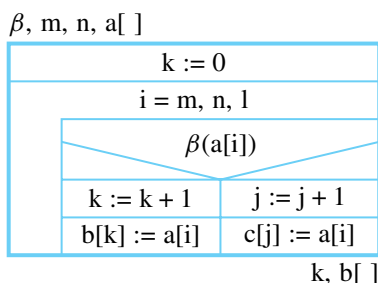
**különben**

$j := j + 1; c[j] := a[i]$

**Elágazás vége**

**Ciklus vége**

**Eljárás vége.**



5.10. Metszet

Két adatsor közös elemeinek kiválogatása, harmadik adatsorba gyűjtése.

<b>Adottak</b>	
$m \in \mathbb{N}^0$	az $a[ ]$ adatsor elemeinek száma.
$n \in \mathbb{N}^0$	a $b[ ]$ adatsor elemeinek száma.
$a[1..m]; b[1..n]$	a két adatsor.
<b>Eredmény</b>	
$c[1..m+n]$	a közös elemek adatsora.

**METSZET** ( $m, n, a, b, c$ );

$k := 0$

**Ciklus**  $i = 1$ -től  $m$ -ig

$j := 1$

**Ciklus amíg**  $j \leq n$  ÉS  $a[i] \neq b[j]$

$j := j + 1$

**Ciklus vége**

**Ha**  $j \leq n$  akkor

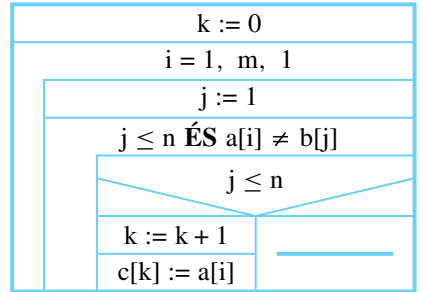
$k := k + 1; c[k] := a[i]$

**Eljárás vége**

**Ciklus vége**

**Eljárás vége.**

$m, a[ ], n, b[ ]$



$k, c[ ]$

5.11. Egyesítés

Két adatsor elemeinek egy adatsorba való gyűjtése úgy, hogy az egyező elemek csak egyszer szerepeljenek.

<b>Adottak</b>	
$m \in \mathbb{N}^0$	az $a[ ]$ adatsor elemeinek száma.
$n \in \mathbb{N}^0$	a $b[ ]$ adatsor elemeinek száma.
$a[1..m]; b[1..n]$	a két adatsor.
<b>Eredmény</b>	
$k \in \mathbb{N}^0$	az egyesített $c[ ]$ adatsor elemeinek száma.
$c[1..k]$	az két adatsor egyesített adatsora.

**EGYESÍTÉS** ( $m, n, a, b, c$ );

**Ciklus**  $i = 1$ -től  $m$ -ig

$c[i] := a[i]$

**Ciklus vége**

$k := m$

**Ciklus**  $j = 1$ -től  $n$ -ig

$i := 1$

**Ciklus amíg**  $i \leq m$  ÉS  $a[i] \neq b[j]$

$i := i + 1$

**Ciklus vége**

**Ha**  $i > m$  akkor

$k := k + 1; c(k) := a[i]$

**Eljárás vége**

**Ciklus vége**

**Eljárás vége.**

## 5.12. Összefuttatás

Rendezett adatsor készítése két rendezett adatsorból.

<b>Adottak</b>	
$m \in \mathbb{N}^0$	az $a[ ]$ adatsor elemeinek száma.
$n \in \mathbb{N}^0$	a $b[ ]$ adatsor elemeinek száma.
$a[1 \dots m]; b[1 \dots n]$	a két rendezett adatsor.
<b>Eredmény</b>	
$k \in \mathbb{N}^0$	az egyesített $r[ ]$ adatsor elemeinek száma
$r[1 \dots k]$	az egyesített adatsor: $r[i] < r[j] \Leftrightarrow i < j \dots$

**ÖSSZEFUTTATÁS** ( $m, n, a, b, k, r$ );

$i := 1; j := 1; k := 0$

**Ciklus amíg**  $i \leq m$  **ÉS**  $j \leq n$

$k := k + 1$

**Elágazás**

$a[i] < b[j]$  esetén  $r[k] := a[i]; i := i + 1$

$a[i] = b[j]$  esetén  $r[k] := a[i]; i := i + 1; j := j + 1$

$a[i] > b[j]$  esetén  $r[k] := b[j]; j := j + 1$

**Elágazás vége**

**Ciklus vége**

**Ciklus amíg**  $i \leq m$

$k := k + 1; r[k] := a[i]; i := i + 1$

**Ciklus vége**

**Ciklus amíg**  $j \leq n$

$k := k + 1; r[k] := b[j]; j := j + 1$

**Ciklus vége**

**Eljárás vége.**

## 6. KERESÉSEK

### 6.1. Lineáris keresés

Adott értékű elem keresése és az adatsorban elfoglalt helyének megadása.

<b>Adottak</b>	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
$a[m] \dots a[n]$	az adatsor elemei.
$b$	a keresendő érték.
<b>Eredmény</b>	
$v$	$v = \begin{cases} igaz & \dots \text{ ha van} \\ hamis & \dots \text{ ha nincs} \end{cases}$ a keresett érték az adatsorban.
$k \in \mathbb{N}^0$	a megtalált elem indexe, ha $v = igaz$ .

**KERESÉS** ( $m, n, a, b, v, k$ );

$i := m$

**Ciklus amíg**  $i \leq n$  **ÉS NEM**  $b = a[i]$

$i := i + 1$

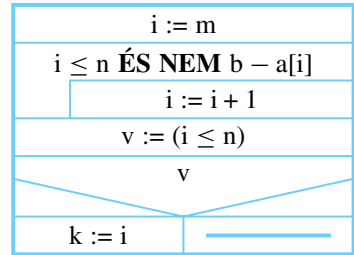
**Ciklus vége**

$v := (i \leq n)$

**Ha**  $v$  **akkor**  $k := i$

**Eljárás vége.**

$m, n, a[ ], b$



$v, k$

## 6.2. Bináris (logaritmikus) keresés

Adott értékű elem keresése és a rendezett adatsorban elfoglalt helyének megadása.

Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
$a[m]..a[n]$	a rendezett adatsor elemei: $a[i] < a[j] \Leftrightarrow i < j$ .
$b$	a keresendő érték.
Eredmény	
$v$	$v = \begin{cases} igaz & \dots \text{ ha van} \\ hamis & \dots \text{ ha nincs} \end{cases}$ a keresett érték az adatsorban.
$k \in \mathbb{N}^0$	a megtalált elem indexe, ha $v = igaz$ .

**BINÁRIS\_KERESÉS** ( $m, n, a, b, v, k$ );

$e := m; u := n; v := hamis$

**Ciklus amíg**  $e \leq u$  **ÉS NEM**  $v$

$k := int((e + u)/2)$

**Elágazás**

$a[k] < b$  **esetén**  $e := k + 1$

$a[k] = b$  **esetén**  $v := igaz$

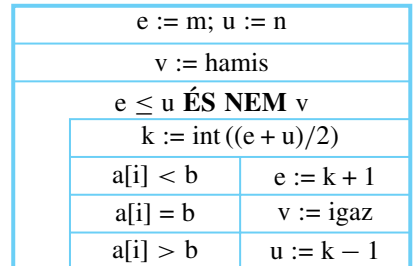
$a[k] > b$  **esetén**  $u := k - 1$

**Elágazás vége**

**Ciklus vége**

**Eljárás vége.**

$m, n, a[ ], b$



$v, k$

## 7. MAXIMUMFELADATOK

### 7.1. Az első maximum kiválasztása

Az adatsorból kiválasztandó az első legnagyobb elem és annak helye.

<b>Adottak</b>	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
$a[m] \dots a[n]$	az adatsor elemei.
<b>Eredmény</b>	
$k \in \mathbb{N}^0$	a maximális elem indexe.
t	a maximális elem: $t = a[k]$ .

**Maximumkiválasztás** ( $m, n, a, k, t$ );

$k := 1; t := a[m]$

**Ciklus**  $i = m + 1$ -től  $n$ -ig

**Ha**  $t < a[i]$  **akkor**

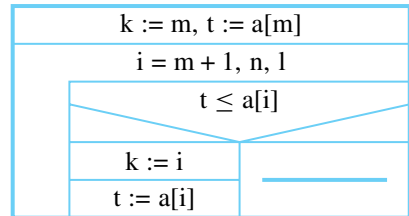
$k := i; t := a[i]$

**Elágazás vége**

**Ciklus vége**

**Eljárás vége.**

$m, n, a[ ]$



$k, t$

### 7.2. Feltételes maximum keresése

Az adott feltételnek megfelelő legnagyobb elem helyének meghatározása az adatsorban.

<b>Adottak</b>	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
$a[m] \dots a[n]$	az adatsor elemei.
$\beta$	tulajdonság: $\beta (a[i]) \in \mathbb{L}$ .
<b>Eredmény</b>	
v	logikai érték: $v = \left\{ \begin{array}{ll} igaz & \dots \text{ ha van} \\ hamis & \dots \text{ ha nincs} \end{array} \right\}$ megfelelő elem.
$k \in \mathbb{N}^0$	az adott tulajdonságú maximum helye, ha $v = igaz$ .

**FELTÉTELES\_MAXIMUM** ( $\beta$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $a$ ,  $v$ ,  $k$ );

$i := m - 1$

**Ciklus**

$i := i + 1$

**amíg**  $i \leq n$  **ÉS NEM**  $\beta(a[i])$

**Ciklus vége**

$v := (i \leq n)$ ;  $k := i$

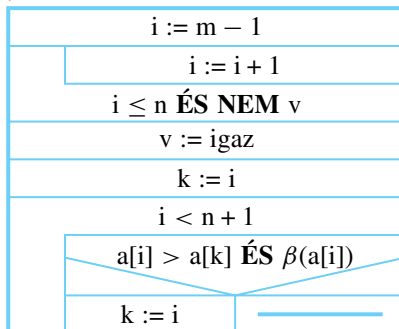
**Ciklus**  $i = k$ -től  $n$ -ig

**Ha**  $a[i] > a[k]$  **ÉS**  $\beta(a[i])$  **akkor**  $k := i$

**Ciklus vége**

**Eljárás vége.**

$\beta$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $a[ ]$



$v$ ,  $k$

### 7.3. Maximumszámlálás

Az adatsor maximális elemeinek megszámlálása.

<b>Adottak</b>	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
$a[m] \dots a[n]$	az adatsor elemei.
<b>Eredmény</b>	
$d \in \mathbb{N}^0$	a maximális elemek száma.
$t$	a maximális elemek értéke.

**MAXIMUMOK\_SZÁMA** ( $m$ ,  $n$ ,  $a$ ,  $d$ ,  $t$ );

$t := a[m]$ ;  $d := 1$

**Ciklus**  $i = m + 1$ -től  $n$ -ig

**Elágazás**

$a[i] < t$  esetén NOOP (üres utasítás)

$a[i] = t$  esetén  $d := d + 1$

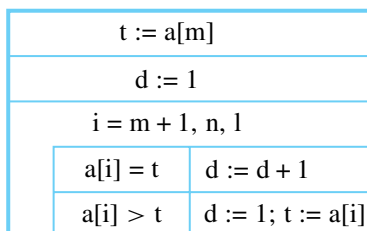
$a[i] > t$  esetén  $t := a[i]$ ;  $d := 1$

**Elágazás vége**

**Ciklus vége**

**Eljárás vége.**

$m$ ,  $n$ ,  $a[ ]$



$d$ ,  $t$

#### 7.4. Lokális maximum keresése

Olyan elem keresése az adatsorban, amely nagyobb mindkét szomszédjánál.

<b>Adottak</b>	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
$a[m] \dots a[n]$	az adatsor elemei.
<b>Eredmény</b>	
$v$	logikai érték: $v = \left\{ \begin{array}{ll} igaz & \dots \text{ ha van} \\ hamis & \dots \text{ ha nincs} \end{array} \right\}$ megfelelő elem.
$k \in \mathbb{N}^0$	a lokális maximum helye, ha $v = igaz$ .

**LOKÁLIS\_MAXIMUM** ( $\beta$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $a$ ,  $v$ ,  $k$ );

$k := m + 1$ ;  $v := hamis$

**Ciklus amíg**  $k < n - 1$  **ÉS NEM**  $v$

$v := a[k - 1] < a[k]$  **ÉS**  $a[k] > a[k + 1]$

$k := k + 1$

**Ciklus vége**

**Eljárás vége.**

$m, n, a[]$

$k := am + 1$ ;  $v := hamis$

$k < n - 1$  **ÉS NEM**  $v$

$v := a[k - 1] < a[k]$  **ÉS**  $a[k] > a[k + 1]$

$k := k + 1$

$v, k$

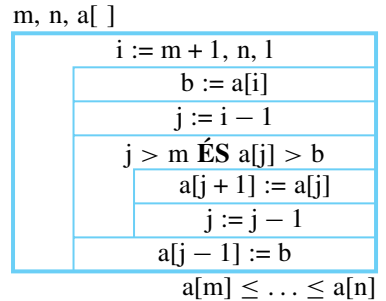
## 8. RENDEZÉSEK

Az adatsor elemeinek növeksző sorrendbe rendezése, vagy másik adatsorba átrakása nagyság szerint.

<b>Adottak</b>	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
$a[m] \dots a[n]$	az adatsor elemei.
<b>Eredmény</b>	
$a[m] \dots a[n]$	az adatsor elemei növekvő sorrendben: $a[i] < a[j] \Leftrightarrow i < j$ .
$r[m] \dots r[n]$	az adatsor új adattömbbe rendezve: $r[i] < r[j] \Leftrightarrow i < j$ .

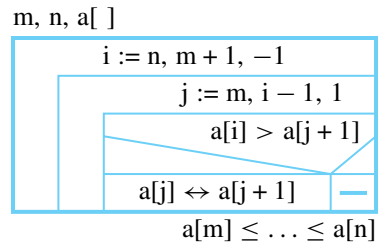
### 8.1. Beillesztéses rendezés

**RENDEZÉS\_1** (m, n, a);  
**Ciklus** i = m + 1-től n-ig  
 b := a[i]; j := i - 1  
**Ciklus amíg** j ≥ m ÉS a[j] > b  
 a[j + 1] := a[j]; j := j - 1  
**Ciklus vége**  
 a[j + 1] := b  
**Ciklus vége**  
**Eljárás vége.**



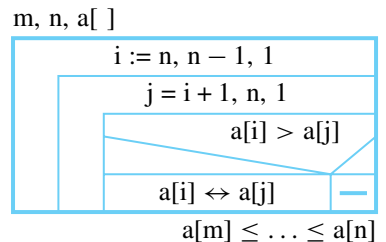
### 8.2. Buborékos rendezés

**RENDEZÉS\_2** (m, n, a);  
**Ciklus** i = n-től m + 1-ig (-1-esével)  
**Ciklus** j = m-től i - 1-ig  
**Ha** a[j] > a[j + 1] **akkor** a[j] ↔ a[j + 1]  
**Ciklus vége**  
**Ciklus vége**  
**Eljárás vége.**



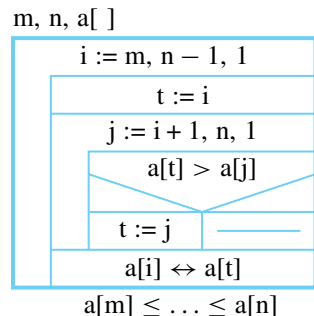
### 8.3. Cserélgetéses rendezés

**RENDEZÉS\_3** (m, n, a);  
**Ciklus** i = m-től n - 1-ig  
**Ciklus** j = i + 1-től n-ig  
**Ha** a[i] > a[j] **akkor**  
 a[i] ↔ a[j]  
**Elágazás vége**  
**Ciklus vége**  
**Ciklus vége**  
**Eljárás vége.**



### 8.4. Minimumkiválasztásos rendezés

**RENDEZÉS\_4** (m, n, a);  
**Ciklus** i = m-től n - 1-ig  
 t := i  
**Ciklus** j = i + 1-től n-ig  
**Ha** a[t] > a[j] **akkor** t := j  
**Ciklus vége**  
 a[i] ↔ a[t]  
**Ciklus vége**  
**Eljárás vége.**



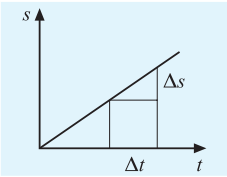


**1. MECHANIKA**

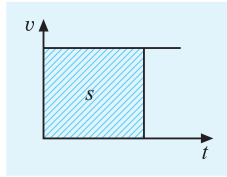
1.1. A mozgás kinematikai leírása

1.1.1. Egyenes vonalú mozgások

**Egyenletes mozgás:**  $\frac{s}{t} = \text{állandó}$



A megtett út  $s = v \cdot t$



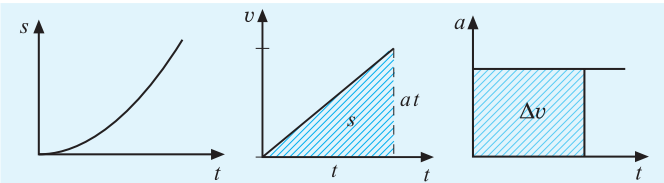
A sebesség  $v = \text{állandó}$

$s = \text{út}; [s] = \text{m}$

$t = \text{idő}; [t] = \text{s}$

$v = \frac{s}{t}$ , sebesség;  $[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

**Nulla kezdősebességű, egyenletesen változó mozgás:**  $\frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{állandó}$



A megtett út:

$s = \frac{a}{2} t^2$

A sebesség:

$v_t = a \cdot t$

A gyorsulás:

$a = \text{állandó}$

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ; gyorsulás;

$[a] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$v_t$  = pillanatnyi sebesség

**Nem nulla kezdősebességű egyenletesen növekvő sebességű mozgás**

$s = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$

$v_t = v_0 + a \cdot t$        $a = \text{állandó}$

$s = \frac{v_0 + v_t}{2} \cdot t$

$v_t = \sqrt{2as + v_0^2}$

$v_0$  = kezdősebesség

$\bar{v} = \frac{s}{t}$ ; átlagsebesség

$\bar{v} = \frac{v_0 + v_t}{2}$

**Egyenletesen lassuló (fékeződő) mozgás**

$s = v_0 \cdot t - \frac{a}{2} \cdot t^2$

$v_t = v_0 - a \cdot t$        $a = \text{állandó}$

$s = \frac{v_0 + v_t}{2} \cdot t$

$v_t = \sqrt{v_0^2 - 2as}$

$a = -\frac{\Delta v}{\Delta t}$ ; itt lassulás!

A fékeződés ideje:  $t_f = \frac{v_0}{a}$

A fékút:  $s_f = \frac{v_0^2}{2a}$

**Szabadesés:** Egyenletesen gyorsuló mozgás,  $a = g$

$g$  = nehézségi gyorsulás

$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  (Budapesten)

### 1.1.2. Hajítások

#### Függőleges lefelé hajítás $v_0$ kezdősebességgel

A test pillanatnyi helyének függőleges koordinátája:

$$y = v_0 \cdot t + \frac{g}{2} t^2$$

A pillanatnyi sebesség:  $v_t = v_0 + g \cdot t$

#### Függőleges felfelé hajítás $v_0$ kezdősebességgel

A test pillanatnyi helyének függőleges koordinátája:

$$y = v_0 \cdot t - \frac{g}{2} t^2$$

A pillanatnyi sebesség:  $v_t = v_0 - g t$

Az emelkedés ideje:  $t_{em} = \frac{v_0}{g}$

Maximális emelkedés:  $y_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$

#### Vízszintes hajítás $v_0$ kezdősebességgel

Az origóból eldobott test pillanatnyi helyének koordinátái:

$$x = v_0 \cdot t; \quad y = \frac{g}{2} t^2$$

A pillanatnyi sebesség koordinátái:

$$v_x = v_0; \quad v_y = g t$$

A pillanatnyi sebesség nagysága és iránya:

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{v_y}{v_x}$$

#### Ferde hajítás a vízszintessel $\alpha$ szöget bezáró $v_0$ kezdősebességgel

Az origóból elhajított test pillanatnyi helyzetének koordinátái:

$$x = v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha; \quad y = v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{g}{2} t^2$$

A pillanatnyi sebesség koordinátái:

$$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha; \quad v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - g t$$

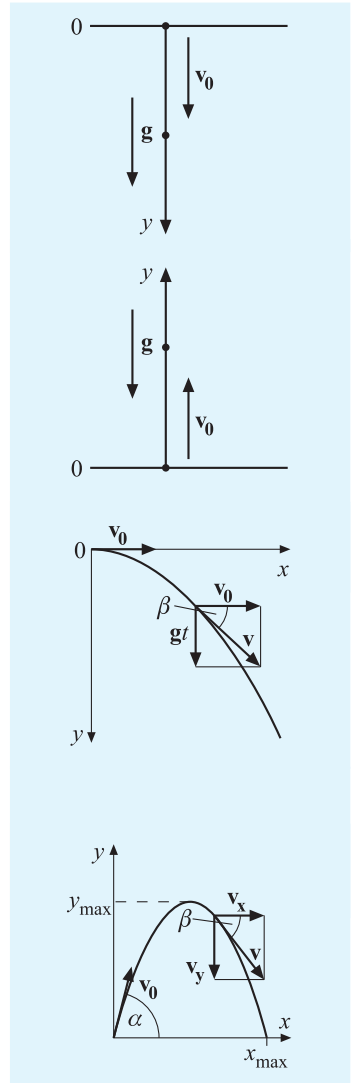
A pillanatnyi sebesség nagysága, iránya:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{v_y}{v_x}$$

Az emelkedés ideje:  $t_{em} = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$ . A mozgás teljes ideje:  $t^* = 2t_{em} = \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$ .

A hajítás távolsága:  $x_{max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$ . Az emelkedés maximális értéke:  $y_{max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$ .

A pálya egyenlete:  $y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2$ .



### 1.1.3. Tömegpont körmozgása

**Egyenletes körmozgás:**  $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \text{állandó}, \frac{s}{t} = \text{állandó}$

Az elfordulás szöge:  $\varphi = \omega t$

Út a körpályán:  $s = vt$

Az elfordulás szöge és az út kapcsolata:  $s = r\varphi$

A kerületi sebesség, szögsebesség, periódusidő és fordulatszám kapcsolata:

$$v = \frac{2r\pi}{T}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad v = r\omega, \quad T = \frac{1}{f}$$

A szögsebesség vektor ( $\omega$ ) iránya:

A kerületi sebességvektor vektoriális szorzattal kifejezve:

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$$

A centripetális gyorsulás nagysága:

$$a_{cp} = r\omega^2 = \frac{v^2}{r} = v\omega$$

A centripetális gyorsulásvektor a kör középpontja felé mutat:

**Egyenletesen változó körmozgás:**  $\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \text{állandó}$

Az elfordulás szöge:  $\varphi = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2}\beta \cdot t^2$

Út a körpályán:  $s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}a_{tang} \cdot t^2$

Pillanatnyi szögsebesség:  $\omega = \omega_0 + \beta t$

Pillanatnyi fordulatszám:  $f = \frac{\omega}{2\pi}$

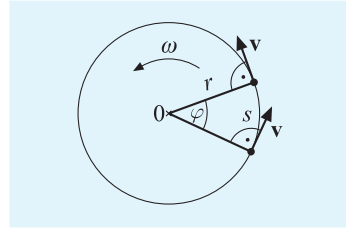
Pillanatnyi kerületi sebesség:  $v = v_0 + a_{tang}t$

Az elfordulás szöge és az út kapcsolata:  $s = r\varphi$

A kerületi sebesség és szögsebesség, illetve a kerületi gyorsulás és szöggyorsulás kapcsolata:

$$v_0 = r\omega_0, \quad v = r\omega, \quad a_{tang} = r\beta$$

$\varphi$ : a szögelfordulás;  $[\varphi] = \text{rad}$   
 $s$ : az út;  $[s] = \text{m}$



$\omega = \frac{\varphi}{t}$  a szögsebesség;  $[\omega] = \frac{1}{s}$

$v = \frac{s}{t}$  a kerületi sebesség;

$$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$r$ : a kör sugara;  $[r] = \text{m}$

$T$ : a periódusidő;  $[T] = \text{s}$

$f$ : a fordulatszám vagy

frekvencia;  $[f] = \frac{1}{\text{s}}$

$a_{cp}$ : a centripetális gyorsulás;

$$[a_{cp}] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$\omega_0$ : a kezdeti szögsebesség;

$$[\omega_0] = \frac{1}{\text{s}}$$

$\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$  a szöggyorsulás;

$$[\beta] = \frac{1}{\text{s}^2}$$

$a_{tang} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  a kerületi (tangen-

ciális) gyorsulás;  $[a_{tang}] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$r$ : a körpálya sugara;  $[r] = \text{m}$

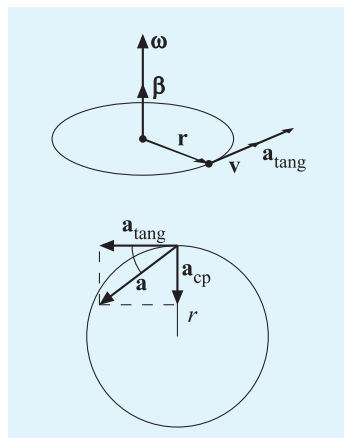
A szöggyorsulás-vektor ( $\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ ) iránya:

A gyorsulás centripetális (normális) komponensének nagysága:

$$a_{cp} = r\omega^2 = \frac{v^2}{r} = v\omega$$

A gyorsulásvektor a centripetális és a tangenciális gyorsulásvektorok eredője:  $\mathbf{a} = \mathbf{a}_{cp} + \mathbf{a}_{tang}$ ;

nagysága:  $a = \sqrt{a_{cp}^2 + a_{tang}^2}$



#### 1.1.4. Merev test forgómozgása rögzített tengely körül

**Egyenletes forgómozgás:**  $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \text{állandó}$

Az elfordulás szöge:  $\varphi = \omega t$

A szögsebesség:  $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = \text{állandó}$

**Egyenletesen változó forgómozgás:**  $\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \text{állandó}$

Az elfordulás szöge:  $\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2$

A pillanatnyi szögsebesség:  $\omega = \omega_0 + \beta t$

A pillanatnyi fordulatszám:  $f = \frac{\omega}{2\pi}$

A szöggyorsulás:  $\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \text{állandó}$

$\varphi$ : az elfordulás szöge;

$[\varphi] = \text{rad}$

$\omega$ : a szögsebesség;  $[\omega] = \frac{1}{s}$

$T$ : a periódusidő;  $[T] = s$

$\omega_0$ : a kezdő szögsebesség;

$[\omega_0] = \frac{1}{s}$

$\beta$ : a szöggyorsulás;  $[\beta] = \frac{1}{s^2}$

$[f] = \frac{1}{s}$

## 1.2. Dinamika

### 1.2.1. Pontszerű testek

#### Newton-törvények

I. Inerciarendszerben a testek sebességváltozását mindig más test hatása okozza. (A tehetetlenség törvénye)

II.  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$

III.  $\mathbf{F}_{A \rightarrow B} = -\mathbf{F}_{B \rightarrow A}$  (Hatás-ellenhatás törvénye)

Az erőhatások függetlenségének elve (szuperpozíció elve):

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \dots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$$

A dinamika alaptörvénye:  $\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = m\mathbf{a}$

$\mathbf{F}$ : az erő;  $[\mathbf{F}] = \text{N} = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$\mathbf{a}$ : a gyorsulás;  $[\mathbf{a}] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$m$ : a tömeg;  $[m] = \text{kg}$

## Impulzustétel

A  $\Delta t$  idő alatt történő  $\mathbf{F} \cdot \Delta t$  erőlkés egyenlő a test  $\Delta \mathbf{I} = \Delta(m\mathbf{v})$  impulzusváltozásával (lendületváltozásával), azaz:  $\mathbf{F} \cdot \Delta t = \Delta(m\mathbf{v})$

### 1.2.2. Merev testek

#### Rögzített tengely körüli forgómozgás dinamikája

**Forgatónyomaték** mint előjeles skalármennyiség:

$$M = Fk$$

$k = r \sin \alpha$  ( $k$  az erő karja, az  $O$  ponton átmenő, a síkra merőleges tengelyre vonatkozóan).

Síkban ható erőrendszer esetén, az ugyanezen síkban felvett pontra vonatkozó forgatónyomaték – a kétféle forgásirány szerinti – előjeles skalármennyiségként kezelhető.

#### A forgatónyomaték-vektor

Az  $O$  pontra vonatkozó forgatónyomaték- (erőnyomaték-) vektor:

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F};$$

nagysága:  $|\mathbf{M}| = |\mathbf{r}| \cdot |\mathbf{F}| \sin \alpha$ .

Íránya: merőleges az  $\mathbf{r}$  és  $\mathbf{F}$  által kifeszített síkra úgy, hogy  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{F}$ , és  $\mathbf{M}$ , ebben a sorrendben jobbsodrású rendszert alkot.

#### Tehetlenségi nyomaték

$m$  tömegű tömszerű testnek, tőle  $r$  távolságra levő tengelyre vonatkozó tehetlenségi nyomatéka:

$$\Theta = m \cdot r^2$$

Kiterjedt merev test esetén:

$$\Theta = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots = \sum_i m_i r_i^2$$

#### Tehetlenségi nyomatékra vonatkozó tételek

**Steiner-tétel:**  $\Theta_A = \Theta_S + md^2$

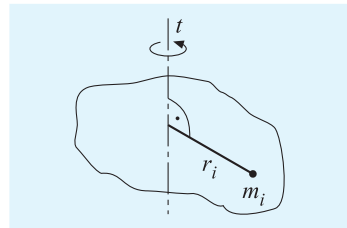
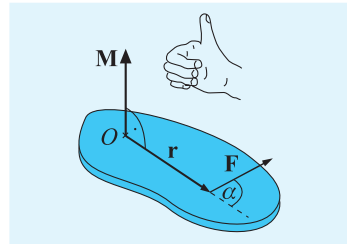
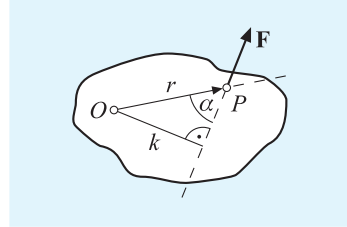
( $\Theta_S$  az  $S$  tömegközépponton,  $\Theta_A$  egy tetszőleges  $A$  ponton átmenő, az előbbivel párhuzamos tengelyre vonatkozó tehetlenségi nyomaték;  $d$  a két tengely távolsága.)

**Addíciós tétel:** Közös tengelyű testek tehetlenségi nyomatéka az egyes testek tehetlenségi nyomatékaink összege:  $\Theta = \sum \Theta_i$ .

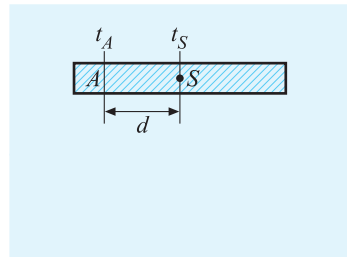
**Lapítási tétel:** A tehetlenségi nyomaték nem változik meg, ha a test pontjait a tengellyel párhuzamosan eltoljuk.

$\mathbf{I} = m\mathbf{v}$ : az impulzus, mozgásmennyiség, lendület;

$$[\mathbf{I}] = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$\Theta$ : tehetlenségi nyomaték;  
 $[\Theta] = \text{kgm}^2$



## Impulzusmomentum (perdület, forgásmennyiség, impulzusnyomaték)

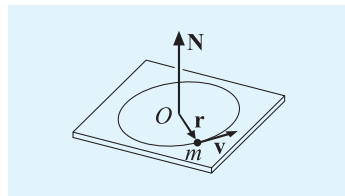
$\mathbf{I}$  impulzusnak az  $O$  pontra vonatkozó impulzusmomentuma, (perdülete):

$$\mathbf{N} = \mathbf{r} \times \mathbf{I} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$$

Vektormennyiség, amelynek nagysága:

$$|\mathbf{N}| = r m v \sin \alpha;$$

iránya merőleges az  $\mathbf{r}$  és  $\mathbf{I}$  által kifeszített síkra úgy, hogy  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{I}$ , és  $\mathbf{N}$  jobbrendszeret alkot.



$\mathbf{N}$  = perdületvektor;

$$[N] = \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}$$

$\alpha$ :  $\mathbf{r}$  és  $\mathbf{v}$  szöge

## Merev test impulzusmomentuma:

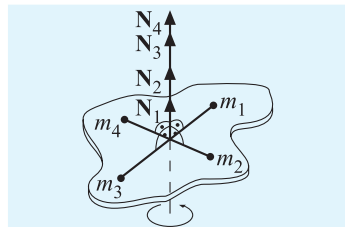
tömegpontjai impulzusmomentumának összege:

$$N = N_1 + N_2 + \dots = \sum N_i = r_i m_i v_i$$

Így:  $N = \Theta \cdot \omega$ , illetve  $\mathbf{N} = \Theta \boldsymbol{\omega}$

Egy  $r$  sugarú körpályán  $\omega$  szögsebességgel mozgó  $m$  tömegpont impulzusmomentuma, a pálya középpontjára (pálya-momentum):

$$N = m r^2 \omega$$



$\omega$ : szögsebesség nagysága;

$$[\omega] = \frac{1}{\text{s}}$$

$\boldsymbol{\omega}$ : szögsebességvektor

## Az impulzusnyomaték tétele (perdülettétel)

$$\sum_i M_i = \frac{\Delta N}{\Delta t}, \text{ illetve: } \sum_i \mathbf{M}_i = \frac{\Delta \mathbf{N}}{\Delta t}$$

## A forgómozgás dinamikai alapegyenlete:

$$\sum M = \frac{\Delta(\Theta \cdot \omega)}{\Delta t} = \Theta \cdot \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \Theta \cdot \beta,$$

illetve:

$$\sum \mathbf{M} = \Theta \cdot \boldsymbol{\beta}$$

### 1.2.3. A körmozgások dinamikája

#### Egyenletes körmozgás

$$\left| \sum_i \mathbf{F}_i \right| = F_{\text{cp}} = m \cdot a_{\text{cp}} = m \frac{v^2}{r} = m \cdot r \cdot \omega^2$$

$a_{\text{cp}}$  és  $F_{\text{cp}}$  a körpálya középpontja felé irányul

$F_{\text{cp}}$ : centripetális erő;  $[F_{\text{cp}}] = \text{N}$

$a_{\text{cp}}$ : centripetális gyorsulás;

$$[a_{\text{cp}}] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$v$ : kerületi sebesség;  $[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$r$ : a körpálya sugara;  $[r] = \text{m}$

$\omega$ : a szögsebesség;  $[\omega] = \frac{1}{\text{s}}$

### 1.2.4. Mechanikai erőfajták

#### A nehézségi erő

$$\mathbf{F} = m\mathbf{g}$$

#### A gravitációs erő nagysága

$$|\mathbf{F}| = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (\text{vonzóerő})$$

#### A rugóerő

$$F = -D \cdot \Delta l$$

#### A csúszási súrlódási erő nagysága

$$F_s = \mu F_{ny}$$

$F_s$  iránya olyan, hogy a felületek relatív sebességét csökkenti „igyekszik”.

#### A tapadási (súrlódási) erő nagysága

$$F_{\text{tap}} \leq \mu_0 F_{ny}$$

$F_{\text{tap}}$  a felületek relatív elmozdulását akadályozni „igyekszik”.

#### A gördülő ellenállás

A fellépő deformáció miatt a gördülő testtel egy felület mentén érintkező talaj a forgással ellentétes irányú  $M$  forgatónyomatékkal csökkenti a gördülés szögsebességét. Az  $M$  nagysága és így a gördülő ellenállás  $F_g$  nagysága jó közelítéssel arányos a felületeket összenyomó  $F_{ny}$  erővel:

$$F_g = \mu_g F_{ny}$$

(A  $\mu_g$  gördülési együttható nagysága függ a gördülő test sugarától is; táblázatunk a szokásos kerekre érvényes értékeket tartalmazza.)

#### A közeg-ellenállási erő (folyadékokban, gázokban)

$$\mathbf{F}_k = -6\pi\eta r \mathbf{v}_{\text{rel}} \quad (\text{gömb alakú test; Stokes-törvény}),$$

illetve nagyobb sebességek és tetszőleges alakú test esetén:

$$\mathbf{F}_k = -k \frac{1}{2} A \varrho v \cdot \mathbf{v}_{\text{rel}}$$

#### A közeg-ellenállási erő nagysága

$$F_k = k \frac{1}{2} A \varrho v^2$$

$\mathbf{g}$ : a nehézségi gyorsulás

$m_1$  és  $m_2$ : tömegek

$r$ : a távolságuk

$\gamma$ : a gravitációs állandó

$$\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

$D$ : a rugóállandó  $[D] = \frac{\text{N}}{\text{m}}$

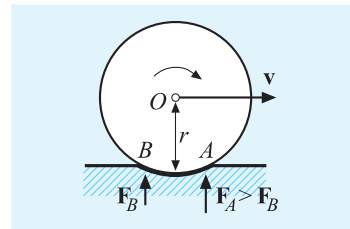
$\Delta l$ : a rugó összenyomódása, illetve megnyúlása;  $[\Delta l] = \text{m}$

$\mu$ : csúszási súrlódási tényező

$F_{ny}$ : a felületeket összenyomó erő nagysága

$\mu_0$ : tapadási súrlódási tényező

$F_{ny}$ : a felületeket összenyomó erő nagysága



$\mu_g$ : gördülési ellenállási tényező

$F_{ny}$ : a felületeket összenyomó erő nagysága

$\eta$ : a folyadék dinamikai viszkozitása

$\mathbf{v}_{\text{rel}}$ : a test közeghez viszonyított sebessége

$r$ : a gömb sugara

$v = |\mathbf{v}_{\text{rel}}|$

$\varrho$ : a közeg sűrűsége

$A$ : a mozgásirányra merőleges legnagyobb keresztmetszet

$k$ : a formátényező

### 1.2.5. Tehetetlenségi erők

Nem inerciarendszerben, gyorsuló vonatkoztatási rendszerekben a tehetetlenségi erőket is figyelembe kell venni.

Egyenes vonalban gyorsuló rendszerben a **tehetetlenségi erő**:

$$\mathbf{F}_{\text{teh}} = -m\mathbf{a}$$

(a gyorsulással ellentétes irányú).

Az  $\omega$  szögsebességgel forgó rendszerben, a **centrifugális erő**:

$$F_{\text{cf}} = -mr\omega^2$$

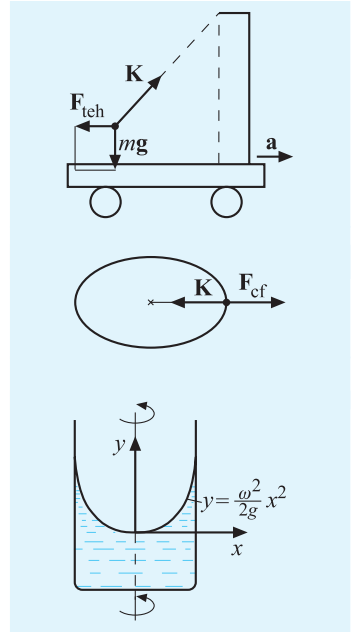
$F_{\text{cf}}$  sugárirányú, kifelé mutató.

Az  $\omega$  szögsebességgel forgó rendszerben a rendszerhez képest  $\mathbf{v}_{\text{rel}}$  sebességgel mozgó test esetén a **Coriolis-erő**:

$$\mathbf{F}_{\text{cor}} = 2m\mathbf{v}_{\text{rel}} \times \boldsymbol{\omega}$$

A forgó folyadék felszíne paraboloid. Síkmetszetének egyenlete:

$$y = \frac{\omega^2}{2g}x^2 \quad (\omega \text{ a rendszer szögsebessége})$$



### 1.3. Munka, energia, teljesítmény

#### 1.3.1. Munka, energia

Állandó nagyságú  $F$  erő munkája  $s$  úton, ha a test az erő irányában mozdul el:

$$W = Fs$$

Állandó nagyságú és a mozgás irányával állandó  $\alpha$  szöget bezáró  $F$  erő  $s$  úton végzett munkája:

$$W = Fs \cos \alpha$$

Az út szerint egyenletesen  $F_1$ -ről  $F_2$ -re változó erő munkája:

$$W = \frac{F_1 + F_2}{2} s$$

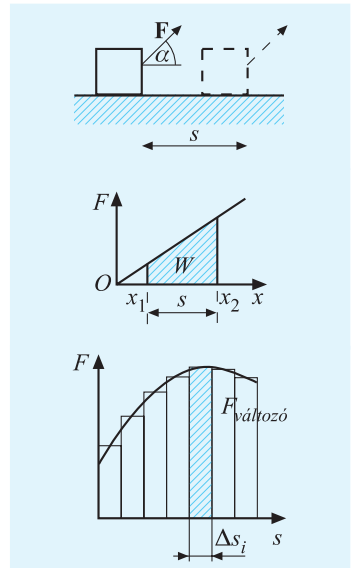
Az út szerint egyenlőtlenül változó erők munkája:

$$W = \sum_{i=1}^n F_i \Delta s_i$$

**Emelési munka:**  $W_e = mgh$

( $m$  tömegű testet  $h$  magasra emelő erő munkája)

$W$ : munka;  $[W] = \text{Nm} = \text{J}$



$m$ : a test tömege;  $[m] = \text{kg}$

$h$ : emelési magasság;  $[h] = \text{m}$



**Helyzeti energia a Föld nehézségi erőterében:**

$$E = mgh$$

**Gyorsítási munka:**  $W_{gy} = \frac{1}{2}mv^2$

( $m$  tömegű testet álló helyzetből  $v$  sebességre)

**Kinetikus (mozgási) energia:**  $E = \frac{1}{2}mv^2$

**Rugó megnyújtásakor végzett munka:**  $W = \frac{1}{2}Dx^2$

**Rugó energiája:**  $E = \frac{1}{2}Dx^2$

**Gravitációs erő munkája,** miközben  $M$  és  $m$  tömegű pontszerű testek távolsága  $r_A$ -ról  $r_B$ -re változik:

$$W_{A-B} = -\gamma Mm \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

**Helyzeti energia gravitációs térben:**

Az  $M$  tömegű pontszerű testtől  $r_A$  távolságban lévő  $m$  tömegű pontszerű test helyzeti energiája:

$$E_{\text{grav}} = -\gamma \frac{Mm}{r_A}, \quad \text{ha a nullszintet a végtelenben rögzítjük.}$$

**A munkatétel**

A test kinetikus energiájának megváltozása a testre ható összes erő munkájának összegével egyenlő:

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{\text{összes}}; \quad \Delta E_{\text{kin}} = \sum_{i=1}^n W_i$$

**Forgatónyomaték munkája**

Az  $M$  állandó forgatónyomaték munkája  $\varphi$  szögelfordulás esetén:

$$W = M \cdot \varphi$$

**A forgási energia**

Tengely körül  $\omega$  szögsebességgel forgó test mozgási energiája:

$$E = \frac{1}{2} \Theta \cdot \omega^2$$

**Munkatétel rögzített tengely körül forgó merev test esetén**

Az  $M$  forgatónyomaték munkája a test forgási energiájának megváltozásával egyenlő:

$$\sum W = \sum M \cdot \Delta\varphi = \frac{1}{2} \Theta \cdot \omega_2^2 - \frac{1}{2} \Theta \cdot \omega_1^2$$

$g$ : a nehézségi gyorsulás;

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$m$ : a test tömege;  $[m] = \text{kg}$

$v$ : a test végsebessége;

$$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$D$ : rugóállandó;  $[D] = \frac{\text{N}}{\text{m}}$

$x$ : a rugó megnyúlása;  $[x] = \text{m}$

$\gamma$ : a gravitációs állandó;

$$\gamma = 6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

$v_1$ : kezdősebesség

$v_2$ : végsebesség

$M$ : forgatónyomaték;

$$[M] = \text{Nm}$$

$\Theta$ : a tengelyre vonatkozó tehetlenségi nyomaték;

$$[\Theta] = \text{kgm}^2$$

$\omega_1$ : kezdő szögsebesség

$\omega_2$ : vég szögsebesség

### 1.3.2. A teljesítmény (a munkavégzés sebessége)

$$P = \frac{W}{t}$$

Pillanatnyi teljesítmény:

$$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = F \cdot v \cdot \cos \alpha$$

Pillanatnyi teljesítmény forgómozgásnál:  $P = M \cdot \omega$

$$\text{Átlagteljesítmény: } P = \frac{\sum W}{\sum t}$$

$$[P] = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W (watt)}$$

$t$ : idő;  $[t] = \text{s}$

$v$ : sebesség;  $[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$F$ : erő;  $[F] = \text{N}$

$\alpha$ :  $\mathbf{F}$  és  $\mathbf{v}$  szöge

$M$ : forgatónyomaték;  $[M] = \text{Nm}$

$\omega$ : szögsebesség;  $[\omega] = \text{s}^{-1}$

### Mechanikai hatások

A munkavégzés hatásfoka:  $\eta = \frac{\text{hasznos munka}}{\text{összes befektetett munka}}$

### 1.3.3. Pontrendszerek

#### A tömegközéppont mozgásának tétele

$$\mathbf{v}_{\text{tkp}} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{\sum_i m_i} = \text{állandó, ha } \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i^k = \mathbf{0}$$

$$M \mathbf{a}_{\text{tkp}} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i^k$$

Pontrendszer tömegközéppontjának helyvektora:

$$\mathbf{r}_{\text{tkp}} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

#### Impulzustétel pontrendszerre

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i^k = \frac{\Delta \mathbf{I}}{\Delta t}; \quad \text{ahol } \mathbf{I} = \sum_{i=1}^n \mathbf{I}_i$$

#### Az impulzusnyomaték (perdület) pontrendszerben

Perdületétel pontrendszerben

$$\sum \mathbf{M}_k = \frac{\Delta \mathbf{N}}{\Delta t}; \quad \text{ahol } \mathbf{N} = \sum \mathbf{N}_i$$

#### Munkatétel mechanikai rendszerekre:

A rendszer kinetikus energiájának megváltozása:

$$\sum \Delta E_{\text{kin}} = \sum W_k + \sum W_b$$

$m_i, \mathbf{v}_i$ : a rendszer  $i$ -edik elemének tömege, illetve sebességvektora

$\mathbf{v}_{\text{tkp}}, \mathbf{a}_{\text{tkp}}$ : a rendszer tömegközéppontjának sebesség-, illetve gyorsulásvektora.

$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i^k$ : külső erők összege

$M$  a pontrendszer össztömege

$m_i, \mathbf{r}_i$ : a rendszer  $i$ -edik elemének tömege, illetve helyvektora

$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i^k$ : a külső erők összege

$\mathbf{I}_i$ : a rendszer  $i$ -edik elemének impulzusa

$\sum \mathbf{M}_k$ : a rendszerre ható külső erők forgatónyomatékainak összege

$\mathbf{N}_i$ : a rendszer  $i$ -edik elemének perdülete

$\sum W_k, \sum W_b$ : a rendszerre ható külső, illetve belső erők munkáinak összege

### 1.3.4. Megmaradási tételek

#### Impulzusmegmaradás (lendületmegmaradás)

Pontrendszer összipulzusa:

$$\mathbf{I} = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i = \text{állandó, ha } \sum \mathbf{F}_k = \mathbf{0},$$

azaz

$$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 + \dots + m_n \mathbf{v}_n = m_1 \mathbf{u}_1 + m_2 \mathbf{u}_2 + \dots + m_n \mathbf{u}_n$$

#### A mechanikai energia megmaradásának törvénye

Konzervatív rendszerben a mozgási és a kölcsönhatási (rugalmas, gravitációs stb.) energia összege, a mechanikai energia:

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + E_k = \text{állandó}$$

#### Impulzusnyomaték (perdület) megmaradása

$$\Delta \mathbf{N} = \mathbf{0}, \text{ vagyis } \mathbf{N} = \text{állandó, ha } \sum \mathbf{M}_k = \mathbf{0}$$

Ha a külső erők forgástengelyre vett forgatónyomatékainak összege nulla:

$$M_z = 0, \text{ akkor } N_z = \Theta_z \cdot \omega_z = \text{állandó}$$

#### Pontszerű testek ütközései

Tökéletesen rugalmas ütközés esetén a kinetikus energia megmarad:

$$(1) \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

Rugalmatlan ütközéskor a kinetikus energia csökken.

Tökéletesen rugalmatlan ütközéskor az ütközés utáni sebességek megegyeznek:

$$(2) \quad \mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2$$

Ha zárt a rendszer, az impulzus megmarad:

$$(3) \quad m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = m_1 \mathbf{u}_1 + m_2 \mathbf{u}_2$$

Az ütközés utáni  $u_1$  és  $u_2$  sebességeket tökéletesen rugalmas ütközés esetén az (1) és (3), tökéletesen rugalmatlan ütközés esetén a (2) és (3) egyenletekből álló egyenletrendszer megoldása adja.

Centrális, egyenes ütközés esetén az ütközés előtti  $\mathbf{v}$  és ütközés utáni  $\mathbf{u}$  sebességek egy egyenesbe esnek. Ekkor a (3) egyenletben  $\mathbf{v}$  és  $\mathbf{u}$  vektorokat a sebességek irányát figyelembe vevő előjelű  $v_1, v_2, u_1$  és  $u_2$  skalárokkal helyettesíthetjük.

A  $k$  ütközési szám a relatív sebességek hányadosa:

$$k = \left| \frac{u_1 - u_2}{v_1 - v_2} \right|$$

Tökéletesen rugalmas ütközéskor  $k = 1$ ; tökéletesen rugalmatlan ütközéskor  $k = 0$ .

$\sum \mathbf{F}_k$ : külső erők összege

$v_i$  korábbi,  $u_i$  későbbi sebesség

Konzervatív rendszer: ha csak konzervatív erők hatnak

$E_k$ : kölcsönhatási energia

$\sum \mathbf{M}_k$ : külső erők forgatónyomatékainak összege

$z$  tengely: forgástengely

$\Theta_z$ : a test  $z$  tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka

$\omega_z$ : a test  $z$  tengely körüli szögsebessége

$\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ : a testek ütközés előtti sebessége

$\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ : a testek ütközés utáni sebessége

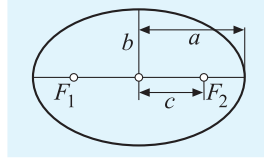
$k$ : az ütközési szám

### 1.3.5. Általános tömegvonzás

#### A bolygók mozgása

Kepler törvényei:

1. A bolygók pályája ellipszis, amelynek egyik fókuszpontjában van a Nap.



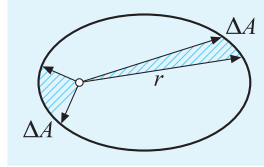
$F_1, F_2$ : fókuszpontok

$a$ : a fél nagytengely

$c$ : az excentricitás:  $\sqrt{a^2 - b^2}$

$b$ : a fél kistengely

2. A Naptól a bolygóhoz húzott vezérsugár egyenlő idők alatt egyenlő területeket sűrol.



$r$ : a vezérsugár

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \text{állandó (Felületi tétel)}$$

3. Különböző bolygók esetében a keringési idők négyzetei úgy aránylanak, mint a bolygópályák fél nagytengelyeinek köbei:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}, \text{ azaz } \frac{T^2}{a^3} = \text{állandó}$$

$T$ : a keringési idő

$a$ : a fél nagytengely

#### A bolygómozgás dinamikája

Newton-féle gravitációs törvény:

Bármely két pontszerű test közt ható vonzóerő nagysága:

$$|\mathbf{F}| = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$m_1$  és  $m_2$ : a tömegek

$r$ : a pontszerű testek távolsága

$\gamma$ : a gravitációs állandó;

$$\gamma = 6,672\,59 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

Az ellipszis pályán keringő bolygó keringési ideje:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\gamma M}}$$

$a$ : a fél nagytengely

$M$ : a Nap tömege;

$$M = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

Az ellipszis pályán keringő bolygó pillanatnyi sebessége:

$$v_{\text{pill}} = \sqrt{\gamma M \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}$$

$r$ : a vezérsugár

#### Kozmikus sebességek:

1. Első kozmikus sebesség, körsebesség (közel a Föld felszínéhez):

$$v_1 = \sqrt{\gamma \frac{M_F}{R_F}} = 7,9 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$M_F$ : a Föld tömege;

$$M_F = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$R_F$ : a Föld sugara

$$R_F \approx 6400 \text{ km}$$

$$\gamma = 6,672\,59 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

2. A második kozmikus sebesség, szökési sebesség a Föld felületéről:

$$v_2 = v_1 \sqrt{2} = 11,2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

A Föld középpontjától  $r$  távolságban keringő **mesterséges hold energiája:**

$$E = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}mv^2 - \gamma \frac{M_F \cdot m}{r}$$

3. **Szökési sebesség** a Naprendszerből a végtelenbe távozva:

$$v_3 = 42,1 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

**Nehézségi erő**

A Földdel együtt forgó (nem inercia-) rendszerben:

Nehézségi erő:  $\mathbf{F}_{\text{neh}} = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_{\text{cf}}$

Gravitációs erő:  $F_g = \gamma \frac{M_F \cdot m}{R^2}$

Centrifugális erő:  $F_{\text{cf}} = m \cdot a_{\text{cf}}$

Centrifugális gyorsulás:

$$a_{\text{cf}} = \omega^2 R \cos \alpha = 3,4 \cdot 10^{-2} \cdot \cos \alpha \left( \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\text{-ben} \right)$$

A nehézségi gyorsulás függ **a magasságtól**

$h \ll R$  esetén:

$$\frac{g_h}{g_0} \approx 1 - \frac{2h}{R}$$

A nehézségi gyorsulás függ a **földrajzi szélességtől**

$$g_\alpha \approx g_{90^\circ} - 5,2 \cdot 10^{-2} \cdot \cos^2 \alpha \quad \left( \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\text{-ben} \right)$$

**Súly, súlytalanság**

Súly: az az erő, amivel a testek az alátámasztást nyomják, vagy a felfüggesztést húzzák. Egyensúly esetén egyenlő a nehézségi erővel:

$$\mathbf{G} = \mathbf{F}_{\text{neh}} = m\mathbf{g}$$

Ha egy testet függőleges irányban egyenletesen gyorsuló mozgással emelünk vagy süllyesz-tünk, az alátámasztásra, illetve a felfüggesztésre kifejtett erőt súlynak érezzük. Ha a test  $a$  gyorsulással felfelé gyorsul, a súlyerő nagysága:

$$F_S = m(g + a)$$

Ha a test  $a \leq g$  gyorsulással lefelé gyorsul, a súlyerő nagysága:

$$F_S = m(g - a)$$

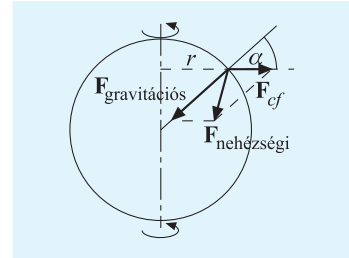
Ennek speciális esete a szabadesés ( $a = g$ ), ekkor  $F_S = 0$  (súlytalanság).

**A galaxisok távolodási sebessége a Földtől**

**Hubble-törvény:**

$$v = \frac{r}{T_H}$$

$m$ : a mesterséges hold tömege  
 $E$ -t „kötési energiának” is nevezzük



$$r = R \cos \alpha$$

$\alpha$ : földrajzi szélesség

$g_0$  a nehézségi gyorsulás a Föld felszínén a  $h = 0$  magasságban

A sarkokon:  $g_{90^\circ} = 9,832\ 21 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Az Egyenlítőn:  $g_e = 9,780\ 49 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Budapesten:  $g_{\text{Bp}} = 9,808\ 52 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$\mathbf{G}$ : súlyerő;  $[G] = \text{N}$

$r$  a galaxis pillanatnyi távolsága

$T_H = 24 \cdot 10^9$  év

(Hubble-állandó)

#### 1.4. Anyagi pont és merev test egyensúlya (sztatika)

##### 1.4.1. Anyagi pont egyensúlya

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$$

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i: \text{ az erők eredője}$$

##### 1.4.2. Merev test egyensúlya

Az egyensúly feltételei:

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = \mathbf{0} \text{ és } \sum_{i=1}^n \mathbf{M}_i = \mathbf{0} \text{ tetszőleges pontra}$$

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{M}_i: \text{ a forgatónyomatékok}$$

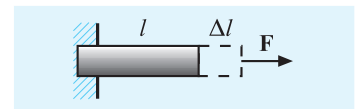
eredője

#### 1.5. Rugalmas alakváltozások (deformációk)

##### Nyújtás-összenyomás

$l$  hosszúságú,  $A$  keresztmetszetű huzal (rúd) megnyúlása  $F$  erő hatására:

$$\Delta l = \frac{1}{E} \cdot l \cdot \frac{F}{A}$$



$E$ : a Young-modulus, az adott anyagra jellemző paraméter;

$$[E] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$[\varepsilon] = 1$$

**Relatív megnyúlás:**  $\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{l}$

Relatív keresztirányú méretváltozás:  $\varepsilon_d = \frac{\Delta d}{d}$

**Poisson-szám:**  $\mu = \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_l}$

$$[\mu] = 1$$

Nyújtáskor fellépő relatív térfogatváltozás:  $\frac{\Delta V}{V} = \frac{1 - 2\mu}{E} \cdot \frac{F}{A}$

**Feszültség:**  $\sigma = \frac{F}{A}$

**Hooke törvénye:**  $\sigma = E\varepsilon_l$

$\sigma$ : rugalmas feszültség;

$$[\sigma] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

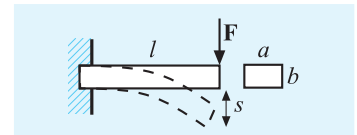
A tárolt energia megnyúlás, illetve összenyomódás esetén:

$$W = \frac{1}{2} F \cdot \Delta l = \frac{\sigma^2 \cdot A \cdot l}{2E}$$

##### Lehajlás

$F$  erő hatására egyik végén befogott  $l$  hosszúságú rúd esetén:

$$s = \frac{1}{3E} \cdot \frac{l^3}{I} F$$



$I$ : a felületi nyomaték;  $[I] = \text{m}^4$

$$I_{\text{kör}} = \frac{\pi}{4} R^4, \quad I_{\text{cső}} = \frac{\pi}{4} (R^4 - r^4)$$

$R, r$ : külső, illetve belső sugár

Téglalap keresztmetszetű rúdnál a felületi nyomaték

$$I = \frac{1}{12} ab^3, \quad \text{így: } s = 4 \frac{Fl^3}{Eab^3}$$

## Hajlítás

A rúd közepének lehajlása:  $s = \frac{Fl^3}{48EI}$

Két végén alátámasztott – téglalap keresztmetszetű – rúdnál:

$$s = \frac{Fl^3}{4Eab^3}$$

## Nyírás

A csúszási szög:  $\gamma = \frac{1}{G} \cdot \frac{F}{A} = \frac{\tau}{G}$

**Nyírási feszültség:**  $\tau = \frac{F}{A}$

**Hooke-törvény:**  $\tau = G\gamma$

## Csavarás (torzió)

$M$  forgatónyomaték hatására az  $R$  sugarú,  $l$  hosszúságú rúd végénél  $\varphi$  elcsavarodása:

$$\varphi = \frac{2}{\pi \cdot G} \cdot \frac{l}{R^4} \cdot M$$

A tárolt energia:  $W_{cs} = \frac{1}{2} M\varphi$

## Torziós inga

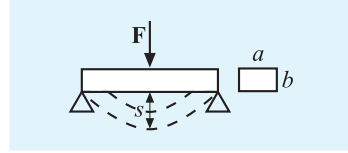
$R$  sugarú,  $l$  hosszúságú torziós szál végére kifejtett  $M$  forgatónyomaték:

$$M = D^* \cdot \varphi$$

A  $D^*$  direkciós nyomaték a szál adataival kifejezve (csavarás):

$$D^* = \frac{\pi}{2} G \frac{R^4}{l}$$

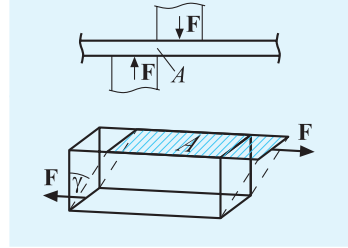
A tárolt energia:  $W = \frac{1}{2} D^* \cdot \varphi^2$



$E$ : a Young-modulus

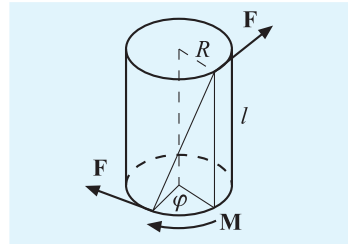
$I$ : a felületi nyomaték

(l. lehajlás)



$G$ : torzió modulus;

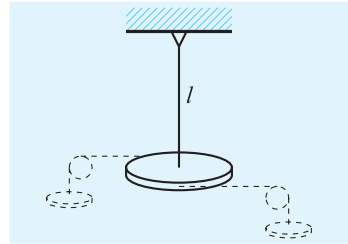
$$[\tau] = [G] = \frac{N}{m^2}$$



$G$ : torzió modulus;  $[G] = \frac{N}{m^2}$

$\varphi$ : az elcsavarodás szöge

$[\varphi] = 1$  (rad)



$D^*$ : a direkciós nyomaték;

$[D^*] = Nm$

$\varphi$ : az elcsavarodás szöge

## 1.6. Rezgések

### 1.6.1. Harmonikus rezgőmozgás

#### Kinematikai leírás

A kitérés:

$$x = A \sin(\omega t)$$

A sebesség:

$$v = A \cdot \omega \cos(\omega t)$$

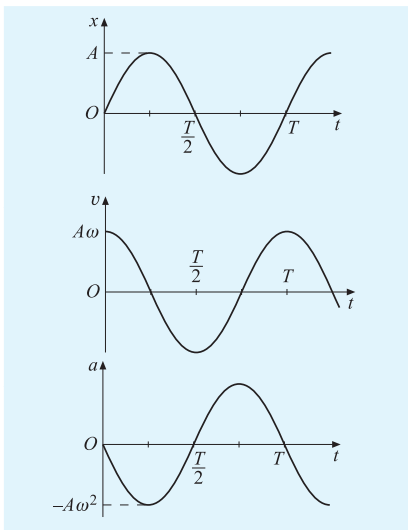
$$v_{\max} = A\omega$$

A gyorsulás:

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t)$$

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

$$a_{\max} = A\omega^2$$



$A$ : az amplitúdó;  $[A] = \text{m}$

$\omega$ : a körfrekvencia;  $[\omega] = \frac{1}{\text{s}}$

$T$ : a periódusidő;  $[T] = \text{s}$

$f$ : a frekvencia;  $[f] = \frac{1}{\text{s}}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad f = \frac{1}{T}$$

Ha a kezdőfázis  $\varphi_0 \neq 0$ , a kinematikai függvények argumentuma:  $(\omega t + \varphi_0)$ .

#### A harmonikus rezgőmozgás dinamikai feltétele

$$\mathbf{F} = -D \cdot \mathbf{x} = -m\omega^2 \cdot \mathbf{x}$$

$D$ : a direkciós erő (rugóállandó)

$m$ : a tömeg

$\mathbf{x}$ : a kitérésvektor

A periódusidő:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

#### A harmonikus rezgőmozgást végző test energiája

$$E_{\text{össz}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Dx^2$$

$v$ : sebesség

$x$ : kitérés

### 1.6.2. Matematikai inga (fonálinga)

**Lengésidő** (az inga hosszához képest kis kitérések esetén):

$l$ : az inga hossza

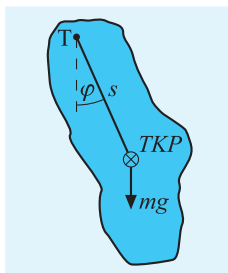
$g$ : a nehézségi gyorsulás

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

### 1.6.3. Fizikai inga

**A lengésidő** (kis kitérések esetén)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta_T}{mgs}}$$



$\Theta_T$ : a forgástengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomaték

$m$ : a test tömege

$s$ : a  $T$  tengely és a  $TKP$  tömegközéppont távolsága



## 1.7. Mechanikai hullámok

### 1.7.1. Haladó hullámok

$$\lambda = \frac{c}{f} = cT; \quad T = \frac{1}{f}$$

#### A hullámfüggvény:

$$\begin{aligned} y(x, t) &= A \sin \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{cT} \right) = \\ &= A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = A \sin(\omega t - kx) \end{aligned}$$

(az  $y$  kitérés a hely ( $x$ ) és az idő ( $t$ ) függvénye)

### 1.7.2. A hullám terjedési sebessége

#### Gázokban:

Longitudinális hullám terjedési sebessége ideális gázokban:

$$c_{\text{long}} = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}} \quad (\text{Laplace-féle formula})$$

#### Folyadékokban:

Longitudinális hullám terjedési sebessége folyadékokban

$$c_{\text{long}} = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

#### Rugalmas szilárd testekben

$$\text{Rudakban: } c_{\text{long}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad c_{\text{transz}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

$$F \text{ erővel kifeszített húrban: } c_{\text{transz}} = \sqrt{\frac{F}{A\rho}}$$

$\lambda$ : hullámhossz;  $[\lambda] = \text{m}$

$T$ : a periódusidő;  $[T] = \text{s}$

$f$ : a frekvencia;  $[f] = \frac{1}{\text{s}}$

$c$ : terjedési sebesség;  $[c] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$  hullámszám;  $[k] = \frac{1}{\text{m}}$

$y$ : a közeg részecskéinek kitérése

$x$ : a részecskének a hullám terjedésének irányában mért koordinátája

$A$ : amplitúdó;  $[A] = \text{m}$

$\omega$ : körfrekvencia;  $[\omega] = \frac{1}{\text{s}}$

$p$ : a gáz nyomása;  $[p] = \text{Pa}$

$\rho$ : a gáz sűrűsége;  $[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$  (1. Hőtan)

$\rho$ : a folyadék sűrűsége;

$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$K$ : a kompresszió modulus;

$[K] = \text{Pa}$

$E$ : a Young-modulus

$G$ : a nyírási modulus

$c_{\text{long}}$ , illetve  $c_{\text{transz}}$  longitudinális, illetve transzverzális hullám sebessége

$A$ : a húr keresztmetszete

$\rho$ : a sűrűsége

### 1.7.3. Állóhullámok

#### Húrok, rudak sajátrezgése

$l$  hosszúságú **rúd** sajátrezgése longitudinális hullám esetén:  $f$ : a rezgés frekvenciája

$$f_{\text{long}} = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$E$ : a Young-modulus

$\rho$ : a sűrűség

$F$  erővel kifeszített,  $l$  hosszúságú **húr** sajátrezgése:

transzverzális hullám esetén:

$$f_{\text{transz}} = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{F}{ml}}$$

$m$ : a húr tömege

longitudinális hullám esetén:

$$f_{\text{long}} = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$A$ : a húr keresztmetszete

A felharmonikusok frekvenciái:  $f_n = n \cdot f_{\text{alap}}$

$n = 2, 3, \dots$

#### Rezgő levegőoszlopok (sípok)

$l$  hosszúságú, egyik végén nyitott gázoszlop (**zárt síp**):

$$f_{\text{alap}} = \frac{c}{4l}, \text{ a felharmonikusok: } f_n = (2n - 1) \cdot f_{\text{alap}};$$

$f$ : a hang frekvenciája

$c$ : a hullám (hang) terjedési sebessége gázban (levegőben)

$l$  hosszúságú, mindkét végén nyitott gázoszlop (**nyitott síp**):

$$f_{\text{alap}} = \frac{c}{2l}, \text{ a felharmonikusok: } f_n = n \cdot f_{\text{alap}}$$

$n = 2, 3, \dots$

**A hang terjedési sebessége**  $0^\circ\text{C}$  hőmérsékleten, levegőben:

$$c_0 = 331,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$[t] = ^\circ\text{C}$

A hang terjedési sebességének hőmérsékletfüggése ideális gázokban:

$$c = c_0 \sqrt{1 + \frac{t}{273 \text{ K}}} = c_0 \sqrt{\frac{T}{273 \text{ K}}}$$

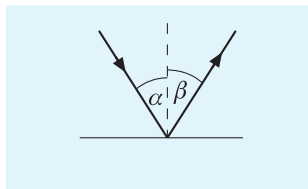
$[T] = \text{K}$

### 1.7.4. Hullámjelenségek

#### Visszaverődés

$$\alpha = \beta$$

Beesési merőleges a közeg-határra merőleges egyenes

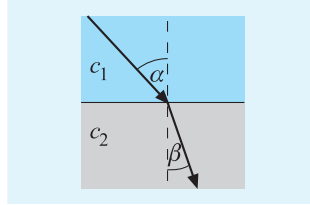


$\alpha$ : a beesési szög

$\beta$ : a visszaverődési szög

## Törés

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = n_{2,1}$$



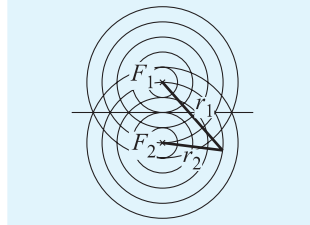
$c_1, c_2$ : a hullám terjedési sebessége az egyes közegben  
 $n_{2,1}$ : a 2. közeg 1. közegre vonatkoztatott törésmutatója

## Hullámok találkozása, interferencia

**Maximális erősítés feltétele:**

$$\Delta s = 2k \frac{\lambda}{2}$$

$$r_1 - r_2 = 2k \frac{\lambda}{2}$$



$\Delta s$ : útkülönbség a találkozó hullámok között

$r_1$  } az egyes hullámforrások  
 $r_2$  }

távolsága az erősítés, illetve gyengítés helyétől

$k = 0, 1, 2, 3, \dots$

**Kioltás vagy maximális gyengítés feltétele:**

$$\Delta s = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$r_1 - r_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

### 1.7.5. A hangtani Doppler-jelenség

Az  $M$  megfigyelő által észlelt hang  $f$  frekvenciája (magassága) függ az  $F$  hangforrás  $f_0$  frekvenciájától, valamint  $M$ -nek és  $F$ -nek a közeghez (levegőhöz) viszonyított  $v_M$ , illetve  $v_F$  sebességétől. ( $v_m$ , illetve  $v_F$  lehet nulla is.)

$f_0$ : a hangforrás frekvenciája

$c$ : a hangsebesség

$f$ : az észlelt frekvencia

$$f = f_0 \frac{c + v_M}{c - v_F} \quad (\text{magasabb hang})$$

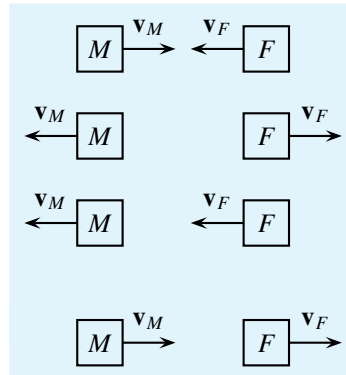
$$f = f_0 \frac{c - v_M}{c + v_F} \quad (\text{mélyebb hang})$$

$$f = f_0 \frac{c - v_M}{c - v_F}$$

(magasabb hang, ha  $v_F > v_M$ , mélyebb hang, ha  $v_F < v_M$ )

$$f = f_0 \frac{c + v_M}{c + v_F}$$

(magasabb hang, ha  $v_F < v_M$ , mélyebb hang, ha  $v_F > v_M$ )



$v_F$  és  $v_M$ : a forrást és a megfigyelőt összekötő egyenes menti sebességkomponensek

$M$  és  $F$  közeledésekor az észlelt hang a kibocsátottnál magasabb ( $f > f_0$ ), távolodáskor mélyebb ( $f < f_0$ ).

## 1.8. Folyadékok és gázok mechanikája

### 1.8.1. Nyugvó folyadékok és gázok

#### Pascal törvénye

Folyadékra (gázra) ható külső erő által létrehozott nyomás a folyadékban (gázban) minden irányban gyengíthetetlenül terjed.

#### A folyadék súlyából származó hidrosztatikai nyomás

Nyugvó folyadék szabad felületétől mért  $h$  mélységben a  $p$  hidrosztatikai nyomás:

$$p = \rho h g$$

Ha a folyadék felszínére  $p_0$  külső nyomás is hat:

$$p = p_0 + \rho h g$$

#### Arkhimédész törvénye

A nem gyorsuló folyadékba (gázba) merülő testre ható felhajtóerő:

$$F = V_t \rho_f g$$

#### A légnyomás

$$p_0 = h_0 \cdot \rho_{Hg} \cdot g$$

A tengerszinten általában a nyomás:

$$p_0 = 101,325 \text{ kPa} = 1,0132 \cdot 10^5 \text{ Pa} (= 760 \text{ Hgmm})$$

A légnyomás a magassággal csökken (barometrikus magasságformula)

$$p_h = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g}{p_0} h}$$

ha minden magasságban ugyanakkora a hőmérséklet ( $T_0 = \text{állandó}$ )

A sűrűség magasságfüggvénye:

$$\rho_h = \rho_0 e^{-\frac{\rho_0 g}{p_0} h}$$

$$p = \frac{F}{A} \text{ a nyomás}$$

$F$ : a felületre ható merőleges erő

$A$ : a felület nagysága

$$[p] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa}$$

$\rho$ : a folyadék sűrűsége

$$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

A nyomás nem SI egységei: lásd 9.16. táblázat

$V_t$ : a test folyadékba merülő részének térfogata

$\rho_f$ : a folyadék sűrűsége

$g$ : a nehézségi gyorsulás

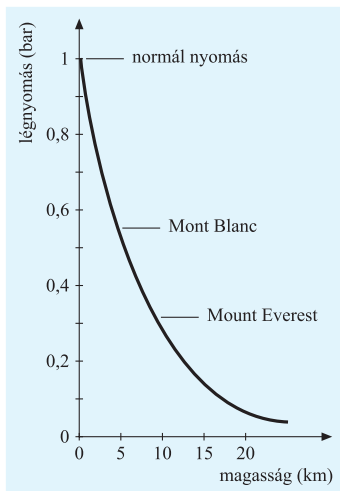
$h_0$ : a higanyoszlop magassága a Torricelli-kísérletben

$$h_0 \approx 76 \text{ cm}$$

$\rho_{Hg}$ : a higany sűrűsége

$p_0$ , illetve  $\rho_0$  a levegő nyomása, illetve sűrűsége a viszonyítási helyen,  $T_0$  hőmérsékleten  
 $h$ : a viszonyítási hely fölötti magasság

$\rho_h$ : a sűrűség  $h$  magasságban



### 1.8.2. Molekuláris erők folyadékokban

**Felületi feszültség** (folyadékhatárfelületen ható erők)

A drótkeret  $l$  hosszúságú darabjára ható erő:  $F = \sigma 2l$   
(A hártjának két felszíne van.)

**Energetikai értelmezés (határfelületi energia)**

A  $\Delta A$  felületnövekedés esetén a felületi energia

$$\Delta E = \sigma \cdot \Delta A$$

értékkel növekszik.

**Görbületi nyomás**

Folyadékcséppnél:  $p_g = 2 \frac{\sigma}{R_{\text{gömb}}}$

Folyadékhatárfelület (szappanbuborék) esetén:  $p_g = 4 \frac{\sigma}{R_{\text{gömb}}}$

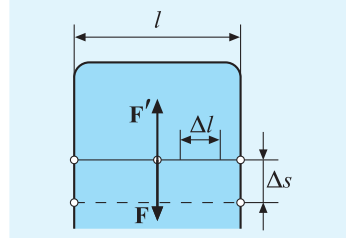
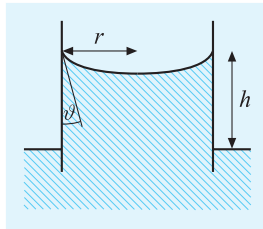
**Kapilláris jelenségek**

Kapilláris emelkedés (süllyedés) csőben:

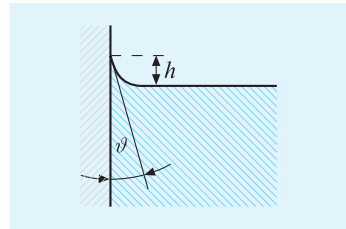
$$h = \frac{2\sigma \cos \vartheta}{r \rho g}$$

Kapilláris emelkedés (süllyedés) sík falnál:

$$h = \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho g}} (1 - \sin \vartheta).$$



$R_{\text{gömb}}$ : a csepp, illetve a buborék sugara



$\vartheta$ : az illeszkedés szöge  
üveg és víz esetében:  $\vartheta = 0^\circ$   
 $r$ : a kapilláris cső sugara  
 $\rho$ : a folyadék sűrűsége

**A felületi feszültség hőmérsékletfüggése (Eötvös-szabály)**

Telített gőzzel érintkező  $v$  móltérfogatú, tiszta folyadék és  $T \leq T_{kr}$  esetén:

$$\sigma v^{\frac{2}{3}} = k_E (T_{kr} - T).$$

( $v$ : móltérfogat a gőzállapotban mért moláris tömeg alapján)

$T_{kr}$  a folyadéknak kritikus hőmérséklete

$k_E$  az Eötvös-állandó

### 1.8.3. Testek mozgása folyadékokban, gázban

**Stokes-törvény: a réteges (lamináris) folyadékáramlásban lévő gömbre ható erő**

Ha a folyadék sebessége elég kicsi ( $v_{\text{foly}} < 1160 \frac{\eta}{\rho_f R}$ ):

$$F_k = 6\pi \eta R_{\text{gömb}} \cdot v_{\text{foly}}$$

Nehézségi erőterben eső,  $R$  sugarú gömbnek tekinthető esőcsépp vagy porszem állandósult sebessége:

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{R^2 \cdot g \cdot (\rho_t - \rho_f)}{\eta}$$

$$R \ll L$$

$\rho_f$ : a folyadék sűrűsége;

$$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$\eta$ : a folyadék dinamikai viszkozitása;  $[\eta] = \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$

$$[\eta] = \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$$

$\rho_t$ : a gömb sűrűsége

## Közegellenállás

### Folyadékban $v$ sebességgel mozgó testre ható erő

$R$  sugarú gömbre folyadékban ható közeg-ellenállási erő kis sebességek esetén:

$$F_k = 6\pi\eta Rv$$

(a relatív sebességgel ellentétes irányú) (Stokes-törvény)

Közeg-ellenállási erő nagyobb sebességek és tetszőleges alakú testek esetén:

$$F_k = kA \frac{1}{2}\rho v^2$$

(a relatív sebességgel ellentétes irányú)

$\eta$ : a viszkozitás;  $[\eta] = \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$

$k$ : a formátényező;  $[k] = 1$

$A$ : a test mozgásirányára merőleges legnagyobb keresztmetszete;  $[A] = \text{m}^2$

$\rho$ : a közeg sűrűsége;  $[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$v$ : a relatív sebesség;  $[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

### 1.8.4. Folyadékok és gázok áramlása

#### Ideális folyadékok áramlása

Ideális folyadék: súrlódásmentes (nyírófeszültségek mozgás esetén sem lépnek fel)

#### Áramlás

Az áramlás erőssége:

$$I = \frac{\Delta m}{\Delta t} = Av\rho$$

A stacionárius (időtől független) áramlás törvénye (kontinuitási törvény):

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

Ha összenyomhatatlan a folyadék, sűrűsége nem változik:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

#### Bernoulli-törvény

Az áramlási térben egy kiszemelt áramlási cső mentén:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2 = \dots = \text{állandó}$$

Vízszintes áramlás esetén:

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{állandó}$$

#### Torricelli-féle kiömlési törvény:

$$v = \sqrt{2gh}$$

A kifolyócső alakjától függő tényező  $\psi < 1$

$$v = \psi \sqrt{2gh}$$

Tartályból kis nyíláson kiömlő gáz (Bunsen-féle törvény):

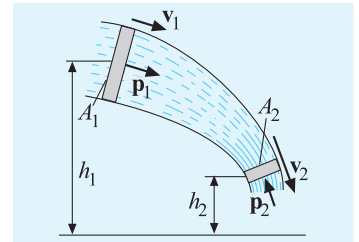
$$v = \sqrt{\frac{2(p_b - p_0)}{\rho_{\text{gáz}}}}$$

$A$ : a felület területe

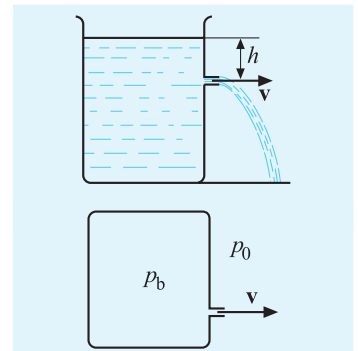
$v$ : a felületre merőleges sebesség

$\rho$ : a folyadék sűrűsége

$\rho_1$  és  $\rho_2$ : az 1., ill. a 2. keresztmetszetben a közeg sűrűsége



$p_i$ : a nyomás azon a helyen, ahol a közeg sebessége  $v_i$



## 2. HŐTAN

### 2.1. Szilárd testek tágulása

#### Szilárd testek vonalas (lineáris) hőtágulása

A  $\Delta t$  hőmérséklet-változás hatására bekövetkező  $\Delta l$  hosszváltozás:

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

A test  $l_t$  hossza  $t$  hőmérsékleten:

$$l_t = l_0(1 + \alpha t)$$

$l_0$ : a test hossza  $0^\circ\text{C}$  hőmérsékleten

$\alpha$ : a lineáris hőtágulási együttható;  $[\alpha] = \frac{1}{^\circ\text{C}}$

$[t] = ^\circ\text{C}$

#### Szilárd testek felületi tágulása

A felületváltozás:

$$\Delta A = A_0 \cdot 2\alpha \cdot \Delta t \text{ (jó közelítéssel)}$$

a test felülete  $t$  hőmérsékleten:

$$A_t = A_0(1 + 2\alpha t)$$

$A_0$ : a test felületének területe  $0^\circ\text{C}$ -on;

$[t] = ^\circ\text{C}$

#### Szilárd testek térfogati hőtágulása

(izotrop test köbös hőtágulása)

A térfogatváltozás:

$$\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta t$$

a test térfogata  $t$  hőmérsékleten:

$$V_t = V_0(1 + \beta \Delta t)$$

$$\beta = 3\alpha \text{ (jó közelítéssel)}$$

$V_0$ : a test térfogata  $0^\circ\text{C}$ -on;

$[t] = ^\circ\text{C}$

$\beta$ : a térfogati hőtágulási együttható;  $[\beta] = \frac{1}{^\circ\text{C}}$

### 2.2. Folyadékok hőtágulása

A térfogatváltozás  $\Delta t$  hőmérséklet-változás hatására:

$$\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta t$$

A térfogat  $t$  hőmérsékleten:

$$V_t = V_0(1 + \beta t)$$

$V_0$ : a folyadék  $0^\circ\text{C}$ -on mért térfogata

$\beta$ : a folyadék hőtágulási együtthatója

Szilárd testek és folyadékok hőmérséklet-változás hatására bekövetkező sűrűségváltozása:

$$\rho_t = \frac{\rho_0}{1 + \beta t}$$

$\rho_0$ : a sűrűség  $0^\circ\text{C}$ -on

$\rho_t$ : a sűrűség  $t$  hőmérsékleten

A víz a folyadékok többségétől eltérően viselkedik. Hőtágulási együtthatója  $0$  és  $4^\circ\text{C}$  között negatív,  $4^\circ\text{C}$ -on zérus.

## 2.3. Gáztörvények

### 2.3.1. Boyle–Mariotte-törvény:

Állandó tömegű és hőmérsékletű gáz nyomásának és térfogatának szorzata:

$$pV = \text{állandó, ha } t = \text{állandó}$$

### 2.3.2. Gay-Lussac I. törvénye

Állandó tömegű gáz  $\Delta t$  hőmérséklet-változás hatására bekövetkező térfogatváltozása állandó nyomáson:

$$\Delta V = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta t, \text{ ha } p = \text{állandó}$$

Ha  $V_0$  a  $0^\circ\text{C}$ -on mért térfogat, akkor

$$\beta = \frac{1}{273,15} \frac{1}{^\circ\text{C}},$$

és a gáz térfogata  $t$  hőmérsékleten

$$V_t = V_0 \left( 1 + \frac{t}{273} \right)$$

### 2.3.3. Gay-Lussac II. törvénye

Állandó tömegű gáz  $\Delta t$  hőmérséklet-változás hatására bekövetkező nyomásváltozása állandó térfogaton:

$$\Delta p = \beta \cdot p_0 \cdot \Delta t, \text{ ha } V = \text{állandó}$$

Ha  $p_0$  a  $0^\circ\text{C}$ -on mért nyomás, akkor

$$\beta = \frac{1}{273,15} \frac{1}{^\circ\text{C}},$$

és a gáz nyomása  $t$  hőmérsékleten

$$p_t = p_0 \left( 1 + \frac{t}{273} \right)$$

#### Az abszolút hőmérsékleti skála

A Kelvin-fokban (K) kifejezett  $T$  hőmérséklet

$$T = t + 273,15$$

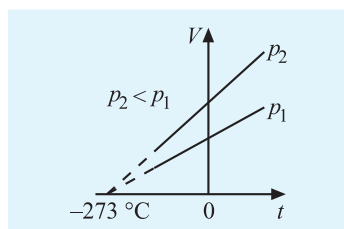
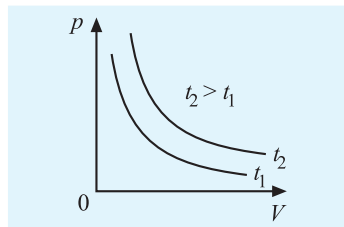
( $t$ : a Celsius-fokban mért hőmérséklet).

#### Az egyesített gáztörvény

Állandó tömegű ideális gázra:  $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ ; ha  $m = \text{állandó}$

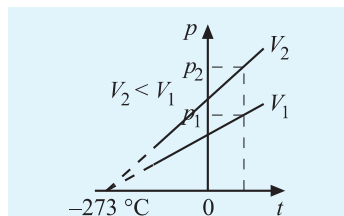
Ha a folyamatban a gáz tömege is megváltozik:  $\frac{p_1 V_1}{T_1 m_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2 m_2}$

A sűrűséggel kifejezve:  $\frac{p_1}{\rho_1 T_1} = \frac{p_2}{\rho_2 T_2}$



$[t] = ^\circ\text{C}$

$p_0$ : a gáz nyomása  $0^\circ\text{C}$ -on  
 $[t] = ^\circ\text{C}$



Kelvin-skála	Celsius-skála
373 K	$100^\circ\text{C}$
273 K	$0^\circ\text{C}$
0 K	$-273^\circ\text{C}$



## Speciális állapotváltozások

**Izoterm** állapotváltozás ( $T = \text{állandó}$ ):  $pV = \text{állandó}$  (Boyle–Mariotte-törvény).

**Izobár** állapotváltozás ( $p = \text{állandó}$ ):  $\frac{V}{T} = \text{állandó}$  (Gay-Lussac I. törvénye).

**Izochor** állapotváltozás ( $V = \text{állandó}$ ):  $\frac{p}{T} = \text{állandó}$  (Gay-Lussac II. törvénye).

**Adiabatikus** állapotváltozás ( $Q = 0$ ):

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}, \text{ az adiabatikus kitevő}$$

$$pV^\kappa = \text{állandó}$$

$$TV^{\kappa-1} = \text{állandó}$$

$$Tp^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \text{állandó}$$

$c_p$ , illetve  $c_v$  az ideális gáz állandó nyomáson és állandó térfogaton mért fajhője (l. Az ideális gáz fajhője)

### 2.3.4. Az ideális gázok termikus állapotegyenlete

$m$  tömegű,  $M$  moláris tömegű ideális gázra:

$$[m] = \text{g}$$

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

$$[M] = \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}: \text{ az egyetemes gázállandó}$$

A gázban lévő **molekulák számával** kifejezve:

$N$ : a molekulák száma

$$pV = NkT$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}: \text{ a Boltzmann-állandó}$$

A mólszámmal jellemzett **anyagmennyiség-gel** kifejezve:

$$n = \frac{m}{M}: \text{ anyagmennyiség}$$

$$pV = nRT$$

$$[n] = \text{mol}$$

### Avogadro törvénye

Bármely gáz mólnyi mennyiségében a molekulák száma azonos:

$N_A$ : az Avogadro-állandó

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$$

### 2.3.5. Gázkeverékek termikus állapotegyenlete

#### Dalton törvénye

Az ideális gázkeverék nyomása a parciális nyomások összege:

$N_1, N_2, \dots$ : a gáztérben lévő egyes alkotóelemek molekuláinak száma

$$p = \sum_{i=1}^n p_i = \left( N_1 \frac{kT}{V} + N_2 \frac{kT}{V} + \dots \right);$$

a gázkeverék állapotegyenlete:

$$pV = (N_1 + N_2 + \dots)kT$$

### 2.3.6. A molekuláris hőelmélet alapjai

#### A kinetikai gázelmélet alapegyenlete

$$pV = \frac{2}{3}N \cdot \frac{m_0 \overline{v^2}}{2};$$

a gáz hőmérséklete:

$$T = \frac{2}{3k} \cdot \frac{m_0 \overline{v^2}}{2} = \frac{2}{3k} \varepsilon$$

#### Az energia egyenletes eloszlása (ekvipartíció tétele)

A gázmolekulák átlagos energiája egyenletesen oszlik el a szabadsági fokokra:

$$\varepsilon = f \cdot \frac{1}{2}kT$$

Az egy szabadsági fokra jutó átlagos energia:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2}kT$$

Egyatomos molekulájú gázra,  $f = 3$ :

$$\varepsilon = \frac{m_0 \overline{v^2}}{2} = \frac{m_0 \overline{v_x^2}}{2} + \frac{m_0 \overline{v_y^2}}{2} + \frac{m_0 \overline{v_z^2}}{2} = \frac{3}{2}kT$$

Kéttatomos molekula esetén,  $f = 5$ :

$$\varepsilon = \frac{1}{2}m_0 \overline{v_x^2} + \frac{1}{2}m_0 \overline{v_y^2} + \frac{1}{2}m_0 \overline{v_z^2} + \frac{1}{2} \Theta_x \omega_x^2 + \frac{1}{2} \Theta_z \omega_z^2 = \frac{5}{2}kT$$

Többatomos molekula esetén,  $f = 6$ :

$$\varepsilon = \frac{1}{2}m_0 \overline{v_x^2} + \frac{1}{2}m_0 \overline{v_y^2} + \frac{1}{2}m_0 \overline{v_z^2} + \frac{1}{2} \Theta_x \omega_x^2 + \frac{1}{2} \Theta_y \omega_y^2 + \frac{1}{2} \Theta_z \omega_z^2 = \frac{6}{2}kT = 3kT$$

$N$ : a  $V$  térfogatban lévő molekulák száma

$m_0$ : egy molekula tömege

$\overline{v^2}$ : a részecskék sebességnégyzetének átlaga

$\varepsilon = \frac{m_0 \overline{v^2}}{2}$  egy molekula átlagos mozgási energiája

$k$ : a Boltzmann-állandó

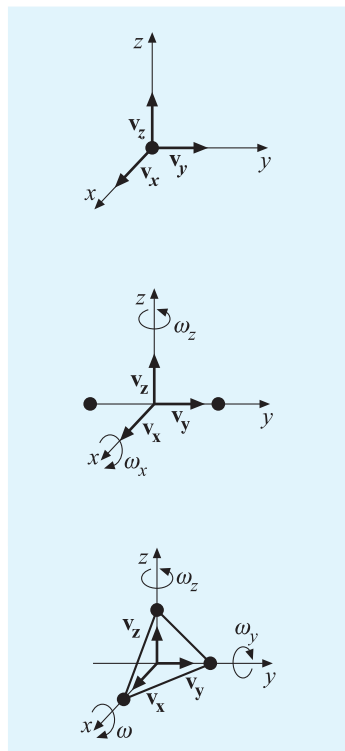
$f$ : a szabadsági fokok száma: az energia kifejezésben szereplő négyzetes tagok száma

$\varepsilon$ : egy molekula átlagos mechanikai energiája

$\varepsilon_1$ : az egy szabadságfokra jutó átlagos energia

$k$ : a Boltzmann-állandó

$T$ : a gáz hőmérséklete [K]



$\Theta_x, \Theta_z, \Theta_y$ : a molekula tehetlenségi nyomatékai

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ : szögsebességek

## A gázmolekulák termikus átlagsebessége

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

## Ozmózisnyomás híg oldatokban

van't Hoff törvénye:

$$pV = nRT$$

## Diffúzió (Fick-törvény)

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = -DA \frac{\Delta \rho}{\Delta z}$$

Ha a részecskéket  $r$  sugarú gömbnek tekintjük:

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$$

A  $D$  diffúziós állandó hőmérsékletfüggése:

$$D = D_0 \cdot e^{-\frac{E}{kT}}$$

## 2.4. Termodinamika

### 2.4.1. Hő, fajhő, hőkapacitás

A hőközlés mértékére jellemző a  $Q$  hő:

$$Q = cm\Delta T$$

A test **hőkapacitása**:

$$C = mc$$

## Kalorimetria

A szilárd testek és folyadékok termikus kölcsönhatásakor a kialakult  $t_k$  közös hőmérséklet (ha nincs halmazállapot-változás):

$$t_k = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2 + \dots}{c_1 m_1 + c_2 m_2 + \dots}$$

$M$ : a gáz moláris tömege

$m_0$ : a részecskék tömege

$T$ : a gáz hőmérséklete [ $K$ ]

$R$ : általános gázállandó

$k$ : a Boltzmann-állandó

$p$ : az ozmózisnyomás

$V$ : az oldat térfogata

$n$ : az oldott anyag mólszáma

$R$ : az egyetemes gázállandó

$T$ : az abszolút hőmérséklet

$\frac{\Delta \rho}{\Delta z}$ : a sűrűséggradiens

$D$ : a diffúziós állandó

$\frac{\Delta m}{\Delta t}$ : az időegység alatt átdif-

fundált anyag tömege

$A$ : a keresztmetszet, amelyen a diffúzió történik

$\eta$ : a viszkozitás

$E$ : aktivációs energia

$k$ : Boltzmann-állandó

$T$ : az abszolút hőmérséklet

$[Q] = J$

$m$ : a test tömege;  $[m] = kg$

$\Delta T$ : a hőmérséklet-változás;

$[\Delta T] = K$

$c$ : fajhő;  $[c] = \frac{J}{kgK}$

$C$ : hőkapacitás;  $[C] = \frac{J}{K}$

$c_i, m_i, t_i$ : a kölcsönhatásban levő testek, folyadékok fajhője, tömege, kezdeti hőmérséklete

### 2.4.2. Az ideális gáz fajhője

**Állandó nyomáson** történő hőközléskor:

$$Q_p = c_p \cdot m \cdot \Delta t$$

**állandó térfogaton** történő hőközléskor:

$$Q_V = c_V \cdot m \cdot \Delta t$$

Az adiabatikus kitevő:  $\kappa = \frac{c_p}{c_V}$

Robert Mayer-egyenlet:  $c_p - c_V = \frac{R}{M}$

### Gázok hőkapacitása és fajhője molekuláris adatokkal

Hőkapacitás állandó térfogaton:  $C_V = \frac{f}{2} Nk = \frac{f}{2} nR$

Mólhő állandó térfogaton:  $C_{m,V} = \frac{C_V}{n} = \frac{f}{2} \cdot R$

Fajhő állandó térfogaton:  $c_V = \frac{C_V}{m} = \frac{f}{2} \cdot \frac{k}{m_0} = \frac{f}{2} \cdot \frac{R}{M}$

Hőkapacitás állandó nyomáson:  $C_p = \frac{f+2}{2} Nk = \frac{f+2}{2} nR$

Mólhő állandó nyomáson:  $C_{m,p} = \frac{C_p}{n} = \frac{f+2}{2} \cdot R$

Fajhő állandó nyomáson:  $c_p = \frac{C_p}{m} = \frac{f+2}{2} \cdot \frac{k}{m_0} = \frac{f+2}{2} \cdot \frac{R}{M}$

### 2.4.3. A gáz által végzett tágulási munka

**izobár** ( $p = \text{állandó}$ ) változáskor:

$$W_{\text{gáz}} = p \cdot \Delta V = p(V_2 - V_1)$$

**izochor** ( $V = \text{állandó}$ ) változáskor:

$$W_{\text{gáz}} = 0$$

**izoterm** ( $T = \text{állandó}$ ) változáskor:

$$W_{\text{gáz}} = NkT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

**adiabatikus** ( $Q = 0$ ) változáskor:

$$W_{\text{gáz}} = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\kappa - 1}$$

### 2.4.4. Belső energia

$f$  termodinamikai szabadsági fokú rendszerben:

$$E = \frac{f}{2} NkT$$

$m$  tömegű, állandó fajhőjű, ideális gáz belső energiája:

$$E = c_V m T$$

$c_p$ , ill.  $c_V$ : állandó nyomáson, ill. állandó térfogaton mért fajhő

$$[c_p] = [c_V] = \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$$

$\kappa = \frac{5}{3}$  egyatomos gázra

$\kappa = \frac{7}{5}$  kétatomos gázra

$R$ : az általános gázállandó

$M$ : a moláris tömeg

$f$ : a szabadsági fokok száma

$N$ : a molekulák száma

$k$ : a Boltzmann-állandó

$m_0$ : a gázmolekula tömege

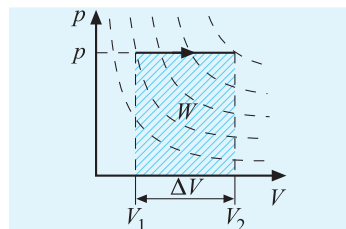
$R$ : az általános gázállandó

$M$ : a moláris tömeg

$n$ : anyagmennyiség

mólhő = moláris hőkapacitás

fajhő = fajlagos hőkapacitás



$Q$ : hőcsere

$\kappa = \frac{c_p}{c_V}$  (adiabatikus kitevő)

$E$ : belső energia

$N$ : részecskék száma

$k$ : a Boltzmann-állandó

$T$ : a gáz hőmérséklete;  $[T] = \text{K}$

$c_V$ : állandó térfogaton mért fajhő

### 2.4.5. A termodinamika főtételei

#### A termodinamika első főtétele:

$$\Delta E = Q + W$$

A rendszeren végzett  $W$  munka a rendszer által végzett  $W'$  munka ellentettje:

$$W = -W'$$

Ezért például egy izobár folyamatban:  $\Delta E = Q - p\Delta V$

#### Az első főtétele és az elsőfajú perpetuum mobile:

Nincs olyan periodikusan működő gép, ún. elsőfajú perpetuum mobile (örökmozgó), amely hőfelvétel nélkül képes munkát végezni.

#### A termodinamika második főtétele

Adiabatikusan zárt anyagalmaz entrópiája nem csökkenhet:

$$\Delta S \geq 0$$

Az entrópiaváltozás egy test (rendszer) két állapota között reverzibilis folyamatban:

$$\Delta S = \sum_i \frac{\Delta Q_i}{T_i}$$

#### A második főtétele és a másodfajú perpetuum mobile:

Nem lehetséges másodfajú perpetuum mobilét konstruálni, azaz olyan periodikusan működő gépet, amely az energiamegmaradási tételnek ugyan nem mondana ellen, de a felvett hőt hőleadás nélkül, vagyis 100%-os hatásfokkal alakítaná mechanikai munkává.

#### A termodinamika harmadik főtétele

Az abszolút zérus fokhoz (0 K) való közeledésnél a kémiaiilag homogén anyagok entrópiája zérushoz tart. Az abszolút zérus fokhoz közeledve az anyagok fajhője zérushoz tart.

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0 \quad \lim_{T \rightarrow 0} c(T) = 0$$

(A 0 K hőmérséklet véges sok lépésben nem érhető el.)

### 2.4.6. Nyílt folyamatok ideális gázokkal

(Az I. főtétele alkalmazásai)

**Izotermikus folyamat:**  $T = \text{állandó}$

$$\Delta E = 0$$

$$Q = -W$$

$$W_{\text{gáz}} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

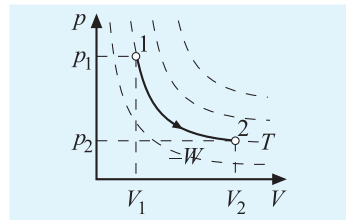
$\Delta E$ : adott rendszer belső energiájának megváltozása

$Q$ : a rendszerrel közölt hő

$W$ : a rendszeren végzett munka

$W'$ : a rendszer munkája, pl. gáz térfogati munkája

$S$ : entrópia;  $[S] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$



**Izochor folyamat:**  $V = \text{állandó}$

$$W = 0$$

$$\Delta E = Q_V$$

$$Q_V = c_V \cdot m \cdot \Delta T$$

**Izobár folyamat:**  $p = \text{állandó}$

$$W_{\text{gáz}} = p \cdot \Delta V = p(V_2 - V_1)$$

$$\Delta E = Q_p - p(V_2 - V_1)$$

$$Q_p = c_p \cdot m \cdot \Delta T$$

**Adiabatikus folyamat:**

$$Q = 0$$

$$\Delta E = W$$

$$W_{\text{gáz}} = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\kappa - 1}$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_V} \text{ (adiabatikus kitevő)}$$

2.4.7. Körfolyamatok gázokkal

$$\sum Q + \sum W = 0$$

$$\Delta E = 0$$

**A hőerőgépek termodinamikai hatásfoka:**

$$\eta = \frac{Q_{\text{fel}} - Q_{\text{le}}}{Q_{\text{fel}}}$$

A második főtétel miatt:

$$\eta \leq \frac{T_2 - T_1}{T_1}$$

2.5. Halmazállapot-változások

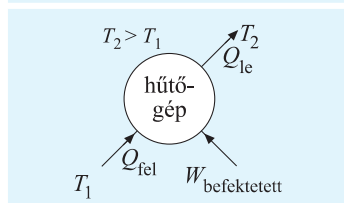
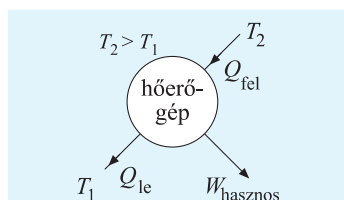
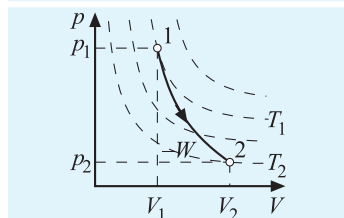
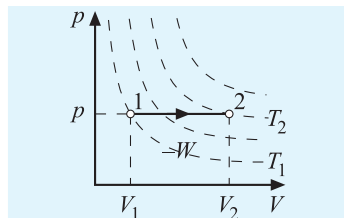
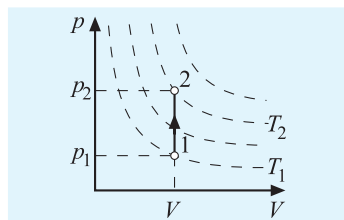
2.5.1. Olvadás, fagyás

Kristályos, tiszta anyagok olvadásponton történő **megolvasztásához** szükséges, illetve **fagyásakor** felszabaduló hő:

$$Q = L_o \cdot m$$

$L_o$ : az anyag olvadáshője (fagyáshője);

$$[L_o] = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$



$Q_{\text{fel}}$ , illetve  $Q_{\text{le}}$ : a körfolyamatban felvett, illetve leadott hő.

Az olvadáspont változása a nyomás megváltozásakor:

$$\frac{\Delta T_o}{\Delta p} = \frac{T_o(v_f - v_{sz})}{L_o}$$

(Clausius–Clapeyron-egyenlet)

### 2.5.2. Párolgás, lecsapódás

Az  $m$  tömegű folyadék ugyanolyan hőmérsékletű **gőzzé alakításához** szükséges, illetve a **lecsapódáskor** felszabadult hő:

$$Q = L_p \cdot m$$

### 2.5.3. Forrás

Az  $m$  tömegű folyadék  $T_f$  forrásponton történő teljes **elforrálásához** szükséges hő:

$$Q = L_f \cdot m$$

A forráspont változása a nyomás megváltozásakor:

$$\frac{\Delta T_f}{\Delta p} = \frac{T_f(v_g - v_f)}{L_f}$$

(Clausius–Clapeyron-egyenlet)

$v_f$ , illetve  $v_{sz}$ : a fajlagos térfogat folyadék, illetve szilárd állapotban

$$v = \frac{1}{\rho}; \quad [v] = \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$T_o$ : az olvadáspont

$L_p$ : a párolgáshő;  $[L_p] = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$

$L_f$ : a forráshő;  $[L_f] = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$

$v_g$ , illetve  $v_f$ : a fajlagos térfogat gőz-, illetve folyadékfázisban

$$v = \frac{1}{\rho}; \quad [v] = \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$T_f$ : a forráspont

## 2.6. A hőközlés módjai

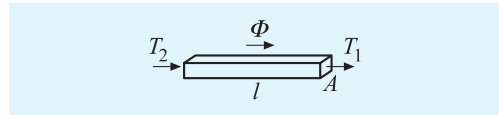
### 2.6.1. Hővezetés

Ha az  $l$  hosszúságú,  $A$  keresztmetszetű rúd palástját hőszigetelő burkolattal látjuk el, akkor időben állandó  $\Delta T$  hőmérsékletkülönbség hatására a rúdon időegység alatt átáramlott hő, a  $\Phi$  hőáram:

$$\Phi = \frac{Q}{t} = -\lambda A \frac{\Delta T}{l}$$

Differenciális alakban ( $x$  irányú hőáram esetén):

$$\Phi = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$



$Q$ : a rúdon átvezetett hő;  $[Q] = \text{J}$

$t$ : az idő;  $[t] = \text{s}$

$\lambda$ : a hővezetési tényező;  $[\lambda] = \frac{\text{W}}{\text{mK}}$

$\Phi$ : a hőáram;  $[\Phi] = \text{W}$

$A$ : a rúd keresztmetszetének területe;

$[A] = \text{m}^2$

$l$ : a rúd hossza;  $[l] = \text{m}$

### 2.6.2. Hőátadás

Az  $A$  nagyságú,  $T$  hőmérsékletű felületről időegység alatt a környezetnek átadott hő:

$$\Phi = \frac{Q}{t} = \alpha A(T - T_1) \quad (T > T_1)$$

Az állandó  $T_1$  hőmérsékletű környezettel  $A$  felületen érintkező  $C$  hőkapacitású test hőmérséklet-változásának sebessége:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = -\alpha \frac{A}{C}(T - T_1)$$

(Newton-féle lehűlési törvény)

A test pillanatnyi hőmérséklete:

$$T = T_1 + (T_0 - T_1)e^{-\frac{\alpha A}{C}t}$$

### 2.6.3. Hősugárzás

#### Stefan–Boltzmann-törvény

A  $T$  hőmérsékletű test egységnyi felületéről egységnyi idő alatt a teljes térszög egyik oldalára ( $2\pi$  térszögbe) kibocsátott összes energia:

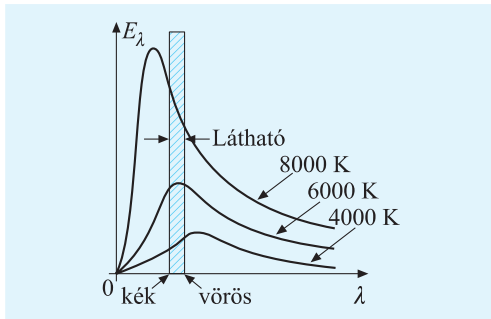
$$E = e\sigma T^4$$

Ha a  $T_1$  hőmérsékletű test  $T_2$  hőmérsékletű környezetben van, akkor:

$$E = e\sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

#### Wien-féle eltolódási törvény:

$$\lambda_{\max} T = \text{const} \approx 2900 \mu\text{m} \cdot \text{K}$$



$A$ : a felület nagysága;  $[A] = \text{m}^2$

$\alpha$ : a hőátadási tényező;  $[\alpha] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$

$T$ : a test pillanatnyi hőmérséklete

$T_1$ : a környezet állandó hőmérséklete;

$[T] = \text{K}$

$t$ : az idő;  $[t] = \text{s}$

$T_0$ : a test kezdeti hőmérséklete ( $t = 0$ -nál)

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$$

(Stefan–Boltzmann-állandó)

$e$ : emisszióképesség

$0 < e \leq 1$

fekete test esetén:  $e = 1$

$\lambda_{\max}$ : a  $T$  hőmérsékletű sugárzás maximumához tartozó hullámhossz;

$[\lambda] = \text{m}$

$[T] = \text{K}$

A Wien-állandó értéke:  $2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$



### 3. ELEKTRODINAMIKA

#### 3.1. Időben állandó elektromos mező (elektrosztatika)

Pontszerű töltések között ható erő vákuumban  
(Coulomb-törvény):

$$F = k \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \text{ illetve } F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Vonzóerő, ha  $Q_1$  és  $Q_2$  ellentétes előjelű

Taszítóerő, ha  $Q_1$  és  $Q_2$  azonos előjelű

#### Elektromos térerősség

$$|\mathbf{E}| = \frac{F}{Q}$$

A térerősség iránya megegyezik a pozitív pontszerű töltésre ható erő irányával.

Pontszerű pozitív  $Q$  töltéstől származó térerősség nagysága a töltéstől  $r$  távolságban:

$$E = k \cdot \frac{Q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

#### Az elektromos erővonalak

1. A vonalak iránya minden pontban megegyezik az adott pontbeli térerősség irányával.
2. Az erővonalakra merőleges, egységnyi felületen áthaladó erővonalak száma az elektromos mező térerősségével arányos.

#### Az elektromos mező fluxusa ( $\Psi$ )

Homogén elektromos mezőben az erővonalakra merőleges  $A$  területű felületen áthaladó erővonalak száma:

$$\Psi = E \cdot A$$

Az elektromos fluxussűrűség az  $E$  térerősség nagysága:

$$E = \frac{\Psi}{A}$$

Inhomogén mező valamely pontjában a térerősség:

$$E = \frac{\Delta \Psi}{\Delta A} \quad (E = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \Psi}{\Delta A})$$

$Q$ : elektromos töltés;

$$[Q] = C = As$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

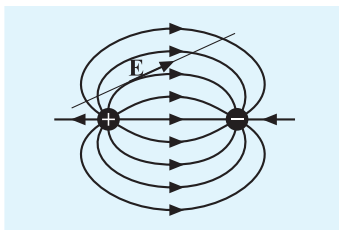
$\epsilon_0$ : a vákuum permittivitása;

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

$\mathbf{F}$ : a mezőbe helyezett pontszerű  $Q$  töltésre ható erő;

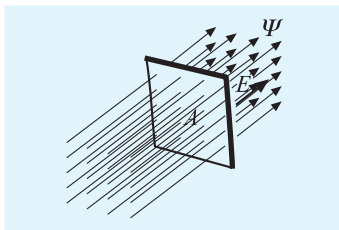
$\mathbf{E}$ : térerősség

$$[E] = \frac{N}{C} = \frac{V}{m}$$



$\Psi$ : elektromos fluxus;

$$[\Psi] = \frac{N}{C} \cdot m^2 = V \cdot m$$



### 3.1.1. Feszültség, potenciál

Az elektromos mező  $A$  és  $B$  pontja közti **feszültség**:

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{Q}$$

**Homogén** elektromos **mezőben**:

$$U_{AB} = Ed_{AB}$$

**Pontszerű  $Q$  töltés** által keltett mezőben (centrális mező):

$$U_{AB} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

A mező bármely  $A$  pontjának **potenciálja** a 0 szinthez viszonyított feszültsége:

$$U_A = U_{A \rightarrow 0} = \frac{W_{A \rightarrow 0}}{Q}$$

A pontszerű  $Q$  töltés **elektromos helyzeti energiája** a mező  $A$  pontjában:

$$E_{\text{pot}}(A) = QU_A$$

Az elektromos mező  $A$  pontjának  $B$  pontjához viszonyított feszültsége:

$$U_{AB} = U_A - U_B$$

**Pontszerű  $Q$  töltés** mezejében a töltéstől  $r_A$  távolságban lévő  $A$  pont **potenciálja** (ha a potenciált a végtelenben választjuk 0-nak)

$$U(A) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r_A}$$

$W_{AB}$ : az elektromos mező  $Q$  töltésen végzett munkája, miközben a töltés  $A$ -ból  $B$ -be jut.

$$[U_{AB}] = \frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V} = \text{volt}$$

$d_{AB}$ : a térerősség irányában mért távolság  $A$  és  $B$  között

$r_A$  és  $r_B$ : az  $A$ , illetve  $B$  pontok távolsága a töltéstől

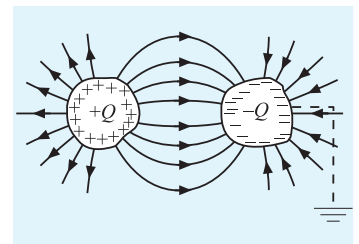
$\epsilon_0$ : vákuumpermittivitás

### 3.1.2. Kapacitás, kondenzátorok

Ha egy fémtest töltése  $+Q$ , egy másiké pedig  $-Q$ , köztük  $U$  feszültség keletkezik. Ekkor a

$$C = \frac{Q}{U}$$

arányossági tényező a fenti elrendezés **kapacitása**.



$C$ : a kapacitás;

$$[C] = \frac{\text{C}}{\text{V}} = \frac{\text{As}}{\text{V}} = \text{F (farád)}$$

## A síkkondenzátor

A **síkkondenzátor kapacitása** vákuumban (levegőben):

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

A lemezek közötti térerősség nagysága:

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{A}$$

Síkkondenzátor kapacitása, ha a lemezek között **szigetelő anyag** van:

$$C = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 A}{d}$$

**Gömbkondenzátor kapacitása** vákuumban (levegőben):

$$C = 4\pi \varepsilon_0 \frac{R' R}{R' - R}$$

$R$  sugarú **fémgömb kapacitása** vákuumban (levegőben):

$$C = 4\pi \varepsilon_0 R$$

## Kondenzátorok kapcsolása (eredő kapacitás)

**Sorosan** kapcsolt kondenzátorok esetén:

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

Két, sorosan kapcsolt kondenzátor esetén:

$$C_e = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

**Párhuzamosan** kapcsolt kondenzátorok esetén:

$$C_e = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

A síkkondenzátor két lemeze közötti **erőhatás**:

$$F = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q^2}{2A} = \varepsilon \frac{E^2 A}{2}$$

A kondenzátor elektromos mezejének energiája:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 V$$

Az elektromos mező energiasűrűsége:

$$w = \frac{1}{2} \varepsilon E^2$$

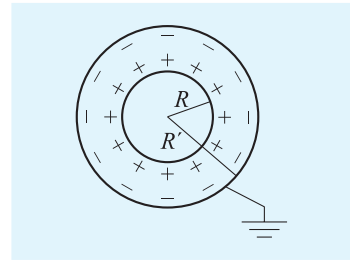
$A$ : a lemezek területe

$d$ : a lemezek távolsága

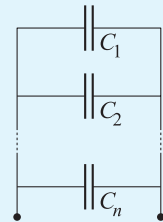
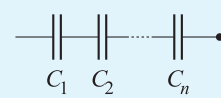
$\varepsilon_0$ : vákuumpermittivitás

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

$\varepsilon_r$ : a szigetelő anyag relatív dielektromos állandója;  $[\varepsilon_r] = 1$



$C_e$ : eredő kapacitás



$\varepsilon$ : az abszolút permittivitás

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

$E$ : a térerősség

$V = Ad$ : a lemezek közötti térfogat

$$w = \frac{W}{V}; \quad [w] = \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

$R$  sugarú  $Q$  töltésű fémgömb elektromos mezőjének  $W$  energiája és  $w$  energiasűrűsége a középponttól  $r > R$  távolságban:

$$W = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{R}, \text{ illetve } w(r) = \frac{1}{32\pi^2\epsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{r^4}$$

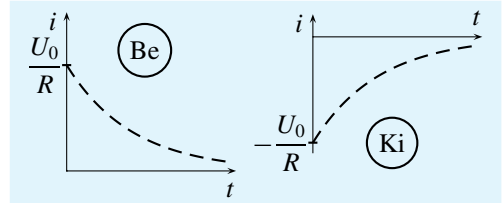
### Kondenzátor feltöltése és kisütése ohmos ellenálláson át

Kezdetben töltetlen,  $C$  kapacitású kondenzátor  $q$  töltésének és  $i$  töltőáramának időfüggése, ha a kondenzátort  $R$  ellenálláson át töltjük:

$$q_{be} = CU_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right), \text{ illetve } i_{be} = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}.$$

Kezdetben  $q_0 = CU_0$  töltésű kondenzátor  $q$  töltésének és  $i$  áramának időfüggése, ha a kisütés  $R$  ellenálláson át történik:

$$q_{ki} = CU_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}, \text{ illetve } i_{ki} = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$



### 3.2. Stacionárius (időben állandó) elektromos áram

#### 3.2.1. Az áram erőssége

Az elektromos **egyenáram erőssége**:

$$I = \frac{Q}{t}$$

Az egyenáram jele: =

A fémekben folyó elektromos áram erőssége (a töltéshordozók elektronok):

$$I = ne \bar{v} A$$

$I$ : az áram erőssége;  $[I] = A$

$Q$ : a vezeték keresztmetszetén áthaladó töltés;

$[Q] = C$ ;  $t$ : az eltelt idő;  $[t] = s$

$e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$  (elektron töltése)

$n$ : a töltéshordozók koncentrációja;  $[n] = m^{-3}$

$\bar{v}$ : a töltések **rendezett** mozgásának átlagos sebessége;

$$[\bar{v}] = \frac{m}{s}$$

$A$ : a vezeték keresztmetszetének területe;

$$[A] = m^2$$

#### 3.2.2. Fémek elektromos ellenállása, Ohm törvénye

**Ohm törvénye**:

$$\frac{U}{I} = \text{állandó} \quad R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I}$$

$$[R] = \frac{V}{A} = \Omega$$

$I$ : a vezetékben folyó áram erőssége;  $[I] = A$

$U_{AB}$ :  $A$  és  $B$  pontok közti feszültség;  $[U] = V$

#### Az ellenállás

Fémes vezető elektromos **ellenállása**:

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

$l$ : a vezetékdarab hossza;  $[l] = m$

$A$ : a vezeték keresztmetszetének területe;

$$[A] = m^2$$

$\rho$ : a fajlagos ellenállás;  $[\rho] = \Omega m$

Az elektromos **vezetőképesség**:

$$G = \frac{1}{R}, \text{ illetve } G = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{A}{l}$$

$$[G] = \frac{1}{[R]} = \frac{1}{\Omega} = \frac{A}{V} = S \text{ (siemens)}$$

A fajlagos vezetőképesség:  $\sigma = \frac{1}{\rho}$ .

$$[\sigma] = \frac{S}{m} = \frac{1}{\Omega m}$$

Az ellenállás **hőmérséklet** függése:

vezető  $R_t$  ellenállására  $t$  °C-on:

$$R_t = R_0[1 + \alpha(t - t_0)]$$

### A Joule-féle hő és az egyenáramú teljesítmény

Az áramkör  $R_{AB}$  ellenállásán felszabaduló hő:

$$W_{AB} = U_{AB} I t = I^2 \cdot R_{AB} \cdot t = \frac{U_{AB}^2}{R_{AB}} \cdot t$$

Az áramkör  $R_{AB}$  ellenállásán a teljesítmény:  $P_{AB} = U_{AB} I = I^2 R_{AB} = \frac{U_{AB}^2}{R_{AB}}$

### 3.2.3. Ellenállások kapcsolása

**Sorosan** kapcsolt ellenállások eredője:

$$R_e = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_i R_i$$

**Párhuzamosan** kapcsolt ellenállások eredője:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

Két, párhuzamosan kapcsolt ellenállás esetén:

$$R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

### 3.2.4. Összetett hálózatok

#### Kirchhoff I. törvénye, a csomóponti törvény

A csomópontba befolyó és az onnan elfolyó áramok erősségének algebrai összege zérus.

$$\sum I = 0 \quad \text{vagy:} \quad \sum I_{be} = \sum I_{ki}$$

#### Kirchhoff II. törvénye, a huroktörvény

Bármely zárt vonal (hurok) mentén körüljárva:

$$\sum RI + \sum U_0 = 0$$

Ha csak egy áramforrás található a hurok mentén:

$$\sum_A^B IR = U_{AB}$$

$R_0$ : az ellenállás  $t_0$  °C-on  
 $\alpha$ : hőmérsékleti együttható

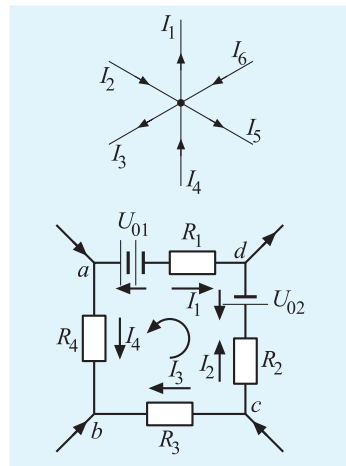
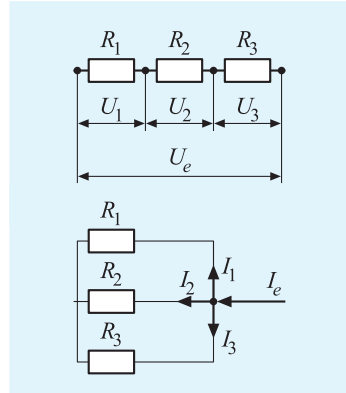
$$[a] = \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$U_{AB}$ : a feszültség;  $[U] = V$

$I$ : az áram;  $[I] = A$

$t$ : az idő;  $[t] = s$

$[R] = \Omega$ ;  $[W] = J$ ;  $[P] = W$



$\sum IR$ : az egyes szakaszok feszültségeinek összege

$\sum U_0$ : a hurokon elhelyezett áramforrások belső feszültségeinek összege

Ennek speciális esete:

**Ohm-törvény a teljes áramkörre:**

$$R_K I + R_B I = U_0$$

**Telep készítése egyforma galvánelemekből**

**Sorosan kapcsolt galvánelemek esetén:**

$$U_s = s \cdot U; \quad R_{bs} = s \cdot R_b$$

**Párhuzamosan kapcsolt galvánelemek esetén:**

$$U_p = U; \quad R_{bp} = \frac{R_b}{p}$$

**Vegyesen kapcsolt galvánelemek esetén:**

$$U_{sp} = s \cdot U; \quad R_{b,sp} = \frac{s \cdot R_b}{p}$$

**Háromszög-csillag átalakítás**

$$R_{12} = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_y}; \quad R_{23} = \frac{r_2 \cdot r_3}{r_y}; \quad R_{31} = \frac{r_1 \cdot r_3}{r_y},$$

ahol  $\frac{1}{r_y} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}$

$$r_1 = \frac{R_{31} \cdot R_{12}}{R_x}; \quad r_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_x}; \quad r_3 = \frac{R_{23} \cdot R_{31}}{R_x},$$

ahol  $R_x = R_{12} + R_{23} + R_{31}$

### 3.2.5. MÉRŐMŰSZEREK MÉRÉSHATÁRÁNAK KITERJESZTÉSE

Az **árammérő** méréshatárának  $n$ -szeresre való kiterjesztéséhez szükséges **söntellenállása**:

$$R_s = \frac{R_A}{n - 1}$$

A **feszültségmérő** méréshatárának  $n$ -szeresre való kiterjesztéséhez szükséges **előtét-ellenállás**:

$$R_e = (n - 1)R_V$$

$U_0$ : az elektromotoros erő

$R_K$ : a külső ellenállás

$R_B$ : a telep belső ellenállása

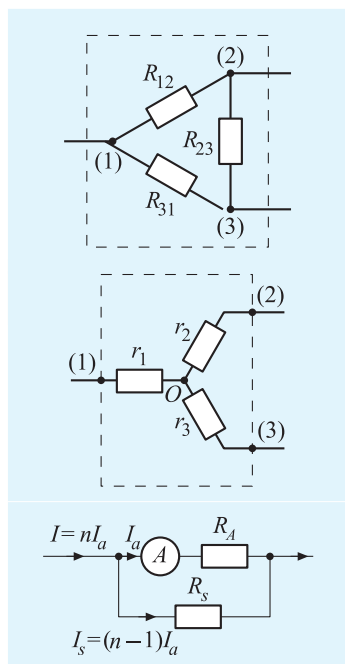
$U_K = I R_K$ : a kapocsfeszültség

$s$ : a sorosan,  $p$  a párhuzamosan kapcsolt egységek száma

$U$  és  $R_b$ : egy-egy elem adata

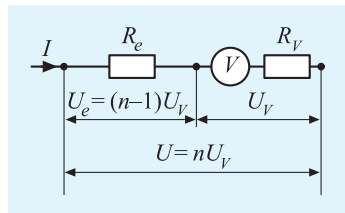
$U_s, U_p, U_{sp}$ , illetve  $R_{bs}, R_{bp}$ ,

$R_{b,sp}$ : a telep adatai



$R_s$ : söntellenállás

$R_A$ : az ampermérő ellenállása



$R_e$ : az előtét-ellenállás

$R_V$ : a voltmérő ellenállása

### 3.2.6. Elektromos egyenáram folyadékokban

#### Faraday-törvények:

1.  $I$  erősségű egyenáram által  $t$  idő alatt kiválasztott anyagmennyiség tömege:

$$m = kIt$$

2. Ugyanaz a töltésmennyiség különböző elektrolitokból kémiaiilag egyenértékű anyagmennyiségeket választ ki:

$$k_1 : k_2 = \frac{A_1}{z_1} : \frac{A_2}{z_2}$$

Bármely egyszeresen pozitív töltésű ion egy mólnyi mennyiségének a kiválasztásához ugyanannyi  $F$  töltés szükséges ( $F$  a Faraday-féle állandó)

$$F = (9,648455 \pm 27 \cdot 10^{-6}) \cdot 10^4 \frac{\text{C}}{\text{mol}} \approx 96\,500 \frac{\text{C}}{\text{mol}}$$

Faraday két törvénye egybefoglalva:

$I$  erősségű egyenáram,  $t$  idő alatt,  $A$  relatív atomtömegű,  $z$  vegyértékű anyagból

$$m = \frac{A}{z \cdot F} It$$

tömegű anyagmennyiséget választ ki.

### 3.3. Időben állandó mágneses mező vákuumban (levegőben)

#### 3.3.1. Mágneses dipólus, mágneses indukcióvektor

Mágneses próbatest, mágneses dipólus: az iránytű és a köráram (magnetométer)

**Köráram (mágneses dipólus) mágneses nyomatéka** (momentuma)

$$m = IA = IR^2\pi$$

$k$ : az elektrokémiai egyenérték;

$$[k] = \frac{\text{kg}}{\text{C}}$$

$A$ : a relatív atomtömeg

$z$ : oxidációs szám-változás

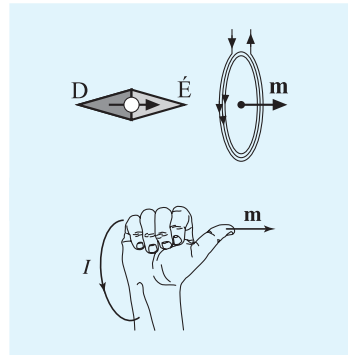
$$F = N_A \cdot e$$

$N_A$ : az Avogadro-állandó

$$N_A \approx 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$$

$e$ : az elemi töltés

$$e \approx 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$



$\mathbf{m}$  iránya: jobbkéz-szabály szerinti;  $[m] = \text{Am}^2$

$A$ : a köráram által körülfogott terület

## A mágneses indukcióvektor

A mágneses indukcióvektor nagysága a mágneses mezőbe vitt mérőkeretre (mágneses dipólusra) ható maximális forgatónyomatékból ( $M_{\max}$ ), a mérőkeret területéből ( $A$ ) és a benne folyó áramból ( $I$ ) adódik:

$$B = \frac{M_{\max}}{I \cdot A}$$

Íránya megegyezik a mérőkeret mágneses nyomatékvektorának ( $\mathbf{m}$ ) irányával a mérőkeret stabilis egyensúlyi helyzetében.

A fenti kapcsolat vektoriális szorzattal kifejezve:

$$\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

## A mágneses indukciófluxus

$$\Phi = BA \cos \alpha,$$

ahol  $\alpha$  az  $A$  felület  $\mathbf{n}$  normálisának  $\mathbf{B}$ -vel bezárt szöge.

A mágneses fluxussűrűség megadja a  $\mathbf{B}$  indukcióvektor nagyságát:

$$|\mathbf{B}| = \frac{\Phi_A}{A}$$

### 3.3.2. Az áram keltette mágneses mező vákuumban (levegőben)

#### „Végtelen” hosszú, árammal átjárt vezető mágneses tere

A mágneses indukció nagysága a vezetéktől  $r$  távolságra:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$$

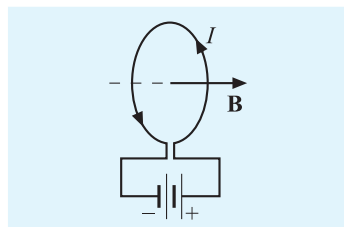
$\mathbf{B}$  iránya jobbkéz-szabály szerinti.

#### Tekercs mágneses mezője

Az  $l$  hosszúságú  $N$  menetes egyenes tekercs (szolenoid) belsőjében kialakult (homogén) mező mágneses indukciója:

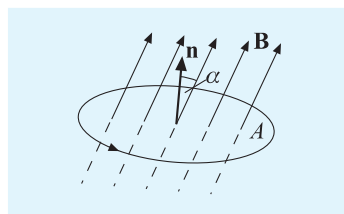
$$B = \mu_0 \cdot \frac{IN}{l}$$

$\mathbf{B}$  iránya jobbkéz-szabály szerinti.



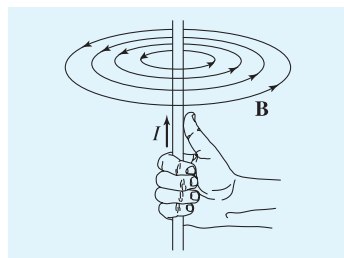
$B$ : a mágneses indukció;

$$[B] = \frac{\text{N}}{\text{Am}} = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = \text{T (tesla)}$$



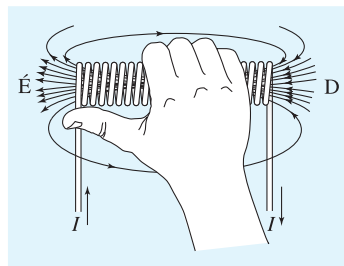
$\Phi$ : a fluxus;

$$[\Phi] = \text{V} \cdot \text{s} = \text{Wb (weber)}$$



$\mu_0$ : a vákuumpermeabilitás;

$$\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

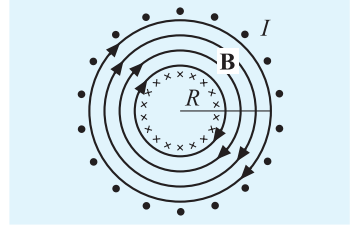




**Mágneses indukció** az  $R_k$  középsugarú,  $N$  menetű körtékercs (toroid) belsejében

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I \cdot N}{2R_k \cdot \pi}$$

$\mathbf{B}$  iránya jobbkéz-szabály szerinti.



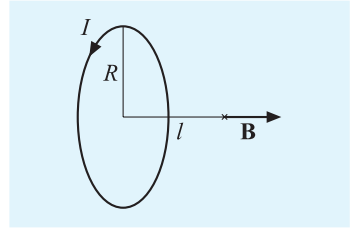
**Mágneses indukció** az  $R$  sugarú körvezető (lapos tekercs) középpontjában

$$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R}, \text{ illetve } B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{IN}{R}$$

$N$ : a tekercs menetszáma

$R$  sugarú **körvezető** (lapos tekercs) mágneses mezőjének **indukciója** a kör tengelyében a középpontjától  $l$  távolságra

$$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{IR^2}{(l^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}, \text{ illetve } B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{IR^2N}{(l^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$



$N$ : a tekercs menetszáma

### 3.3.3. Biot–Savart-törvény

Egy  $I$  erősségű árammal átjárt vezeték  $\Delta l$  elemi hosszúságú szakasza által a tőle  $r$  távolságban lévő pontban keltett  $\Delta \mathbf{B}$  indukcióvektor  $\Delta B$  nagysága:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \Delta l}{r^2} \sin \alpha$$

$\Delta \mathbf{B}$  iránya merőleges  $\Delta \mathbf{l}$  és  $\mathbf{r}$  síkjára, irányítása jobbszavarszabály szerinti.

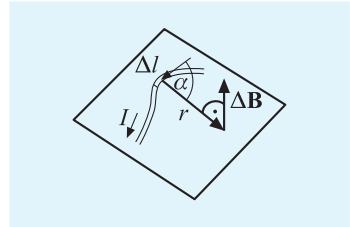
Biot–Savart-törvény vektoriális szorzattal kifejezve:

$$\Delta \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\Delta \mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

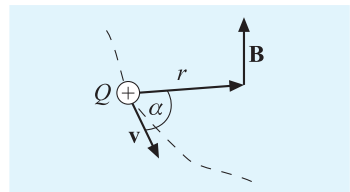
A  $v$  sebességgel haladó pontszerű  $Q$  töltés keltette mágneses indukció nagysága tőle a sebességével  $\alpha$  szögű irányban mért  $r$  távolságban:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Qv}{r^2} \sin \alpha$$

Vektoriálisan:  $\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Q}{r^3} \mathbf{v} \times \mathbf{r}$



$\mathbf{r}$  az áramelemtől a vizsgált pontba mutat  
 $\Delta \mathbf{l}$ :  $I$  irányú vektor



$\mathbf{r}$  a töltéstől a vizsgált pontba mutat

### A $B$ indukcióvektorú mágneses mezőben $I$ köráramú $A$ területű mérőkeretre ható forgatónyomaték

$$M = I \cdot A \cdot B \sin \alpha; \quad \text{illetve} \quad M = N \cdot I \cdot A \cdot B \sin \alpha$$

A nyomaték a keret normálisát  $\mathbf{B}$  vektor irányába „igyekszik” beállítani.

Vektoriális szorzattal:

$$\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B},$$

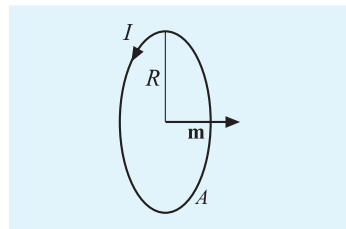
$$m = IA, \quad \text{illetve} \quad m = NIA$$

$\mathbf{m}$  iránya jobbkéz-szabály szerinti.

A felület normálisának iránya: jobbkéz-szabály szerinti

$\alpha$ : a felület normálisának  $\mathbf{B}$  irányával bezárt szöge

$N$ : a menetszám



$\mathbf{m}$ : a köráram mágneses momentuma;  $[m] = \text{Am}^2$

### 3.3.4. Mágneses mező hatása áramjárta vezetőre (Ampère törvénye)

Az  $I$  erősségű árammal átjárt,  $l$  hosszúságú egyenes áramvezetőre ható erő nagysága  $\mathbf{B}$  indukciójú homogén mágneses mezőben, ha  $\mathbf{B}$  merőleges  $\mathbf{I}$ -re:

$$F = BIl$$

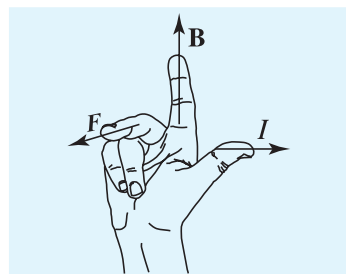
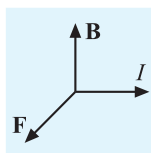
Iránya:  $\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{B}$  és  $\mathbf{F}$  jobbrendszert alkot (jobbkéz-szabály).

Ha  $\mathbf{B}$  és  $\mathbf{I}$  által bezárt szög  $\alpha$ , akkor:

$$F = BIl \sin \alpha$$

Vektoriális szorzattal:

$$\mathbf{F} = I\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$



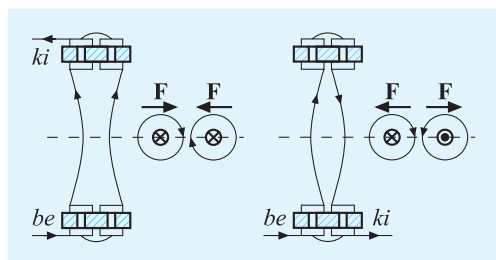
$\mathbf{I}$  vektor  $\mathbf{I}$  irányú

### Áramvezetők közötti erőhatás

A végtelen hosszú, árammal átjárt egyenes vezetőtől  $r$  távolságra levő, párhuzamos végtelen hosszú egyenes vezető  $l$  hosszúságú szakaszára ható erő nagysága:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r} \cdot l$$

$F$  erő vonzóerő, ha  $I_1$  és  $I_2$  azonos irányú; tasztítóerő, ha  $I_1$  és  $I_2$  ellentétes irányú.



$I_1$  és  $I_2$ : a vezetőkben folyó áramok erőssége

## Elektromágnes maximális tartóereje (teherbírása)

$$F = \frac{B^2}{2\mu_0} A$$

(vasmagos tekercsnél  $B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{IN}{l}$ )

Patkó alakú, állandó  $A$  keresztmetszetű zárt vasmag esetén:

$$F = \frac{B^2}{\mu_0} A$$

## Szabad töltések mozgása mágneses mezőben

A  $\mathbf{B}$  indukciójú mágneses mezőben  $\mathbf{v}$  sebességgel mozgó töltésre ható erő nagysága, ha  $\mathbf{v}$  és  $\mathbf{B}$  merőleges egymásra (**Lorentz-erő**):

$$F = QvB$$

$\mathbf{F}$  merőleges  $\mathbf{B}$ -re és  $\mathbf{v}$ -re. (Homogén mágneses mezőben a mozgás pályája kör, ha  $\mathbf{B}$  merőleges  $\mathbf{v}$ -re.)

Ha  $\mathbf{B}$  és  $\mathbf{v}$  szöge  $\alpha$ , akkor

$$F = QvB \sin \alpha \quad (\text{a pálya csavarvonal, ha } \alpha \neq 0)$$

Vektoriális szorzattal kifejezve a Lorentz-erő:

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

Elektrosztatikus és mágneses mező együttes jelenlétekor a Lorentz-erő:

$$\mathbf{F} = QE + Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

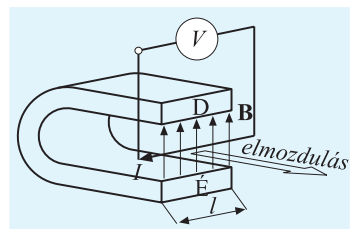
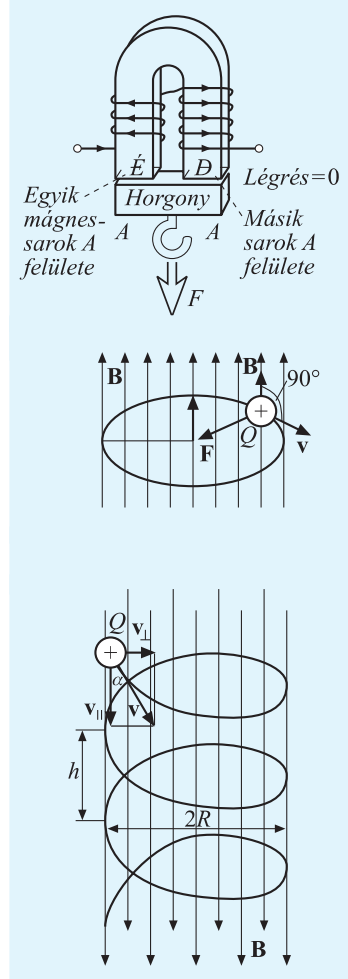
## 3.4. Mozgó vezeték mágneses mezőben

### 3.4.1. A mozgási indukció

$\mathbf{B}$  indukcióvektorú homogén mágneses térben  $v$  sebességgel mozgó  $l$  hosszúságú vezetőszakaszban kialakuló  $U$  feszültség:

$$U = Blv \sin \alpha$$

$A$ : a vasmag keresztmetszete  
 $\mu_r$ : a vas relatív permeabilitása



$\alpha$ :  $\mathbf{B}$  és  $\mathbf{v}$  szöge

$$[U] = \text{V}; [v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}; [B] = \text{T}$$

### 3.4.2. Az időben változó mágneses mező

#### Nyugalmi elektromágneses indukció

Tekercs két kivezetése között indukált feszültség:

$$U_i = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}, \text{ illetve } U_i = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \text{ (Lenz-törvénnyel)}$$

$\Delta \Phi$ : a tekercs egyetlen menete által körülvelt mágneses fluxus változása

$N$ : menetszám

#### Önindukció

Önindukciós feszültség:

$$U_i = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}, \text{ illetve } U_i = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \text{ (Lenz-törvénnyel)}$$

$$[L] = \frac{V_s}{A} = H \text{ (henry)}$$

$\Delta I$ : a tekercs áramának változása

$l$ : a tekercs hossza

$A$ : a tekercs keresztmetszetének területe

$N$ : a menetszám

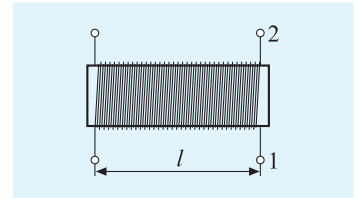
Átmérőjéhez képest hosszú, egyenes, légmagos tekercs **önindukciós együtthatója (induktivitása)**:

$$L = \mu_0 \cdot \frac{N^2 A}{l}$$

#### Kölcsönös indukció

Egymásra csévélte hosszú, egyenes, légmagos tekercsek esetén a 2. tekercsben az 1. tekercs áramának változásakor megjelenő indukált feszültség:

$$U_{i2} = L_{12} \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t}; \text{ ahol } L_{12} = \mu_0 \cdot \frac{N_1 N_2 A}{l}$$



$L_{12}$ : a tekercsek kölcsönös indukciós együtthatója

( $A$  és  $l$  azonos a két tekercsre)

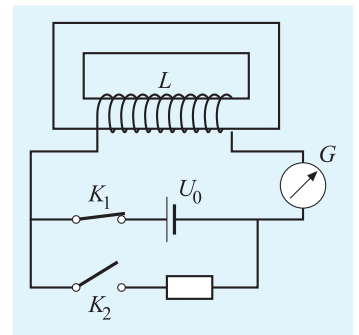
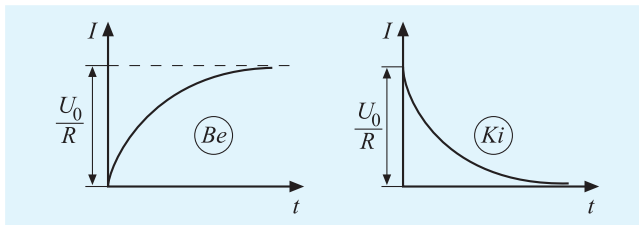
#### Lenz törvénye

Az indukált áram iránya olyan, hogy mágneses hatásával akadályozza az őt létrehozó hatást.

#### Az önindukció szerepe az áram be- és kikapcsolásánál

Az áramerősség pillanatnyi értéke a  $t = 0$  időpillanatban történő bekapcsoláskor, illetve kikapcsoláskor:

$$I_{be} = \frac{U_0}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}), \text{ illetve } I_{ki} = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$



$R$ : az egyes áramkörök teljes ellenállása

### 3.4.3. A mágneses mező energiája

**Tekercs** mágneses mezőjének **energiája**:

$$W_m = \frac{1}{2}LI^2$$

A mágneses energia sűrűsége vákuumban:

$$w_m = \frac{1}{2\mu_0}B^2$$

Az elektromágneses mező **teljes energiája vákuumban**:

$$W = \sum_V \frac{1}{2} \left( \varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) \cdot \Delta V;$$

teljes energiasűrűsége vákuumban:

$$w = \frac{1}{2} \left( \varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right)$$

**Nem vákuum- (levegő-)beli mágneses tér**

**Mágneses indukció anyag jelenléte esetén**

Ha a teljes mágneses mezőt homogén izotrop anyag tölti ki, akkor  $B$  értéke általában megnő a vákuumbelihez képest

$$B = \mu_r B_0$$

Ezért: vasmag alkalmazása esetén a tekercs induktivitása:

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 A}{l};$$

illetve: tekercsek kölcsönös indukciós együtthatója:

$$L_{12} = \mu_0 \mu_r \frac{N_1 N_2 A}{l}$$

Ha homogén, izotrop, dia-, para- vagy lágy ferromágneses anyag tölti ki teljesen a mágneses teret, az eddigi összefüggések a  $\mu_0 \rightarrow \mu$  helyettesítéssel érvényesek, ahol

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

$L$ : önindukciós együttható

$I$ : áramerősség

$B$ : mágneses indukció

$\mu_0$ : vákuumpermeabilitás

$E$ : az elektromos térerősség

$B$ : a mágneses indukció

$\varepsilon_0$ : vákuumpermittivitás

$B$ : mágneses indukció anyagban

$B_0$ : vákuumban (levegőben)

$\mu_r$ : a relatív permeabilitás – az ún. kemény ferromágneses anyagok kivételével – anyagra jellemző, dimenzió nélküli szám

vákuumra (levegőre):  $\mu_r = 1$

$\mu$ : a mágneses teret kitöltő anyag (abszolút) permeabilitása;  $[\mu] = [\mu_0]$

### 3.5. Az időben változó elektromos mező

#### 3.5.1. Az eltolási áram

Az időben **változó, vákuumbeli elektromos mező** által keltett eltolási áram:

$$I_e = \varepsilon_0 \cdot \frac{\Delta \Psi}{\Delta t}$$

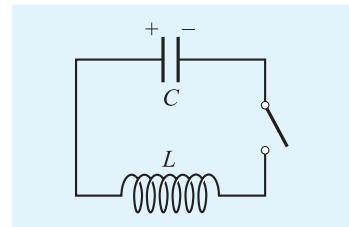
$\Psi$ : elektromos fluxus  
 $\varepsilon_0$ : vákuumpermittivitás

#### 3.5.2. Elektromágneses rezgések

##### Rezgőkör

$C$  kapacitású kondenzátorból és  $L$  induktivitású tekercsből álló kör **saját frekvenciája**:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (\text{Thomson-formula})$$



$C$ : a kapacitás  
 $L$ : az induktivitás

#### 3.5.3. Elektromágneses hullámok

Az **elektromágneses hullámok sebessége** vákuumban:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 2,997\,924\,58 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$\varepsilon_0$ : vákuumpermittivitás;

$$\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

$\mu_0$ : a vákuumpermeabilitás;

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

Az elektromágneses hullám terjedési sebessége anyagban:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r}};$$

$\varepsilon_r$ : relatív permittivitás

$\mu_r$ : relatív permeabilitás

$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ : a dielektrikum permittivitása

dielektrikumban általában  $\mu_r \approx 1$ , ezért  $v \approx \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$

##### A sugárzási térerősség

Az antennától  $r$  távolságban

$$E(r) = E_m(r) \sin \omega \left( t - \frac{r}{c} \right) = E_m(r) \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right),$$

illetve

$$B(r) = B_m(r) \sin \omega \left( t - \frac{r}{c} \right) = B_m(r) \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right)$$

$E_m(r)$ , illetve  $B_m(r)$ : a térerősségek maximális értékei az adótól  $r$  távolságban

$c$ : a fénysebesség

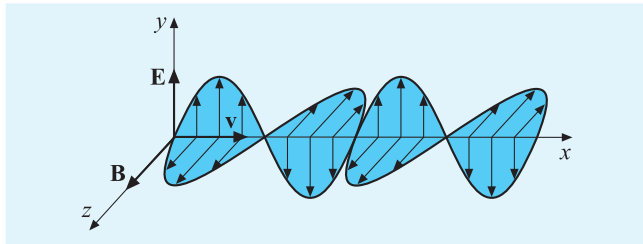
$E$  és  $B$  kapcsolata:

$$E(r) = cB(r)$$

Gömbhullám esetén:

$$E_m \sim \frac{1}{r} \text{ és } B_m \sim \frac{1}{r}$$

( $E$  és  $B$  a távolsággal fordítottan arányos)



Az adótól nagyobb távolságban, nem nagy tartományon belül a gömbhullám síkhullámnak tekinthető, ekkor:

$$E_m = \text{állandó} \text{ és } B_m = \text{állandó}$$

### A vákuumban terjedő elektromágneses hullám tulajdonságai

Az **energiasűrűség**  $w_e$  elektromos, illetve  $w_m$  mágneses járuléka:

$$w_e = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot E^2, \quad w_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0}, \quad \text{és } w_e = w_m$$

a teljes energiasűrűség:

$$w_{e,m} = w_e + w_m$$

Az **energia terjedése** (az áramforrástól a fogyasztóhoz)

**Poynting-vektor**, az energiaáram-sűrűség vagy a teljesítménysűrűség vektora:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

( $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  iránya jobbkéz-szabály szerinti).

**Teljesítménysűrűség** az szinuszos elektromágneses hullámban:

$$S = \frac{1}{\mu_0} E_m B_m \sin^2 \omega t, \text{ amelynek időbeli középértéke: } \bar{S} = \frac{1}{2\mu_0} E_m B_m$$

A **hullámnomás** nagysága (ha a hullám elnyelődik):  $p = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E B$

Az elektromágneses mező **impulzussűrűsége**:  $\mathbf{g} = \epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$

A  $\Delta V$  térfogat **teljes impulzusa** (ha  $\Delta V$ -ben a mező homogén):  $\mathbf{G} = \mathbf{g} \cdot \Delta V$

Az elektromágneses mező  $\Delta V$  térfogatának tömegértéke:

$$m = \frac{\epsilon_0}{c} E B \Delta V$$

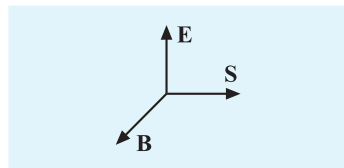
$c$ : a fénysebesség

Az adott térfogatban tárolt energia és tömeg kapcsolata:

$$m = \frac{W}{c^2}, \text{ illetve } W = mc^2 \text{ (Einstein-képlet)}$$

$\epsilon_0$ : vákuumpermittivitás  
 $\mu_0$ : vákuumpermeabilitás  
 $E$ : az elektromos térerősség nagysága  
 $B$ : a mágneses indukció nagysága

$\mathbf{S}$  a Poynting-vektor;  $[\mathbf{S}] = \frac{W}{m^2}$



### 3.5.4. A szinuszos váltakozó feszültség és áram

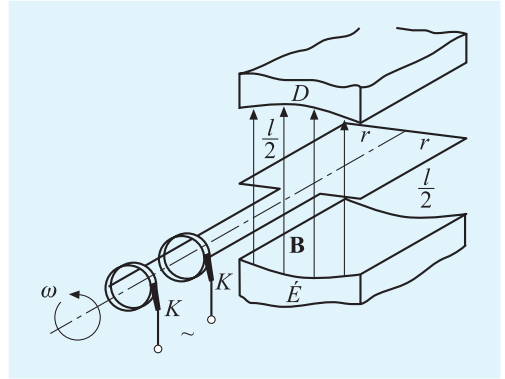
$B$  indukciójú homogén mágneses mezőben körhenger alkotójaként, egyenletesen mozgó  $l$  hosszúságú vezetőben indukált feszültség, ha  $l$  merőleges  $B$ -re:

$$U = Blr\omega \sin \omega t = U_{\max} \sin \omega t$$

Váltakozó feszültség hatására  $R$  ellenálláson folyó áram:

$$I = \frac{U_{\max}}{R} \sin \omega t = I_{\max} \sin \omega t$$

A váltakozó áram jele:  $\sim$



$r$ : a körpálya sugara

$\omega$ : a mozgás szögsebessége

### Effektív feszültség, effektív áramerősség

Szinuszos váltóáram esetén:

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} \quad I_{\text{eff}} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$$

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{R}$$

### 3.5.5. Váltakozó áramú ellenállások $f$ frekvenciájú szinuszosan váltakozó feszültségű áramkörben

#### Az ohmikus ellenállás:

$R = \rho \frac{l}{A}$  (ugyanakkora, mint egyenáram esetén) az áram fázisban van a kapocsfeszültséggel.

$\rho$ : a fajlagos ellenállás

$l$ : a vezető hossza

$A$ : a vezető keresztmetszete

#### Az induktív ellenállás:

$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

az áram fázisban  $\varphi = 90^\circ$ -ot késik a tekercs kapocsfeszültségéhez képest (ideális tekercs esetén)

$\omega = 2\pi f$ , körfrekvencia;

$$[\omega] = [f] = \frac{1}{s}$$

$L$ : az induktivitás;  $[L] = \text{H}$

$$[X_L] = \Omega$$

#### A kapacitív ellenállás:

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

az áram fázisban  $\varphi = 90^\circ$ -ot siet a kondenzátor kapocsfeszültségéhez képest (ideális kondenzátor esetén)

$C$ : a kapacitás;  $[C] = \text{F}$ ;

$$[X_c] = \Omega$$



## Soros RLC kör

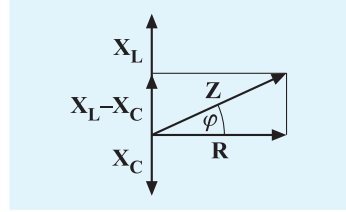
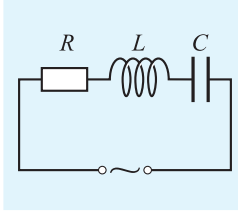
Az eredő váltóáramú ellenállás (impedancia) soros RLC körben:

$$Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2}$$

A feszültségek csúcértékeinek a kapcsolata:

$$U_{\text{hálózati}} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2},$$

$$U_R : U_L : U_C = R : X_L : X_C \text{ és } I_R = I_L = I_C.$$



Z: impedancia;  $[Z] = \Omega$

Az áram és a generátor kapocsfeszültsége között a fáziseltolódás  $\varphi$  szögére vonatkozó összefüggések:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}, \text{ illetve } \operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

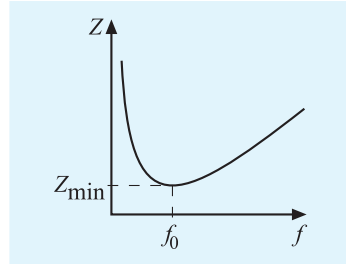
$\cos \varphi$  neve: teljesítménytényező

## Feszültségrezonancia

Ha soros RLC körben  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , illetve  $T = 2\pi\sqrt{LC}$

(Thomson-képlet), vagyis  $X_L = X_C$ , akkor az impedancia minimális ( $Z = R$ ;  $\cos \varphi = 1$ ).

Ekkor a tekercsen és a kondenzátoron nagyobb feszültség jelenik meg, mint a generátor feszültsége.

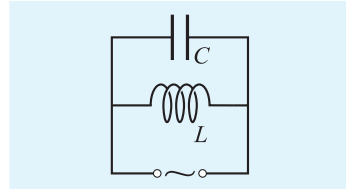


## Párhuzamos LC és RLC kör

A párhuzamos LC kör eredő impedanciájának reciproka:

$$\frac{1}{Z} = \left| \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right|. \text{ A fáziskülönbség: } \varphi = \pm 90^\circ.$$

Az  $X_L = X_C$  rezonanciaesetben  $Z = \infty$ , a főág árama  $I = 0$ . (Valóságos esetben a tekercs  $R \neq 0$  ohmikus ellenállása miatt, áramrezonancia esetén:  $Z$  igen nagy, a főág árama minimális.)



Az eredő impedancia reciproka párhuzamos RLC körben

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left( \frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right)^2}$$

A főág árama és kapocsfeszültsége közti  $\varphi$  fáziseltérés szögére:

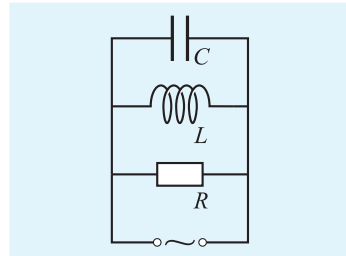
$$\operatorname{tg} \varphi = R \left( \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right).$$

## Áramrezonancia párhuzamos RLC körben

Ha párhuzamos RLC körben  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , illetve  $T = 2\pi\sqrt{LC}$  (Thomson-képlet), vagyis

$X_L = X_C$ , akkor az impedancia maximális ( $Z = R$ ).

Ekkor a tekercsen és a kondenzátoron nagyobb áram folyik, mint a generátoron.



### 3.5.6. A szinuszos váltakozó áram teljesítménye

Az **effektív** (hatásos) teljesítmény:

$$P_h = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi = I_{\text{eff}}^2 Z \cos \varphi$$

Soros RLC körben:

$$P_h = I_{\text{eff}}^2 R$$

A **pillanatnyi teljesítmény:**  $P = U_{\text{max}} I_{\text{max}} \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi)$

A **látszólagos teljesítmény:**  $P_l = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$

**Meddő teljesítmény:**  $P_m = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin \varphi$

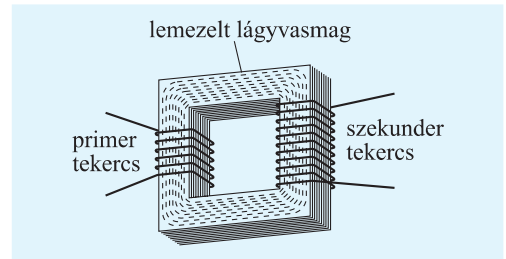
Kapcsolat az említett teljesítmények között:  $P_h = \sqrt{P_l^2 - P_m^2}$

$U_{\text{eff}}$ : az effektív feszültség  
 $I_{\text{eff}}$ : az effektív áramerősség  
 $U_R$ : az ohmikus ellenállás feszültsége  
 $Z$ : impedancia  
 cos  $\varphi$ : teljesítménytényező

### 3.5.7. A transzformátor

A terheletlen és veszteségmentes transzformátor **primer** és **szekunder** feszültségeinek aránya a menetszámok arányával egyezik meg:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$



Terhelt transzformátor esetén a primer kör teljesítménye csak közelítőleg egyenlő a szekunder kör teljesítményével:

$$U_1 I_1 \cos \varphi_1 \approx U_2 I_2 \cos \varphi_2$$

### 3.6. A vákuumbeli elektromágneses mező Maxwell-törvényei

**Maxwell I. törvénye** (Gauss-tétel)

$$\sum_A \overset{\circ}{E}_n \cdot \Delta A = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_V Q$$

Jelentése: Tetszőleges zárt felületet felvéve, az erővonal-kilépéseknél keletkező dőféspontok számából kivonva a belépéseknél keletkező dőféspontok számát, a felület által

körülvett töltések előjeles összegének  $\frac{1}{\epsilon_0}$ -szo-

rosát kapjuk.

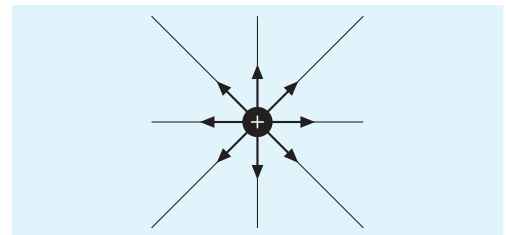
Az elektrosztatikus tér forrása.

$\sum_A \overset{\circ}{E}_n \Delta A$ : az elektromos mező forráserőssége

$\overset{\circ}{E}_n$ : a  $\Delta A$  felületelemre merőleges térerősségkomponens nagysága

$\sum_V Q$ : az  $A$  zárt felület által határolt  $V$  térfo-

gatban lévő töltések előjeles összege



## Maxwell II. törvénye

Nyugvó töltések elektromos mezőjére, zárt  $L$  görbevonal mentén:

$$\sum_L \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{s} = 0$$

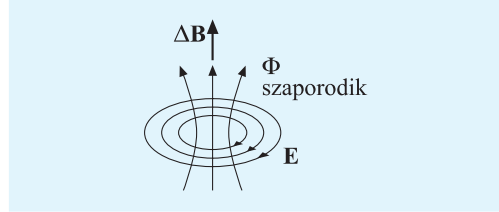
Jelentése: Az elektrosztatikus tér konzervatív (örvénymentes).

Időben változó mágneses fluxust körülölelő zárt  $L$  görbére:

$$\sum_L \mathbf{E} \Delta \mathbf{s} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

Jelentése: Időben változó mágneses mező örvényes elektromos mezőt indukál.

$$\sum_L \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{s}: \text{elektromos mező örvényerőssége}$$



## Maxwell III. törvénye

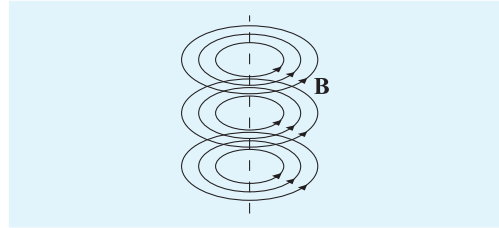
$$\sum_A B_n \cdot \Delta A = 0$$

Jelentése: Zárt felületbe belépő és onnan kilépő mágneses indukciós vonalak előjeles összege 0.

A mágneses mező forrásmentes. Nincsenek mágneses töltések.

$$\sum_A B_n \cdot \Delta A: \text{mágneses mező forrásérőssége}$$

$B_n$ : a  $\Delta A$  felületelemre merőleges mágneses indukció komponens nagysága



## Maxwell IV. törvénye

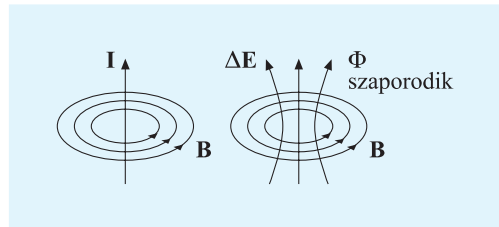
Áramvezetőt és változó elektromos fluxust is körülvevő zárt  $L$  görbére:

$$\sum_L \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{s} = \mu_0 \cdot \left( I + \varepsilon_0 \frac{\Delta \Psi}{\Delta t} \right),$$

$\left( \varepsilon_0 \cdot \frac{\Delta \Psi}{\Delta t} \right)$ : az eltolási áram

Jelentése: A mágneses mezőt áramok és változó elektromos mezők keltik. A mágneses mező örvényes.

$$\sum_L \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{s}: \text{mágneses mező örvényerőssége}$$



## 4. FÉNYTAN

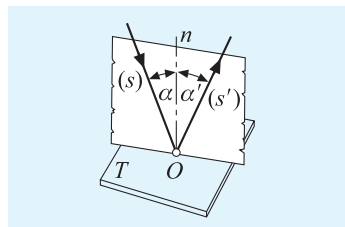
### 4.1. Geometriai optika

#### 4.1.1. A visszaverődés törvényei

A beeső fénysugár, a visszavert fénysugár és a beesési merőleges egy síkban vannak.

A beesési szög megegyezik a visszaverődés szögével:

$$\alpha = \alpha'$$



#### 4.1.2. Gömbtükrök

A kisnyílásszögű gömbtükrök **fókusz távolsága**:

$$f = \frac{R}{2}$$

$f$ : fókusz távolság

$R$ : a görbületi sugár

Előjel-konvenció:  $R$ , illetve  $f$  pozitív, ha a tükör homorú (konkáv)

$R$ , illetve  $f$  negatív, ha a tükör domború (konvex)

**Leképezési törvény:**

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$$

$t$ : a tárgy távolsága

$k$ : a képtávolság

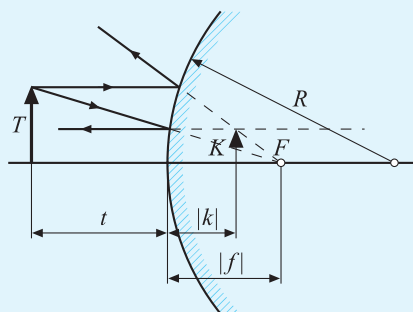
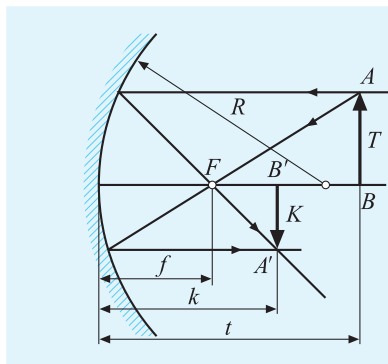
Előjel-konvenció:

$t$  pozitív, ha a tükörhöz érkező sugarak széttartanak (valódi tárgy); negatív, ha összetartanak (látszólagos tárgy)

$k$  pozitív, ha a tükörtől távozó sugarak összetartóak (valódi kép); negatív, ha széttartóak (látszólagos kép)

**Homorútükör képalkotása**

**Domborútükör képalkotása**



**Nagyítás**

$$N = \frac{K}{T} = \frac{k}{t}$$

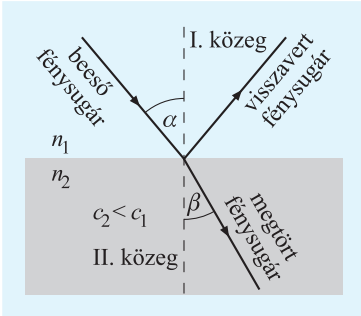
$K$ : képnagyság

$T$ : tárgynagyság

### 4.1.3. A törés törvénye

#### Snellius–Descartes-törvény:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2} = n_{2,1}$$



$c_1$ , illetve  $c_2$ : a fény sebessége az I., illetve a II. közegben

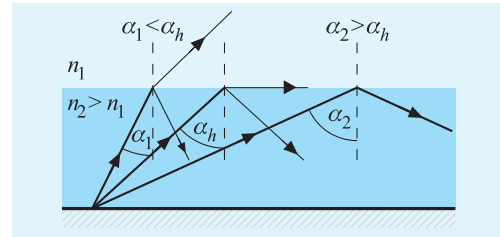
$n_1$ , illetve  $n_2$ : az I., illetve a II. közeg törésmutatója

$n_{2,1}$ : a II. közegnek az I. közegre vonatkozó relatív törésmutatója

### 4.1.4. Teljes visszaverődés

A teljes visszaverődés határszöge ( $\alpha_h$ ):

$$\sin \alpha_h = \frac{n_1}{n_2} = n_{1,2}, \text{ ha } n_1 < n_2$$

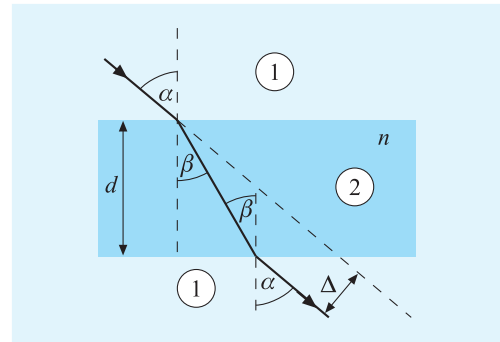


### 4.1.5. Fénytörés planparallelel lemezen

Az **eltolódás** mértéke, ha az  $n$  törésmutatójú lemez mindkét oldalán ugyanaz a közeg található

( $n = \frac{n_2}{n_1}$ ):

$$\Delta = \frac{d}{\cos \beta} \sin(\alpha - \beta)$$



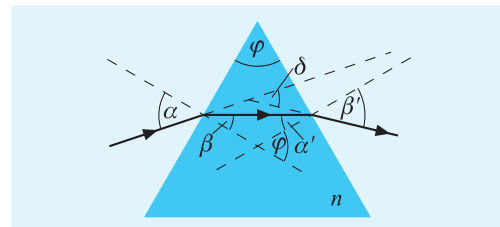
### 4.1.6. Fénytörés prizmán

Az  $n$  törésmutatójú prizmat minden oldalról ugyanaz a közeg (levegő) veszi körül:

$$\delta = \alpha + \beta' - \varphi$$

$\delta$  minimális, ha  $\alpha = \beta'$ . Ekkor

$$n = \frac{\sin \frac{\varphi + \delta_{\min}}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}$$



$\delta$ : az **eltérítés szöge**

$\varphi$ : a törőlapok által bezárt szög „törőszög”

#### 4.1.7. Vékony lencsék

##### A dioptria

$$D = \frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

ha a lencse mindkét oldalán ugyanaz a közeg (levegő) van.

Előjel-konvenció:

$R$  negatív, ha a határoló gömbfelület kívülről nézve homorú

$R$  pozitív, ha a határoló gömbfelület kívülről nézve domború

Síkfelületnél a sugár végtelen

Egymás mellé helyezett vékony lencsék dioptriája összeadódik:

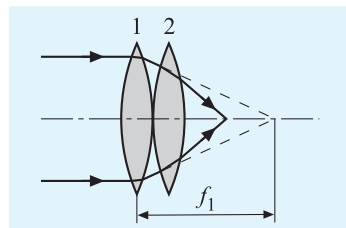
$$D = D_1 + D_2$$

$$[D] = \frac{1}{\text{m}}$$

$n$ : a lencse levegőre vonatkozó törésmutatója

$R_1$  és  $R_2$ : a lencse görbületi sugarai

$f$ : a fókusz távolság



##### Leképezés vékony lencsékkel

##### Leképezési törvény

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{k} + \frac{1}{t}$$

Előjel-konvenció:

$t$  pozitív, ha a lencséhez közeledő sugarak széttartóak (valódi tárgy);  $t$  negatív, ha összetartóak (látszólagos tárgy)

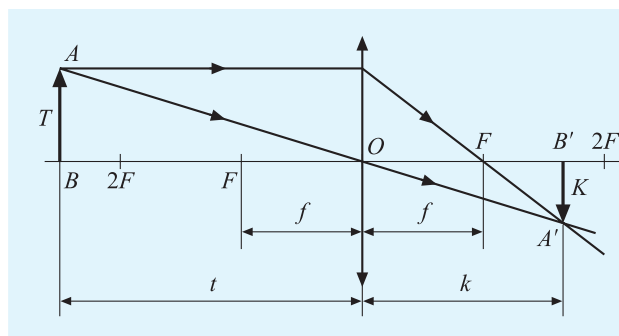
$k$  pozitív, ha a lencsét elhagyó sugarak összetartóak (valódi kép);  $k$  negatív, ha széttartóak (látszólagos kép)

$k$ : a képtávolság

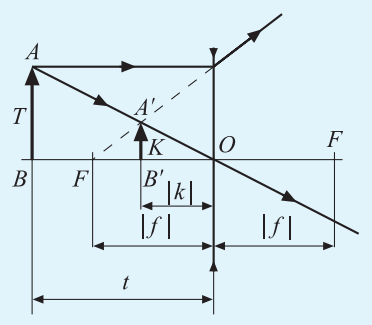
$t$ : a tárgytávolság

$f$ : a fókusz távolság

##### Gyűjtőlencse képkalkotása



##### Szórólencse képkalkotása



**Nagyítás:**

$$N = \frac{K}{T} = \frac{k}{t} = \frac{f}{t - f} = \frac{k - f}{f}$$

$K$ : képnagyság

$T$ : tárgynagyság

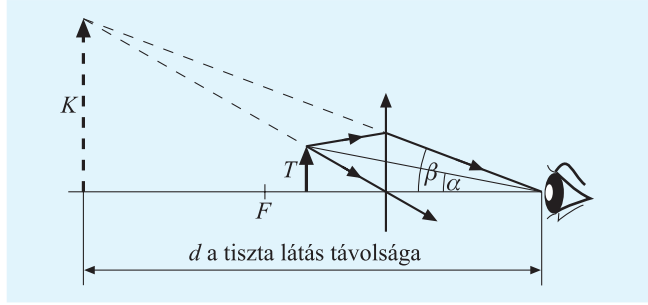
#### 4.1.8. Látászöveget növelő készülékek

##### Egyszerű nagyító

Gyűjtőlencse, a szemhez közel tartva; a képet a tiszta látás  $d$  távolságában látjuk.

##### Szögnagyítása:

$$|N_{sz}| = \frac{\beta}{\alpha} = 1 + \frac{d}{f}$$

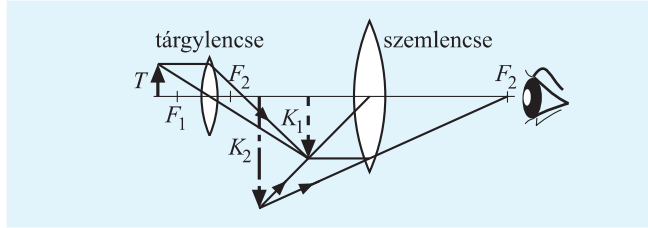


##### Mikroszkóp

A tárgylencse fordított állású, valódi, nagyított képet ad. Erőről a szemlencse fordított állású, nagyított, látszólagos képet állít elő a tiszta látás távolságában.

##### Szögnagyítása:

$$N_{sz} = \frac{d \cdot \Delta}{f_1 \cdot f_2}$$



$f_1, f_2$ : a két lencse fókusz távolsága

$d$ : a tiszta látás távolsága

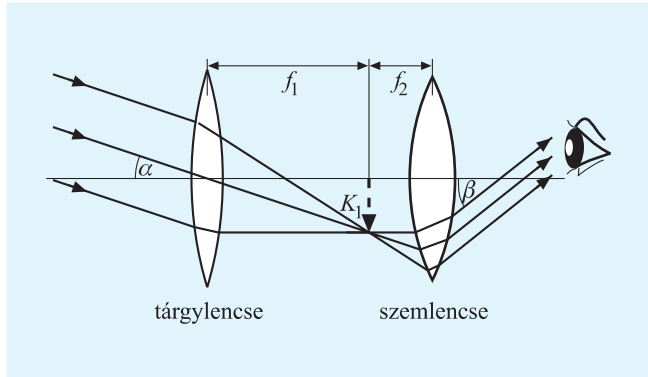
$\Delta$ : optikai tubushossz, a lencsék belső fókuszpontjainak távolsága

##### Távcső

A tárgylencse fordított, kicsinyített képet létesít a két lencse közös fókusza közelében. A szemlencse – egyszerű nagyítóként – erről állít elő látszólagos képet. (Kepler-féle csillagászati távcső)

##### Szögnagyítása:

$$N_{sz} = \frac{f_1}{f_2}$$



$f_1, f_2$ : a két lencse fókusz távolsága

## 4.2. Fizikai optika

### 4.2.1. Fényinterferencia

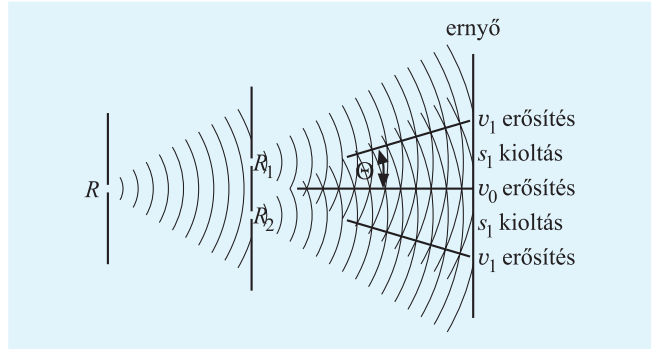
**Young-kísérlet** (kétréses interferencia)

**Erősítés** irányai:

$$\sin \theta_e = \frac{k\lambda}{d}$$

**Kioltás** irányai:

$$\sin \theta_k = \frac{2k+1}{d} \cdot \frac{\lambda}{2}$$



$\Theta$ : az interferenciacsíkok helyének iránya a szimmetriasisíkhoz képest

$\lambda$ : a fény hullámhossza

$d$ : a rések távolsága;  $k = 0, 1, 2, \dots$

### 4.2.2. Fényelhajlás (diffrakció)

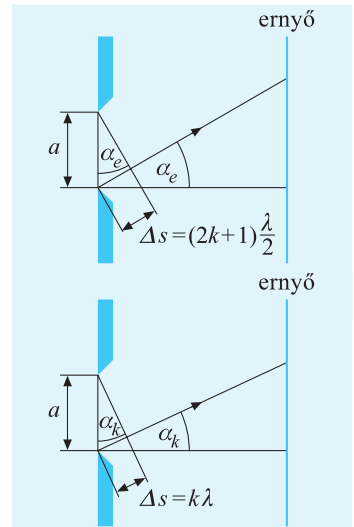
#### Fényelhajlás résen

**Erősítés** irányai (közelítőleg):

$$\sin \alpha_e = \left( \frac{2k+1}{a} \right) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

**Kioltás** irányai (pontosan):

$$\sin \alpha_k = \frac{2k}{a} \cdot \frac{\lambda}{2}$$



$\lambda$ : a fény hullámhossza

$a$ : a rés mérete;  $k = 0, 1, 2, \dots$

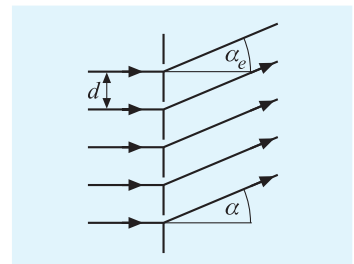
#### Fényelhajlás optikai rácson

**Erősítés** irányai (pontosan):

$$\sin \alpha_e = \frac{k\lambda}{d}$$

**Kioltás** irányai:

Ha a rések  $N$  száma elég nagy, akkor gyakorlatilag az összes többi irányban kioltás van.



$d$ : a rácsállandó

$\lambda$ : a fény hullámhossza

$k = 0, 1, 2, \dots$



### 4.2.3. A fény részecske tulajdonsága

#### Fotoeffektus

Einstein-féle egyenlet:

$$hf = W_{ki} + \frac{1}{2}mv^2$$

A küszöbhullámhossz (a hatást még kiváltó legkisebb energiájú foton hullámhossza):

$$\lambda_{max} = h \frac{c}{W_{ki}}$$

#### A fénynyomás

A felületnek átadott  $p$  impulzus fotononként

– elnyelődés esetén:  $p = \frac{h \cdot f}{c}$

– visszaverődés esetén:  $\Delta p = 2p = \frac{2h \cdot f}{c}$

A felületre gyakorolt nyomás

– elnyelődés esetén:  $P = n \cdot h \cdot f$

– visszaverődés esetén:  $P = 2n \cdot h \cdot f$

#### Compton-effektus (foton és elektron ütközése)

A foton hullámhosszváltozása:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_e c} \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\frac{h}{m_e c} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m (Compton-hullámhossz)}$$

$h$ : a Planck-állandó

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$f$ : a foton frekvenciája

$$E = hf: \text{ a foton energiája}$$

$W_{ki}$ : a kilépési munka

$$\frac{1}{2}mv^2: \text{ a kilépő elektron mozgási energiája}$$

$c$ : a fénysebesség

$P$ : a fénynyomás;  $[P] = \text{Pa}$

$n$ : a felületre merőlegesen beeső fénysugár fotonszámsűrűsége

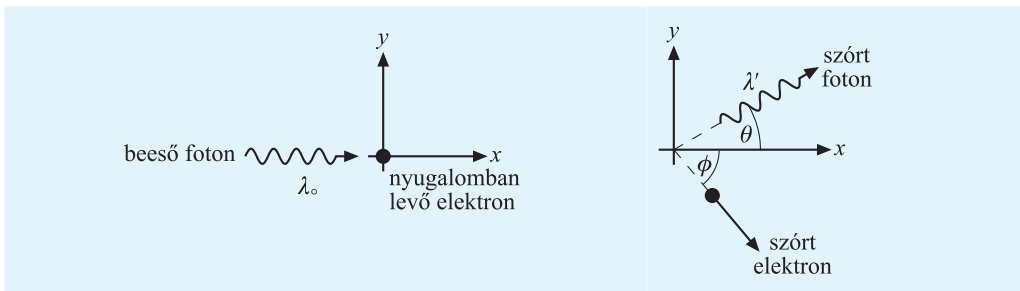
$$[n] = \frac{1}{\text{m}^3}$$

$\theta$ : a foton szóródásának szöge

$h$ : a Planck-állandó

$m_e$ : az elektron nyugalmi tömege

$c$ : a vákuumbeli fénysebesség



Az ütközés előtt

Az ütközés után

### 4.3. A fotometria alapjai

#### Világítástechnikai alapfogalmak

##### A fényforrás fényerőssége ( $I$ )

(Vizuális alapon értelmezett mennyiség)

A fényforrásból a fény terjedési irányában egységnyi térszögben másodpercenként átáramlott energia.

$I$ : a pontszerű fényforrás fényerőssége

Egysége: candela (cd)

(SI-alapegység)

##### A fényáram ( $\Phi$ )

A fényforrásból tetszőleges térszögbe másodpercenként átáramló energia:

$$\Phi = I \cdot \Omega$$

$$\Phi_{\text{összes}} = I \cdot 4\pi \quad (\text{A térbe sugárzott összes fényáram})$$

$\Phi$ : a fényáram

$[\Phi] = \text{lumen (lm)}$

$\Omega$ : térszög;  $[\Omega] = \text{szteradián}$

##### A megvilágítás erőssége ( $E$ )

$$E = \frac{\Delta \Phi}{\Delta A}$$

$$[E] = \text{lux (lx)}, 1 \text{ lx} = \frac{1 \text{ lumen}}{\text{m}^2}$$

##### A fénysugár fényáramsűrűsége ( $S$ )

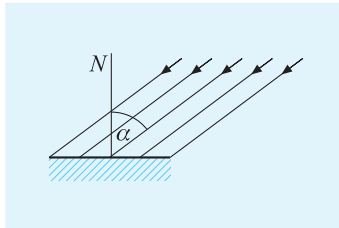
$$S = \frac{\Delta \Phi}{\Delta A_n}$$

$[S] = \text{lux}$

$\Delta A_n$ : a fénysugárra merőleges felület

##### A felület megvilágításának erőssége:

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha$$



$I$ : a pontszerű fényforrás fényerőssége

$r$ : a fényforrás és a felület távolsága

$\alpha$ : a fény beesési szöge a felületre

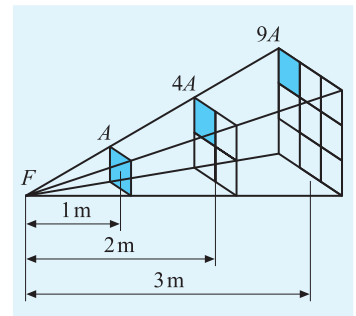
**Pontszerű fényforrás** esetén a fénysugarak irányára merőlegesen elhelyezett **felületek megvilágításának aránya**:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

$r_1$  és  $r_2$ : a felületek távolsága a fényforrástól

Fényforrások **fényerősségének összehasonlítása** (ha a két fényforrás merőleges megvilágítás esetén egyenlő megvilágítást ad):

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$



## 5. ATOMFIZIKA

### 5.1. Az atomok mérete és tömege

Avogadro-állandó:

$$N_A = 6,022\ 1367 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$$

Az atomok lineáris méretének becslése:

$$a = 3 \sqrt{\frac{M}{\rho N_A}}$$

Az **elemi elektromos töltés**, az elektron töltése:

$$e = 1,602\ 177\ 33 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

**Az atomfizikai tömegegység**

A  $^{12}\text{C}$  egy atom tömegének  $\frac{1}{12}$  része,

$$1\ m_u = \frac{1}{12} \frac{M(^{12}\text{C})}{N_A} = 1,660\ 5402 \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$$

**Az energia atomfizikai egysége az elektronvolt:**

$$1\ \text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1\ \text{V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Egy atomi tömegegységnek megfelelő energia,  $E = mc^2$  alapján:

$$1\ m_u c^2 = 1,4924 \cdot 10^{-10} \text{ J} = 931,5016 \text{ MeV}$$

**A mágneses momentum egységei**

Bohr-magneton ( $\mu_B$ ):

$$\mu_B = \frac{e}{2m_e} \cdot \frac{h}{2\pi} = 9,2740154 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$$

Magmagneton ( $\mu_m$ ):

$$\mu_m = \frac{e}{2m_p} \cdot \frac{h}{2\pi} = 5,050\ 7866 \cdot 10^{-27} \text{ Am}^2$$

**Az anyaghullámok**

A de Broglie-hullámhossz: a  $p$  impulzusú elektronhoz rendelhető hullámhossz:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Egy mól mennyiségű anyag  $N_A \approx 6 \cdot 10^{23}$  db molekulát tartalmaz.

$M$ : a moláris tömeg  
 $\rho$ : az anyag sűrűsége szilárd, illetve folyadékfázisban

Minden töltés  $e$  egész számú többszöröse

$m_u$ : az atomi tömegegység  
 $M(^{12}\text{C}) = 12 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

1 attojoule = 1 aJ =  $10^{-18}$  J,  
1 pikojoule = 1 pJ =  $10^{-12}$  J

$m_e$ : az elektron tömege  
 $h$ : a Planck-állandó;  
 $h = 6,626\ 0755 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

$m_p$ : a proton tömege

$\lambda$ : a hullámhossz  
 $p = m_e v$  (az elektron impulzusa)

## Heisenberg-féle határozatlansági relációk

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta p_y \cdot \Delta y \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta p_z \cdot \Delta z \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}; \quad h: \text{ a Planck-állandó}$$

$\Delta p$ : az impulzusbizonytalanság

$\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ : a helybizonytalanság

$\Delta E$ : valamely állapot energiájának határozatlansága

$\Delta t$ : az adott állapotban való tartózkodás időtartama

### 5.2. Atommodellek

#### 5.2.1. Gázok vonalas színképe

A hidrogén látható színképvonalainak **hullámhossza**:

$$\lambda = 3645,6 \frac{n^2}{n^2 - 4} \quad (\text{\AA-ben}) \quad (\text{Balmer-képlet})$$

A hidrogén teljes elektromágneses spektrumában:

$$f = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (\text{Rydberg-formula}) \quad (n > m)$$

$$n = 3, 4, 5$$

$$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$$

$f$ : a kibocsátás frekvenciája

$m$ ,  $n$ : természetes számok;

$$R = 3,289 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{s}}$$

(Rydberg-állandó)

#### 5.2.2. Hőmérsékleti sugárzás

Az  $f$  frekvenciájú harmonikus oszcillátor energiája csak

$E = hf$  egész számú többszöröse lehet:

$$E_n = nhf$$

Az oszcillátor csak  $\Delta E = hf$  nagyságú energiakvantumokat képes elnyelni vagy kibocsátani.

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

$h$ : a Planck-állandó

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$f$ : a sugárzás frekvenciája

#### 5.2.3. A Bohr-féle atommodell

##### A Bohr-féle pályafeltétel, elektronpályák sugara, elektronok energiája

Az elektron **impulzusnyomatéka** (perdület) a megengedett elektronpályákon:

$$m_e \cdot r_n \cdot v_n = n \cdot \hbar \quad (\text{Bohr-féle pályafeltétel})$$

$$n = 1, 2, \dots$$

$r_n$ : a pályasugár

$m_e$ : az elektron tömege

$v_n$ : a sebessége

$h$ : a Planck-állandó

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,0546 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

**Az elektronpálya sugara:**  $r_n = \left( \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi Z m e^2} \right) \cdot n^2$

$Z = 1$  (H-atom) esetén:  $r_n = (0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}) \cdot n^2$

$Z$  rendszámú H-szerű [( $Z - 1$ )-szeresen ionizált] atomban az elektronok összes **energiája:**

$$E_n = -\frac{mZ^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

$Z = 1$  (H-atom) esetén:  $E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$

### A Bohr-féle frekvenciafeltétel

Az atomok által kibocsátott (elnyelt) elektromágneses hullám energiája (az  $n$ -edik és  $m$ -edik pálya közti átmenetkor):

$$hf = E_n - E_m$$

A gázok vonalasszínképében a Bohr-modell szerinti frekvenciák:

$$f = \frac{1}{h} \frac{m e^4 Z^2}{8\varepsilon_0^2 h^2} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$Z = 1$  (H-atom) esetén:  $f = \left( 3,289 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{s}} \right) \cdot \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$

## 5.3. Kötött részecskék kvantummechanikai leírása

### 5.3.1. Dobozba zárt elektronok, állóhullámok

(A „doboz” falai végtelen magas potenciálfalak)

#### Egydimenziós modell

Az állóhullám hullámhossza, ha az elektron egy  $a$  hosszúságú egyenes szakaszon mozoghat:

$$\lambda_k = \frac{2a}{k+1}$$

Ekkor az elektron mozgási energiája:

$$E_k = \frac{h^2 m}{2} \left[ \frac{k+1}{2am} \right]^2 = \frac{h^2}{8ma^2} (k+1)^2$$

$m$ : az elektron tömege

$e$ : az elektron töltése

$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$\varepsilon_0$ : a vákuumpermittivitás

$\varepsilon_0 = 8,854188 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$

$n = 1, 2, \dots$  a pályát jellemző kvantumszám

$Z$ : a rendszám

$f$ : a frekvencia

$h$ : a Planck-állandó

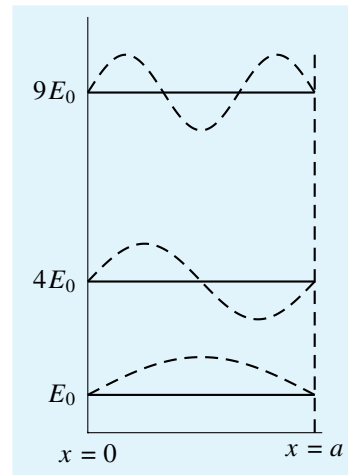
$E_n, E_m$ : az elektron energiája az  $n$ -edik, illetve  $m$ -edik pályán

$\varepsilon_0$ : a vákuumpermittivitás

$e$ : az elektron töltése

$m$ : az elektron tömege

$Z$ : a rendszám



$k$ : a belső csomók száma

### 5.3.2. A H-atom kvantummechanikai leírása

A H-atomban az  $n$  **főkvantumszámtól** függ az elektron kötési energiája:

$$E_n = - \left( \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \right) \cdot \frac{1}{n^2}$$

Az  $l$  **mellékvantumszámtól** függ az elektron pályaimpulzusmomentuma:

$$|\mathbf{N}| = \sqrt{l(l+1)} \cdot \hbar$$

Az  $m$  **mágneses kvantumszám** határozza meg az impulzusmomentum  $z$  irányú komponensét:

$$N_z = m \cdot \hbar$$

Az elektron **mágneses momentuma**:

$$\boldsymbol{\mu} = - \left( \frac{e}{2m_e} \right) \cdot \mathbf{N}$$

A mágneses momentum  $z$ -komponense:

$$\mu_z = -m \cdot \left( \frac{e \cdot \hbar}{2m_e} \right)$$

Az  $s$  **spinkvantumszám** határozza meg a spin-impulzusmomentum  $z$ -komponensét:

$$S_z = s \cdot \hbar$$

$n$ : a főkvantumszám

$n = 1, 2, 3, \dots$

$m$ : az elektron tömege

$e$ : az elektron töltése

$\varepsilon_0$ : a vákuumpermittivitás

$h$ : a Planck-állandó

$l$ : a mellékvantumszám;

$l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$\mathbf{N}$ : az impulzusmomentum

(Az impulzusmomentum gyakran használt jele az atomfizikában:  $L$ )

$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$

$$\frac{e \cdot \hbar}{2m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$$

a **Bohr-magneton**

$s$ : a spinkvantumszám

$$s = \pm \frac{1}{2}$$

## 6. STATISZTIKUS FIZIKA

### 6.1. Termodinamikai valószínűség

Valamely anyagalmaz makroállapotát megvalósító **mikro-állapotok** száma:  $Y$

Két, egymástól független rendszer egyesítéseként létrejövő összetett rendszer mikroállapotainak száma:

$$Y_{AB} = Y_A Y_B$$

$N$  részecskét tartalmazó,  $V$  térfogatú, egyatomos ideális gáz mikroállapotainak száma:

$$Y(V, E) \sim V^N \cdot E^{\frac{3N}{2}} \quad (E \text{ a gáz belső energiája})$$

**Einstein-kristály mikroállapotainak száma:**

(Einstein-kristály:  $\frac{N}{3}$  atom, összesen  $r$  energiaadag, minden atom három független irányban rezeghet, így minden atom 3 független harmonikus oszcillátornak tekinthető)

$$Y(E) = \frac{(N + r - 1)!}{r!(N - 1)!}$$

**Az entrópia statisztikus fizikai definíciója**

$$S = k \cdot \ln Y$$

**A hőmérséklet statisztikus fizikai definíciója**

$$T = \frac{Q}{\Delta S}$$

**Boltzmann-féle energiaeloszlás**

$\varepsilon$  és  $\varepsilon + \Delta\varepsilon$  közé eső energiájú részecskék száma:

$$N(\varepsilon) = \frac{2\pi N}{(\pi kT)^{\frac{3}{2}}} \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \cdot \Delta\varepsilon$$

**Energiaeloszlás az Einstein-kristályban:**

$$N(\varepsilon) = N(0) \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}$$

$$N(0) = N \left( 1 - e^{-\frac{\varepsilon_0}{kT}} \right)$$

$Y$ : a termodinamikai valószínűség ( $Y > 1$ )

A kristály összes energiája:

$$E = r\varepsilon_0$$

$\varepsilon_0$ : az energiakvantum

$S$ : az entrópia

$k$ : a Boltzmann-állandó

$Y$ : a termodinamikai valószínűség

$Q$ : a hőcsere mértéke

$\Delta S$ : az entrópiaváltozás

$k$ : a Boltzmann-állandó

$T$ : a hőmérséklet

$N(\varepsilon)$ : az  $\varepsilon$  energiájú atomok száma

$N(0)$ : a 0 energiájú atomok száma

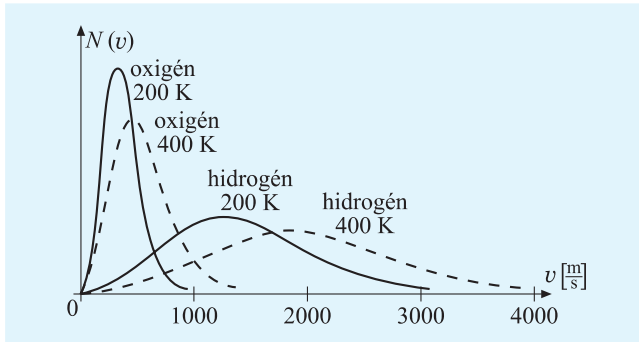
$\varepsilon_0$ : az energiakvantum

$\varepsilon = l \cdot \varepsilon_0$ ,  $l = 0, 1, 2, 3, \dots$

## 6.2. Maxwell-féle sebességeloszlás

Az  $N$  részecskéből álló ideális gázban  $v$  és  $v + \Delta v$  határok közötti sebességű részecskék száma:

$$N(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N v^2 \cdot \left(\frac{m_0}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \Delta v$$



$T$ : a hőmérséklet

$m_0$ : egy részecske tömege

$k$ : a Boltzmann-állandó;

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$N$ : a részecskék összes száma

Termikus átlagsebesség  $T$  hőmérsékleten:

$$v_{\text{term}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$M$ : moláris tömeg

$R$ : a gázállandó

$$R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$$

A legvalószínűbb sebesség  $T$  hőmérsékleten:  $v = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} \approx 0,82v_{\text{term}}$

A közepes sebesség  $T$  hőmérsékleten:  $\bar{v} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} \approx 0,92v_{\text{term}}$

### Magasság szerinti eloszlás:

A Föld nehézségi terében az állandó  $T$  hőmérsékletű gáz sűrűségének magasság szerinti eloszlása:

$$\varrho(h) = \varrho_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$$

$\varrho(h)$ : a sűrűség  $h$  magasságban

$\varrho_0$ : a sűrűség a Föld felszínén

$m$ : a molekula tömege

$k$ : a Boltzmann-állandó

$T$ : a hőmérséklet



## 7. MAGFIZIKA, ELEMI RÉSZECSKÉK

### 7.1. Az atommag

#### 7.1.1. Az atommagok kötési energiája

Az atommag különálló **nukleonokra** történő, teljes szétbontásához szükséges **energia**:

$$E = (Zm_p + Nm_n - M)c^2 = \Delta mc^2$$

Az **atommagokat összetartó kötési energia** a „cseppmodell” szerint:

$$E(Z, A) = -\varepsilon_V \cdot A + \varepsilon_F \cdot \sqrt{A^2} + \varepsilon_C \cdot \frac{Z^2}{\sqrt[3]{A}} + \varepsilon_P \cdot \frac{(N - Z)^2}{A}$$

térfogati
felületi
Coulomb-
Pauli-  
energia
energia
energia
energia

Állandó tömegszámú atommag **energiája** akkor **minimális**, ha a protonok száma:

$$Z_{\min} \approx \frac{A}{2 + 0,014 \sqrt[3]{A^2}}$$

Kicsi tömegszámok ( $A$ ) esetén:  $Z \approx \frac{A}{2}$ , így  $Z = N$

Nagy tömegszámok esetén:  $Z < \frac{A}{2}$ , így  $Z < N$

**Az atommagok sugara (méterben):**

$$R \cong 1,20 \cdot 10^{-15} \cdot \sqrt[3]{A}$$

### 7.2 Radioaktivitás

#### 7.2.1. A radioaktív bomlási törvény

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t} = N(0)2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$$

**Bomlási állandó:**

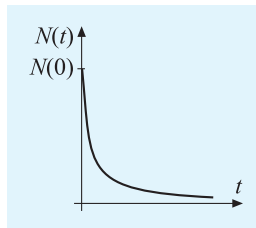
$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{T_{1/2}}$$

**Felezési idő:**

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$$

A mag átlagos élettartama:  $\tau = \frac{1}{\lambda}$

Aktivitás:  $A = \frac{N(0) - N(t)}{t}$



$c$ : a vákuumbeli fénysebesség

$Z$ : a rendszám, a protonok száma

$N$ : a neutronok száma

$m_p$ : a proton tömege

$m_n$ : a neutron tömege

$M$ : a mag tömege

$A$ : a tömegszám

$\Delta m$ : a tömegdefektus

$\varepsilon$  arányossági tényezők értékei:

$\varepsilon_V = 2,52$  pJ

$\varepsilon_F = 2,85$  pJ

$\varepsilon_C = 0,11$  pJ

$\varepsilon_P = 3,80$  pJ

$A$ : a tömegszám

$N$ : a neutronok száma

$Z$ : a rendszám

$A = Z + N$

$A$ : a tömegszám

$N(0)$ : a kezdetben jelen volt részecskék száma

$N(t)$ : a  $t$  időtartam múlva jelen lévő részecskék száma

$\lambda$ : a bomlási állandó

$[\lambda] = \frac{1}{s}$

$T_{1/2}$ : a felezési idő;

$[T_{1/2}] = s$

$A$ : aktivitás;  $[A] = \text{Bq} = \frac{1}{s}$

Ha  $N(0) - N(t) \ll N(0)$ , akkor

$$A \approx \lambda N(0) = 0,693 \frac{N(0)}{T_{1/2}}$$

(Az aktivitás arányos az anyagban meglévő radioaktív magok számával, fordítottan arányos a felezési idővel)

$$1 \text{ Bq} = \frac{1 \text{ bomlás}}{1 \text{ s}}$$

SI-n kívüli: Curie (Ci)

$$1 \text{ Ci} = 3,70 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$$

### 7.2.3. A radioaktív bomlás főbb típusai

**$\alpha$ -bomlás:**  ${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 \alpha$  ( $\alpha$ -sugárzás)

**negatív  $\beta$ -bomlás:**  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + \beta^-$  (elektronsugárzás)

**pozitív  $\beta$ -bomlás:**  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + \beta^+$  (pozitronsugárzás)

**$\gamma$ -bomlás:** nincs összetétel-változás (elektromágneses sugárzás)

X: a bomló elem (anyaelem)

Y: a keletkezett elem (leányelem)

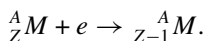
A: a tömegszám

Z: a rendszám

### Proton–neutron átalakulások:

$$p \rightarrow n + \beta^+ + \nu; \quad n \rightarrow p + \beta^- + \bar{\nu}.$$

### Elektronbefogás:



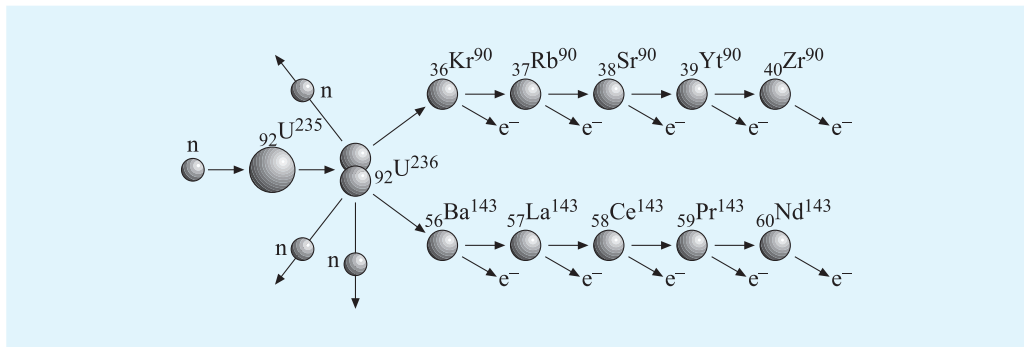
$\beta^-$ : elektron

$\beta^+$ : pozitron

$\nu$ : neutrínó

$\bar{\nu}$ : antineutrínó

### 7.3. Maghasadás



A 235-ös urán hasadásának energiamérlege:

A hasadási termékek kinetikus energiája:	167 MeV
A $\beta$ -bomlás energiája:	5 MeV
A $\gamma$ -bomlás energiája:	5 MeV
A hasadásnál keletkező neutronok energiája:	5 MeV
A neutrínókkal távozott energia:	11 MeV
A hasadás pillanatában keletkező sugárzás:	5 MeV
<b>Összesen:</b>	<b>198 MeV</b>

U: urán

n: neutron

Kr: kripton

Rb: rubídium

Sr: stroncium

Yt: ittrium

Zr: cirkónium

Ba: bárium

La: lantán

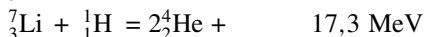
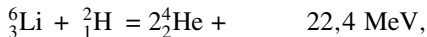
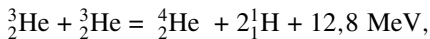
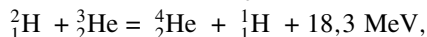
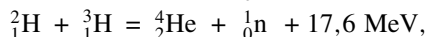
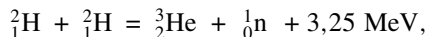
Ce: cérium

Pr: praeodímium

Nd: neodímium

## 7.4. Magfúzió

### A fúziós energiatermelés néhány lehetséges reakciója



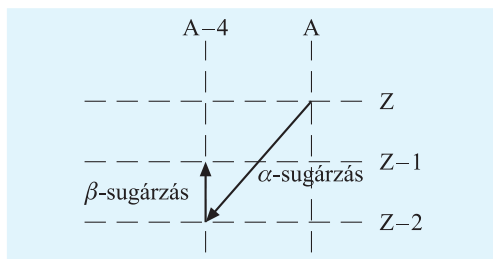
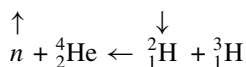
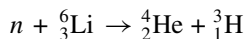
H: hidrogén

He: hélium

n: neutron

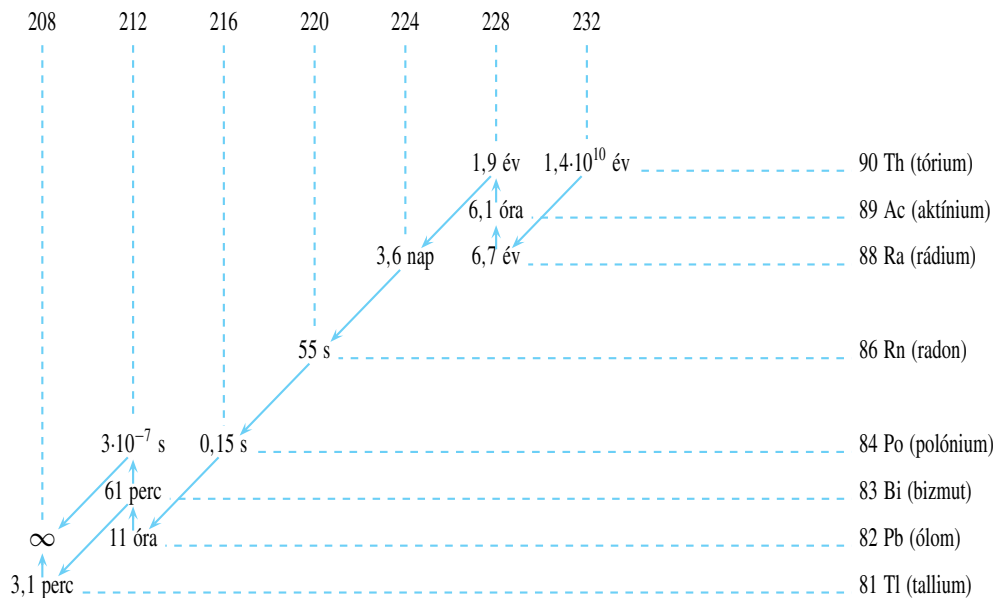
Li: lítium

### A hidrogénbomba láncreakciója

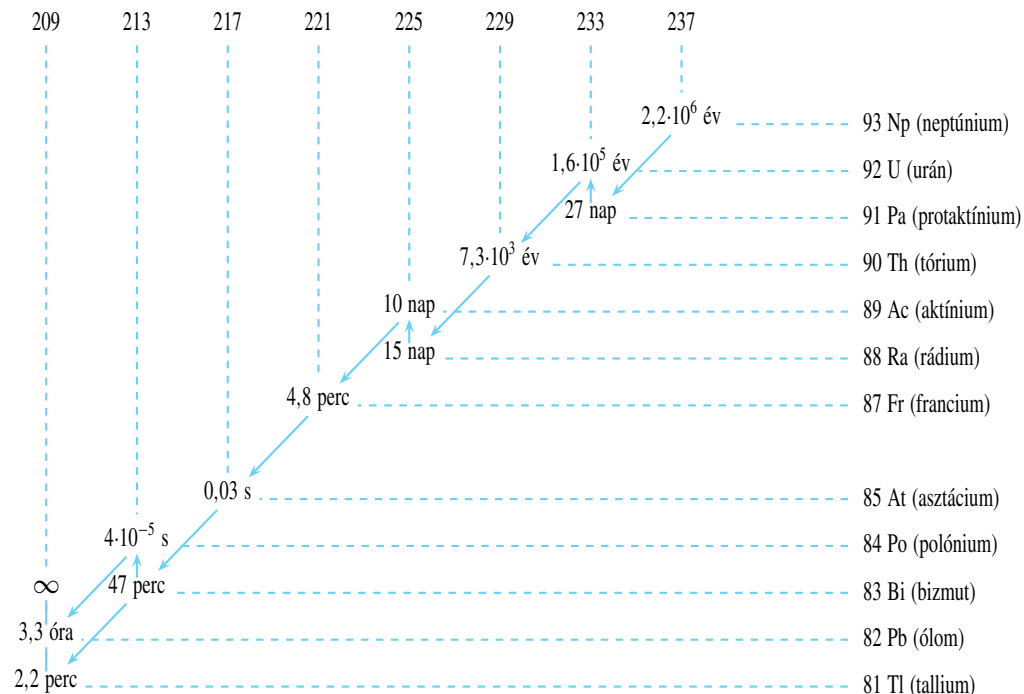


## 7.5. Radioaktív bomlási sorozatok

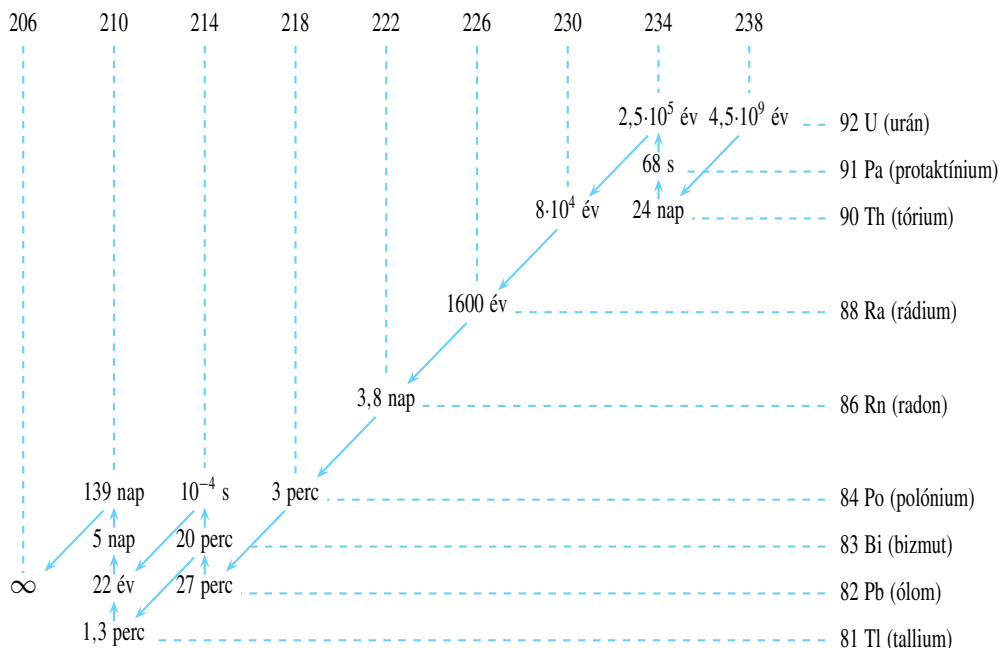
### $A = 4n$ ; tórium sorozat



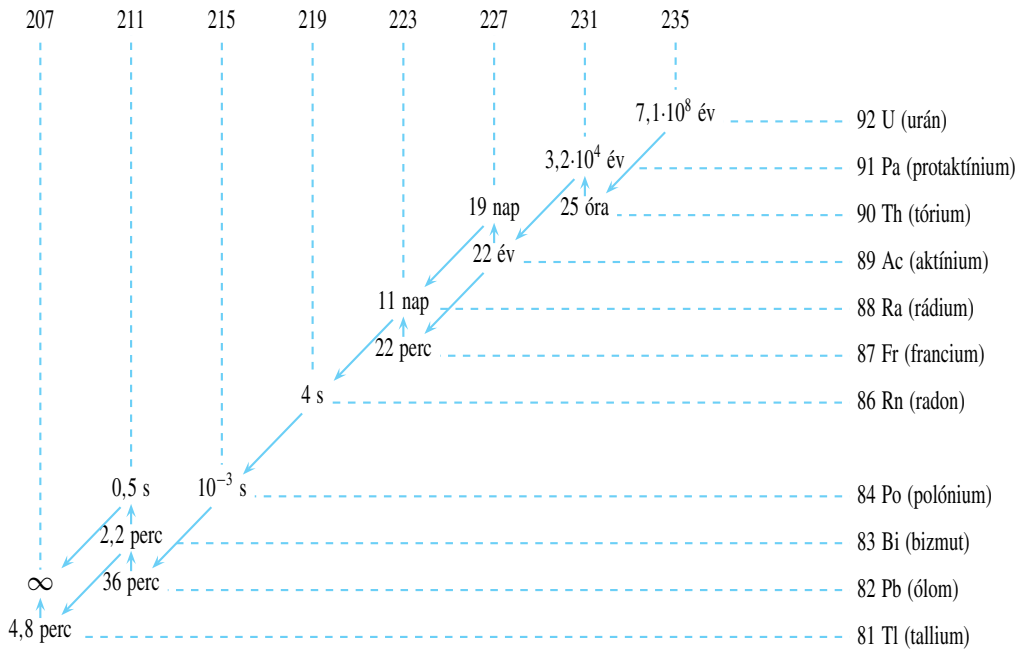
$A = 4n + 1$ ; neptúniumsorozat



$A = 4n + 2$ ; urán-rádium sorozat



$A = 4n + 3$ ; aktíniumsorozat



7.6. Sugárzásvédelem

**Dózisfogalmak**

**Besugárzási dózis** =  $\frac{\text{töltés}}{\text{tömeg}}$

1 kg levegőben a sugárzás által ionizációval keltett azonos előjelű ionok töltése:

$$X = \frac{Q}{m}$$

**Elyelt sugárzás** =  $\frac{\text{energia}}{\text{tömeg}}$

1 kg anyaggal ionizáló részecskék útján közölt energia:

$$D = \frac{E_D}{m}$$

**Dózisegyenérték**

A várható biológiai hatást jellemzi.

$$H = QD$$

$X$ : a besugárzási dózis;

$$[X] = \frac{C}{kg}$$

$Q$ : a töltés

$m$ : a levegő tömege

$D$ : az elnyelt dózis;

$$[D] = \frac{J}{kg} = Gy \text{ (1 gray)}$$

$E_D$ : az energia

$m$ : a tömeg

$H$ : a dózisegyenérték;

$$[H] = Sv \text{ (sievert)}; [Sv] = \frac{J}{kg}$$

$Q$ : a sugárzás minőségi tényezője

## 8. A SPECIÁLIS RELATIVITÁSELMÉLET ALAPJAI

### 8.1. Relativisztikus kinematika

A vákuumbeli fénysebesség minden inerciarendszerben  $c$ .

#### Az időtágulás (idődilatáció)

A  $K$  rendszerhez képest  $v$  sebességgel mozgó  $K'$  rendszerben mért  $\Delta t'$  időtartam  $K$ -ban mért

$\Delta t$  értéke:  $\Delta t = \gamma \cdot \Delta t'$  (ahol  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$  a Lorentz-tényező;  $\beta = \frac{v}{c}$ ), tehát  $\Delta t > \Delta t'$ .

#### Lorentz-transzformáció

Egymáshoz képest a közös  $x$ , illetve  $x'$  irányban egyenletes  $v$  sebességgel mozgó  $K$  és  $K'$  rendszerbeli  $(x, y, z, v)$ , illetve  $(x', y', z', v')$  téridő-koordináták közti transzformációk és inverz transzformációk:

$$x' = \gamma(x - vt), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \gamma\left(t - \beta\frac{x}{c}\right),$$

$$x = \gamma(x' + vt'), \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \gamma\left(t' + \beta\frac{x'}{c}\right)$$

#### Hosszúságrovidülés (Lorentz-kontrakció)

Ha egy  $K'$ -ben nyugalomban lévő rúd hossza  $K'$ -ben mérve  $\Delta x'$ , akkor  $K$ -ban mérve („ $K$ -ból nézve”)  $\Delta x$  hosszúságú, és ekkor:  $\Delta x = \Delta x' \sqrt{1 - \beta^2}$ , tehát  $\Delta x < \Delta x'$ .

#### Relativisztikus sebesség-összeadás

Ha egy test sebessége  $K$ -ban  $u$ ,  $K'$ -ben  $u'$ , akkor  $u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$  (ha  $v \ll c$ , akkor  $u = u' + v$ ).

### 8.2. Relativisztikus dinamika

A  $v$  sebességgel mozgó test tömege, impulzusa

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$\mathbf{I} = \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$m_0$ : a nyugalmi tömeg  
 $c$ : a fénysebesség

**A teljes energia:**  $E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

**A mozgási energia:**  $E_{\text{kin}} = mc^2 - m_0 c^2$ , ha  $v \ll c$ , akkor  $E_{\text{kin}} \approx \frac{1}{2} m_0 v^2$

**A nyugalmi energia:**  $E_0 = m_0 c^2$

#### Tömegdefektus

$M$  nyugalmi tömeg  $m$ -re való csökkenése

$$(M - m)c^2 = \Delta E = \Delta mc^2$$

energia felszabadulásával jár.

## 9. FIZIKAI TÁBLÁZATOK

### 9.1. A Nemzetközi Mértékegységrendszer (SI) (Système International d'Unités)

#### 9.1.1. Alapmennyiségek és alapegységek

A mennyiség			Az SI-egység	
neve	jele	dimenzió jele	neve	jele
hosszúság	$l$	L	méter	m
tömeg	$m$	M	kilogramm	kg
idő	$t$	T	másodperc (szekundum)	s
elektromos áramerősség	$I$	I	amper	A
termodinamikai hőmérséklet	$T$	$\Theta$	kelvin	K
anyagmennyiség	$n$	N	mól	mol
fényerősség	$I_v$	J	kandela	cd

#### 9.1.2. Kiegészítő mennyiségek és kiegészítő egységek

A kiegészítő mennyiségek			A kiegészítő egységek	
neve	jele	dimenzió jele	neve	jele
síkszög	$\alpha, \beta$	1	radián	rad
térszög	$\Omega, \omega$	1	szteradián	sr

#### 9.1.3. Az alapegységek definíciója

*A hosszúság mértékegysége a méter (m).*

Egy méter az a távolság, amelyet a vákuumban terjedő fény 1/299 792 458 másodperc alatt tesz meg.

*A tömeg mértékegysége a kilogramm (kg).*

Egy kilogramm az 1889-ben megtartott Első Általános Súly- és Mértékügyi Értekezlet által etalonnak elfogadott platina-irídium henger tömege.

*Az idő mértékegysége a másodperc (s).*

Egy másodperc az alapállapotú cézium ( $^{133}\text{Cs}$ ) atom két hiperfinom energiaszintje közötti átmenethez tartozó sugárzás 9 192 631 770 periódusának időtartama.

*Az elektromos áramerősség mértékegysége az amper (A).*

Egy amper annak az állandó áramnak az erőssége, amely két végtelen hosszú, párhuzamos, vékony, kör keresztmetszetű, egymástól 1 méter távolságban, vákuumban levő vezetőben áramolva, közöttük méterenként  $2 \cdot 10^{-7}$  N erőt létesít.

*A termodinamikai hőmérséklet mértékegysége a kelvin (K).*

Egy kelvin a víz hármaspontja termodinamikai hőmérsékletének 1/273,16-szorosa.

*Az anyagmennyiség mértékegysége a mól (mol).*

Egy mól az az anyagmennyiség, amely annyi elemi egységet tartalmaz, mint amennyi atom van 12 g  $^{12}\text{C}$ -ben.

A fényerősség mértékegysége a kandela (cd).

Egy kandela annak a fényforrásnak a fényerőssége adott irányban, amelyik  $540 \cdot 10^{12}$  Hz frekvenciájú monokromatikus fényt sugároz ki 1/683 watt/szteradián intenzitással az adott irányban.

#### 9.1.4. A kiegészítő egységek definíciója

A síkszög egysége a radián (rad).

Egy radián a kör sugarával megegyező ívhosszhoz tartozó középponti síkszög.

A térszög egysége a szteradián (sr).

Egy szteradián a gömbsugar négyzetével megegyező területű gömbsüveghez tartozó középponti térszög.

#### 9.1.5. Önálló nevű származtatott mértékegységek

A mennyiség neve	A mértékegység			
	neve	jele	kifejezése	
			szokásos egységekkel	alappmennyiségekkel
frekvencia	hertz	Hz	1/s	1/s
erő	newton	N	$\text{m} \cdot \text{kg}/\text{s}^2$	$\text{m} \cdot \text{kg}/\text{s}^2$
nyomás	pascal	Pa	$\text{N}/\text{m}^2$	$\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$
energia	joule	J	$\text{N} \cdot \text{m}$	$\text{m}^2 \cdot \text{kg}/\text{s}^2$
teljesítmény	watt	W	$\text{J}/\text{s}$	$\text{m}^2 \cdot \text{kg}/\text{s}^3$
elektromos töltés	coulomb	C	$\text{A} \cdot \text{s}$	$\text{A} \cdot \text{s}$
elektromos feszültség	volt	V	$\text{W}/\text{A}$	$\text{m}^2 \cdot \text{kg}/(\text{s}^3 \cdot \text{A})$
elektromos kapacitás	farad	F	$\text{C}/\text{V}$	$\text{s}^4 \cdot \text{A}^2/(\text{m}^2 \cdot \text{kg})$
elektromos ellenállás	ohm	$\Omega$	$\text{V}/\text{A}$	$\text{m}^2 \cdot \text{kg}/(\text{s}^3 \cdot \text{A}^2)$
elektromos vezetőképesség	siemens	S	$1/\Omega$	$\text{s}^3 \cdot \text{A}^2/(\text{m}^2 \cdot \text{kg})$
mágneses fluxus	weber	Wb	$\text{V} \cdot \text{s}$	$\text{m}^2 \cdot \text{kg}/(\text{s}^2 \cdot \text{A})$
mágneses indukció	tesla	T	$\text{Wb}/\text{m}^2$	$\text{kg}/(\text{s}^2 \cdot \text{A})$
induktivitás	henry	H	$\text{Wb}/\text{A}$	$\text{m}^2 \cdot \text{kg}/(\text{s}^2 \cdot \text{A}^2)$
fényáram	lumen	lm	$\text{cd} \cdot \text{sr}$	$\text{cd} \cdot \text{sr}$
megvilágítás	lux	lx	$\text{lm}/\text{m}^2$	$\text{cd} \cdot \text{sr}/\text{m}^2$
katalitikus aktivitás	katal	kat	$\text{mol}/\text{s}$	$\text{mol}/\text{s}$
radioaktív sugárforrás aktivitása	becquerel	Bq	1/s	1/s
elnyelt sugárdózis	gray	Gy	$\text{J}/\text{kg}$	$\text{m}^2/\text{s}^2$
dózisegyenérték	sievert	Sv	$\text{J}/\text{kg}$	$\text{m}^2/\text{s}^2$



### 9.1.6. Az SI-mértékegységrendszeren kívüli mértékegységek

A gyakorlatban előfordulnak az SI-hez nem tartozó mértékegységek.

Ezek egy része korlátozások nélkül használható (A jelűek) vagy csak adott szakterületen használható (B jelűek) vagy nem használható (C jelűek).

Neve	Jelölés	Kifejezése SI-egységgel	
hosszúságegységek			
ångström	Å	$10^{-10}$ m	C
csillagászati egység	au, ua, Cs. E.	$1,496 \cdot 10^{11}$ m	B
fényév	ly	$9,46053 \cdot 10^{15}$ m	B
parsec	ps, pc	$3,0857 \cdot 10^{16}$ m	B
amerikai mérföld		$1,60935 \cdot 10^3$ m	C
amerikai tengeri mérföld		$1,85324 \cdot 10^3$ m	C
hivatalos angol mérföld		$1,60935 \cdot 10^3$ m	C
angol tengeri mérföld		$1,85318 \cdot 10^3$ m	C
tipográfiai pont		$3,76 \cdot 10^{-4}$ m	B
cicero (12 tipográfiai pont)		$4,512 \cdot 10^{-3}$ m	B
yard	yd	0,9144 m	C
foot (láb)	ft	0,3048 m	C
inch, hüvelyk, col	in	$2,54 \cdot 10^{-2}$ m	C
mil	mil	$2,54 \cdot 10^{-5}$ m	C
terület-mértékegységek			
hektár	ha	$10^4$ m <sup>2</sup>	B
négyszögöl (bécsi négyszögöl)	□-öl	$3,596651$ m <sup>2</sup>	C
katasztrális hold (1600 □-öl)	kh	$5754,64$ m <sup>2</sup>	C
magyar hold (1200 □-öl)	mh	$4315,98$ m <sup>2</sup>	C
acre		$4,046856 \cdot 10^3$ m <sup>2</sup>	C
térfogategységek			
liter	l	$1 \cdot 10^{-3}$ m <sup>3</sup>	A
bécsi akó		$5,659 \cdot 10^{-2}$ m <sup>3</sup>	C
magyar akó		$5,43 \cdot 10^{-2}$ m <sup>3</sup>	C
magyar icce		$8,484 \cdot 10^{-4}$ m <sup>3</sup>	C
barrel (hordó) olaj esetén		$1,587 \cdot 10^{-1}$ m <sup>3</sup>	C
gallon olaj esetén		$3,785 \cdot 10^{-3}$ m <sup>3</sup>	C
pint		$5,683 \cdot 10^{-4}$ m <sup>3</sup>	C

Neve	Jelölés	Kifejezése SI-egységgel	
szövegységek			
ívfok	...°	$\pi/180 = 1,745 \cdot 10^{-2}$ rad	A
ívperc	...'	$\pi/(180 \cdot 60) = 2,908 \cdot 10^{-4}$ rad	A
ívmásodperc	...''	$\pi/(180 \cdot 60 \cdot 60) = 4,848 \cdot 10^{-6}$ rad	A
gon (újfok)	gon, ... <sup>g</sup>	$\pi/200 = 1,57 \cdot 10^{-2}$ rad	B
újperc	... <sup>cg</sup> , ... <sup>c</sup>	$\pi/(200 \cdot 100) = 1,57 \cdot 10^{-4}$ rad	B
ezredújfok	... <sup>mg</sup>	$\pi/(200 \cdot 1000) = 1,57 \cdot 10^{-5}$ rad	B
újmásodperc	... <sup>cc</sup>	$\pi/(200 \cdot 10000) = 1,57 \cdot 10^{-6}$ rad	B
időmértékegységek			
perc	min	60 s	A
óra	h	3 600 s	A
nap	d	86 400 s	A
sebességységek			
km/h		0,2777 m/s	A
mérföld/óra (amerikai)	mph	0,447 m/s	C
tömegységek			
metrikus karát		$2 \cdot 10^{-4}$ kg	C
mázsa	q	$1 \cdot 10^2$ kg	C
tonna	t	$1 \cdot 10^3$ kg	A
font	lb	0,4536 kg	C
uncia	oz	0,02835 kg	C
erőegységek			
dyn		$1 \cdot 10^{-5}$ N	B
pond		$9,8066 \cdot 10^{-3}$ N	C
kilopond	kp	9,8066 N	C
nyomásységek			
torr	torr	133,322 Pa	C
higanymilliméter	Hgmm	133,322 Pa	C
technikai atmoszféra	at	98 066,5 Pa	C
fizikai atmoszféra	atm	760 torr = 101 325 Pa	C
bar	bar	$10^5$ Pa	B

Neve	Jelölés	Kifejezése SI-egységgel	
munka-, energiaegységek			
elektronvolt	eV	$1,602\,18 \cdot 10^{-19} \text{ J}$	B
erg	erg	$1 \cdot 10^{-7} \text{ J}$	B
literatmoszféra, fizikai	l · atm	$1,013\,28 \cdot 10^2 \text{ J}$	C
literatmoszféra, technikai	l · at	$0,980\,665 \cdot 10^2 \text{ J}$	C
méterkilopond	mkp	9,80665 J	C
wattóra	Wh	$3,6 \cdot 10^3 \text{ J}$	A
lóerőóra	LEh	$2,6478 \cdot 10^6 \text{ J}$	C
kalória	cal	4,1868 J	C
teljesítményegységek			
erg/szekundum	erg/s	$1 \cdot 10^{-7} \text{ W}$	B
lóerő	LE	735,5 W	C
voltamper	VA	1 W	B
voltamper reaktív	var	1 W	B
mkp/s	mkp/s	9,8065 W	C
kcal/h	kcal/h	1,163 W	C
viszkozitásegységek			
poise	P	$10^{-1} \text{ Pa} \cdot \text{s}$	C
stokes	St	$10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$	C
hőmérsékletegységek			
Celsius-fok	°C	1 K	A
Réaumur-fok	°R	$0,8 \cdot (t)_{\text{°C}}$	C
Fahrenheit-fok	°F	$1,8 \cdot (t)_{\text{°C}} + 32$	C
elektromos egységek			
biot	Bi	10 A	B
franklin	Fr	$(1/3) \cdot 10^{-9} \text{ C}$	B
gauss	G	$10^{-4} \text{ T}$	B
maxwell	M	$10^{-8} \text{ Wb}$	B
oersted	Oe	$(10^3/4\pi) \text{ A/m}$	B
sugárfizikai mennyiségek			
curie	Ci	$3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$	C
rad	rd	$10^{-2} \text{ Gy}$	C
röntgen	R	$2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Ci/kg}$	C
hangnyomásmentisegek			
bel ( $\lg(p/p_0)$ )	B	Nem helyettesíthetők SI-mértékegységekkel	A
decibel ( $20 \cdot \lg(p/p_0)$ )	dB	Nem helyettesíthetők SI-mértékegységekkel	A
neper 8,685 89 db	Np	Nem helyettesíthetők SI-mértékegységekkel	A
phon ( $10 \cdot \lg(I/I_0)$ )	phon	Nem helyettesíthetők SI-mértékegységekkel	A

## 9.2. Prefixumok

Előtag	Jele	Neve	Értéke
yotta-	Y	kvadrillió	$10^{24}$
zetta-	Z	ezertrillió	$10^{21}$
exa-	E	trillió	$10^{18}$
peta-	P	ezerbillió	$10^{15}$
tera-	T	billió	$10^{12}$
giga-	G	milliárd	$10^9$
mega-	M	millió	$10^6$
kilo-	k	ezer	$10^3$
hekto-*	h	száz	$10^2$
deka-*	da	tíz	$10^1$

Előtag	Jele	Neve	Értéke
yocto-	y	kvadrilliomod	$10^{-24}$
zepto-	z	ezertrilliomod	$10^{-21}$
atto-	a	trilliomod	$10^{-18}$
femto-	f	ezerbilliomod	$10^{-15}$
piko-	p	billiomod	$10^{-12}$
nano-	n	ezermilliomod	$10^{-9}$
mikro-	$\mu$	milliomod	$10^{-6}$
milli-	m	ezred	$10^{-3}$
centi-*	c	század	$10^{-2}$
deci-*	d	tized	$10^{-1}$

\* Ennek a négy prefixumnak a használata csak az alábbi kivételes esetekben ajánlott:

Mértékegység	Jele
hektoliter	hl vagy hL
hektopascal	hPa
dekagramm	dag vagy dkg
deciliter	dl vagy dL
deciméter	dm
centiméter	cm
centigramm	cg
centiliter	c vagy cl
centigray	cGy
centisievert	cSv

Az alábbi egységekhez tilos prefixumot kapcsolni:

- fok, ívperc, ívmásodperc
- perc, óra, nap, hét, hónap, év
- Celsius-fok
- csillagászati egység, parsec, fényév, tengeri mérföld
- hektár

### 9.2.1. Nagyon kis arányok kifejezése

Régebben a nagyon kis arányok kifejezésére a *part per...* alakú kifejezéseket használták: ppm: milliomodrész; pphm: százmilliomodrész; ppb: billiomodrész. Ezek helyett a megfelelő prefixumos alakokat kell használni.

### 9.2.2. Ajánlott prefixumok nagyon kicsi és nagyon nagy mennyiségek kifejezésére

Neve	Jele	Értéke
yototta	Ya	$10^{48}$
zetotta	Za	$10^{45}$
exotta	Ea	$10^{42}$
petotta	Pa	$10^{39}$
terotta	Ta	$10^{36}$
gigotta	Ga	$10^{33}$
megotta	Ma	$10^{30}$
kilotta	Ka	$10^{27}$

Neve	Jele	Értéke
yocotto	yo	$10^{-48}$
zepocto	zo	$10^{-45}$
attocto	ao	$10^{-42}$
femocto	fo	$10^{-39}$
picocto	po	$10^{-36}$
nanocto	no	$10^{-33}$
micocto	mo	$10^{-30}$
milocto	mo	$10^{-27}$

### 9.2.3. Bináris prefixumok

Az IEC (International Electrotechnical Commission) ajánlása, egyeztetve a CIMP (International Committee for Weights and Measures) és az IEEE (Institute of Electrical and Electronic Engineers) szervezetekkel.

Neve	Jele	Értéke
kibi	Ki	$2^{10}$
mebi	Mi	$2^{20}$
gibi	Gi	$2^{30}$
tebi	Ti	$2^{40}$
pebi	Pi	$2^{50}$
exbi	Ei	$2^{60}$

Néhány példa a használatra:

1 kibibit	1 Kibit = $2^{10}$ bit = 1024 bit
1 kibibájt	1 KiB = $2^{10}$ B = 1024 B
1 mebibit	1 Mibit = $2^{20}$ bit = 1 048 576 bit
1 mebibájt	1 MiB = $2^{20}$ B = 1 048 576 B

## 9.3. Fontosabb fizikai állandók

### 9.3.1. Univerzális állandók

Az állandó neve	Jele	Egysége	Pontos értéke	Gyakorlatban használt értéke
<b>fénysebesség (vákuumban)</b>	$c$	m/s	299 792 458	$3 \cdot 10^8$
<b>a vákuum dielektromos állandója</b>	$\epsilon_0$	A · s/(V · m)	$8,854 187 817 \cdot 10^{-12}$	$8,85 \cdot 10^{-12}$
<b>a vákuum permeabilitása</b>	$\mu_0$	V · s/(A · m)	$4\pi \cdot 10^{-7}$	$12,57 \cdot 10^{-7}$
<b>gravitációs állandó</b>	$\gamma$	$\text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$	$6,673 (10) \cdot 10^{-11}$	$6,67 \cdot 10^{-11}$
<b>Planck-állandó</b>	$h$	J · s	$6,626 068 76 \cdot 10^{-34}$	$6,63 \cdot 10^{-34}$
<b>a vákuum impedanciája</b>	$Z_0$	$\Omega$	376,730 313 461	377

### 9.3.2. Fizikai-kémiai állandók

Az állandó neve	Származtatása	Jele	Egysége	Pontos értéke	Gyakorlatban használt értéke
atomi tömeg egység	$m_u = (1/12)m(^{12}\text{C})$	$m_u$	kg	$1,660 538 73 \cdot 10^{-27}$	$1,66 \cdot 10^{-27}$
atomi tömeg egység energiaértéke	$E = m_u \cdot c^2$	$E_{m_u}$	J	$1,492 417 78 \cdot 10^{-10}$	$1,5 \cdot 10^{-10}$
	$E = m_u \cdot c^2$	$E_{m_u}$	MeV	931,494 013	931,5
<b>Avogadro-állandó</b>		$N_A$	1/mol	$6,022 141 99 \cdot 10^{23}$	$6 \cdot 10^{23}$
<b>Boltzmann-állandó</b>	$k = R/N_A$	$k$	J/K	$1,380 6503 \cdot 10^{-23}$	$1,38 \cdot 10^{-23}$
Faraday-állandó	$F = N_A \cdot e$	$F$	C/mol	96 485,3415	96 500
Loschmidt-szám (0 °C, 101 325 Pa)	$N_L = N_A/V_m$	$N_L$	1/m <sup>3</sup>	$2,686 7775 \cdot 10^{25}$	$2,7 \cdot 10^{25}$
<b>univerzális gázállandó</b>		$R$	$\frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	8,314 472	8,31
Stefan-Boltzmann-állandó	$\sigma = \frac{(\pi^2/60)k^4}{h^3 c^2}$	$\sigma$	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$	$5,670 400 \cdot 10^{-8}$	$5,67 \cdot 10^{-8}$
Wien-állandó	$b = \frac{(h \cdot c)/k}{4,965 114 231}$	$b$	m · K	$2,897 7686 \cdot 10^{-3}$	$2,9 \cdot 10^{-3}$
Ideális gáz moláris térfogata (0 °C, 101 325 Pa)	$V_m = R \cdot T/p$	$V_m$	$\frac{\text{dm}^3}{\text{mol}}$	22,413 996	22,41

### 9.3.3. Elektromágneses állandók

Az állandó neve	Származtatása	Jele	Egysége	Pontos értéke
Bohr-magneton	$\mu_B = e \cdot h/2m_e$	$\mu_B$	J/T	$927,400\,899\,(37) \cdot 10^{-26}$
<b>elemi töltés</b>		$e$	C	$1,602\,176\,462\,(63) \cdot 10^{-19}$
Josephson-állandó	$K_J = 2e/h$	$K_J$	Hz/V	$483\,597,898\,(19) \cdot 10^9$
mágneses fluxuskvantum	$\Phi_0 = h/2e$	$\Phi_0$	Wb	$2,067\,833\,636\,(81) \cdot 10^{-15}$
magmagneton	$\mu_N = e \cdot h/2m_p$	$\mu_N$	J/T	$5,050\,783\,17\,(20) \cdot 10^{-27}$
von Klitzing-állandó	$R_K = h/e^2$	$R_K$	$\Omega$	$25\,812,807\,572\,(95)$

### 9.3.4. Megállapított standard értékek

Az állandó neve	Származtatása	Jele és egysége	Pontos értéke
a $^{12}\text{C}$ moláris tömege	$M(^{12}\text{C}) = N_A m(^{12}\text{C})$	$M(^{12}\text{C})$ kg/mol	$12 \cdot 10^{-3}$
gravitációs gyorsulás normálértéke		$g_N$ (m/s <sup>2</sup> )	9,80665
légtérnyomás		$p$ (Pa)	101 325

### 9.3.5. Atomfizikai állandók

Az állandó neve	Származtatása	Jele	Egysége	Pontos értéke
alfa részecske tömege		$m_\alpha$	kg	$6,644\,655\,98\,(52) \cdot 10^{-27}$
alfa részecske tömege		$m_\alpha$	$m_u$	4,001 506 1747 (10)
<b>Bohr-sugár</b>	$a_0 = \frac{\alpha}{4\pi \cdot R_\alpha}$	$a_0$	m	$0,529\,177\,2083\,(19) \cdot 10^{-10}$
deutérium tömege		$m_D$	kg	$3,343\,583\,09\,(26) \cdot 10^{-27}$
elektronsugár (klasszikus)	$r_e = \alpha^2 \cdot a_0$	$r_e$	m	$2,817\,940\,285\,(31) \cdot 10^{-15}$
elektron Compton-hullámhossza	$\lambda_C = \frac{h}{m_e \cdot c}$	$\lambda_C$	m	$2,426\,310\,215\,(18) \cdot 10^{-12}$
elektron g faktor		$g_e$		-2,002 319 304 3737 (82)
elektron mágneses momentuma		$\mu_e$	J/T	$-928,476\,362\,(37) \cdot 10^{-26}$
<b>elektron tömege</b>		$m_e$	kg	$9,109\,381\,88\,(72) \cdot 10^{-31}$
elektron tömege		$m_e$	$m_u$	$5,485\,799\,110\,(12) \cdot 10^{-4}$
müon tömege		$m_\mu$	kg	$1,883\,531\,09\,(16) \cdot 10^{-28}$
neutron Compton-hullámhossza	$\lambda_{C,n} = h/m_n \cdot c$	$\lambda_{C,n}$	m	$1,319\,590\,898\,(10) \cdot 10^{-15}$
neutron g faktor	$g_N = \frac{2\mu_n}{e \cdot h/2m_p}$	$g_n$		-3,826 085 45 (90)
<b>neutron tömege</b>		$m_n$	kg	$1,674\,927\,16\,(13) \cdot 10^{-27}$
neutron tömege		$m_n$	$m_u$	1,008 664 915 (55)
proton Compton-hullámhossza	$\lambda_{C,p} = h/(m_p \cdot c)$	$\lambda_{C,p}$	m	$1,321\,409\,847\,(10) \cdot 10^{-15}$
proton g faktor	$g_p = 2\mu_p/\mu_n$	$g_p$		-3,826 085 45 (90)
<b>proton tömege</b>		$m_p$	kg	$1,672\,621\,58\,(13) \cdot 10^{-27}$
proton tömege		$m_p$	$m_u$	1,007 276 466 (13)
Rydberg-állandó	$R_\alpha = \alpha^2 \cdot m_e \cdot c/2h$	$R_\alpha$	$\frac{1}{m}$	$10\,973\,731,568\,549\,(83)$

## 9.4. A víz (vízgőz, jég) fontosabb adatai

## 9.5. A levegő fontosabb adatai

sűrűség	
0 °C-on víz	999,868 kg/m <sup>3</sup>
0 °C-on jég	920 kg/m <sup>3</sup>
legnagyobb sűrűség 4 °C-on	1000 kg/m <sup>3</sup>
20 °C-on	998,230 kg/m <sup>3</sup>
100 °C-on	958,38 kg/m <sup>3</sup>
fagyáspont	
101 325 Pa-on	0,00 °C
forráspont	
101 325 Pa-on	100,00 °C
hármaspont értékei	
608 Pa	273,16 K
kritikus pont értékei:	
hőmérséklet	374,15 °C
nyomás	22,06 MPa
sűrűség	326 kg/m <sup>3</sup>
törésmutató	
101 325 Pa nyomású levegőre vonatkoztatva, $n_D = 589,3$ nm-en	
víz 20 °C-on	1,332 988
jég 0 °C-on	
rendes sugár	1,309 10
rendellenes sugár	1,310 50
longitudinális hullám terjedési sebessége	
20 °C-on	1483 m/s
viszkozitás	
20 °C-on	$1,002 \cdot 10^{-3}$ Pa·s
felületi feszültség	
levegő környezetben	
20 °C-on	0,0727 N/m
relatív dielektromos állandó	
rádiófrekvenciákon 20 °C-on	81
fajhő	
0 °C-on	4,218 kJ/(kg·K)
20 °C-on	4,182 kJ/(kg·K)
vízgőz	
100 °C-on	2,135 kJ/(kg·K)
jég	
0 °C-on	2,039 kJ/(kg·K)
párolgáshő	
(101 325 Pa-on)	
0 °C-on	2,50 MJ/kg
20 °C-on	2,45 MJ/kg
100 °C-on	2,26 MJ/kg
olvadáshő	
(101 325 Pa-on)	
0 °C-on	0,334 MJ/kg

sűrűség		
(101 325 Pa-on)		
0 °C-on	1,293 kg/m <sup>3</sup>	
20 °C-on	1,205 kg/m <sup>3</sup>	
100 °C-on	0,946 kg/m <sup>3</sup>	
longitudinális hullám terjedési sebessége		
0 °C-on	331,8 m/s	
20 °C-on	343,8 m/s	
100 °C-on	387,2 m/s	
abszolút törésmutató		
0 °C-on, 101 325 Pa nyomáson		
$\lambda_{NaD} = 589,3$ nm-en	1,000 292	
relatív dielektromos állandó		
0 °C-on 101 325 Pa nyomáson	1,000 594	
kritikus pont értékei		
hőmérséklet	-140,6 °C = 132,5 K	
nyomás	3,7 MPa	
sűrűség	350 kg/m <sup>3</sup>	
hővezetési együttható		
18 °C-on	0,0242 J/(m·K·s)	
dinamikus viszkozitása		
20 °C-on	$1,820 \cdot 10^{-5}$ Pa·s	
fajhő		
0 °C-on		
$c_p$	997 J/(kg·K)	
$c_v$	712 J/(kg·K)	
olvadáspont		
-220 °C = 53 K		
forráspont		
-192 °C = 81 K		
forráshő		
209 kJ/kg		
összetétele		
	térfogat%	tömeg%
nitrogén	78,09	75,52
oxigén	20,95	23,15
argon	0,93	1,28
szén-dioxid	0,0320	0,05
hidrogén	0,000 05	0,000 004

További adatok a 314. oldalon találhatóak.

9.6. Tudósok és feltalálók, akikről fizikai mértékegységet neveztek el

W. <b>Gilbert</b> (angol, 1544–1603)	$G_b = 10/4\pi \text{ A}$	magnetomotoros erő
G. <b>Galilei</b> (olasz, 1564–1642)	$gal = 0,01 \text{ m/s}^2$	gyorsulás
E. <b>Torricelli</b> (olasz, 1608–1647)	$torr = 133,3 \text{ Pa}$	nyomás
B. <b>Pascal</b> (francia, 1623–1662)	$Pa = \text{N/m}^2$	nyomás
I. <b>Newton</b> (angol, 1643–1727)	$N = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$	erő
R. A. F. <b>Réaumur</b> (francia, 1683–1757)	$^{\circ}\text{R}$	a hőmérséklet tapasztalati mértékegységei
G. D. <b>Fahrenheit</b> (német, 1686–1736)	$^{\circ}\text{F}$	
A. <b>Celsius</b> (svéd, 1701–1744)	$^{\circ}\text{C}$	
B. <b>Franklin</b> (amerikai, 1706–1790)	$Fr = 1/(3 \cdot 10^9) \text{ C}$	elektromos töltés
C. A. <b>Coulomb</b> (francia, 1736–1806)	$C = \text{A} \cdot \text{s}$	elektromos töltés
J. <b>Watt</b> (angol, 1736–1819)	$W = \text{J/s}$	teljesítmény
A. <b>Volta</b> (olasz, 1745–1827)	$V = \text{J/C}$	feszültség
J. B. <b>Biot</b> (francia, 1774–1862)	$Bi = 10 \text{ A}$	elektromos áram
A. M. <b>Ampère</b> (francia, 1775–1836)	A	elektromos áram
H. C. <b>Oersted</b> (dán, 1777–1851)	$O_e = 10^3/(4\pi) \text{ A/m}$	mágneses térerősség
C. F. <b>Gauss</b> (német, 1777–1855)	$G = 10^{-4} \text{ T}$	mágneses indukció
G. S. <b>Ohm</b> (német, 1787–1854)	$\Omega = \text{V/A}$	ellenállás
M. <b>Faraday</b> (angol, 1791–1867)	$F = \text{A} \cdot \text{s/V}$	kapacitás
J. <b>Henry</b> (amerikai, 1797–1878)	$H = \text{V} \cdot \text{s/A}$	induktivitás
J. L. M. <b>Poiseuille</b> (francia, 1799–1869)	$P = 10^{-1} \text{ Pa} \cdot \text{s}$	dinamikai viszkozitás
W. E. <b>Weber</b> (német, 1804–1891)	$W_b = \text{V} \cdot \text{s}$	mágneses fluxus
A. J. <b>Ångström</b> (svéd, 1814–1874)	$\text{Å} = 10^{-10} \text{ m}$	hosszúság
W. <b>Siemens</b> (német, 1816–1892)	$S = \text{A/V}$	vezetőképesség
J. P. <b>Joule</b> (angol, 1818–1889)	$J = \text{N} \cdot \text{m}$	energia
G. G. <b>Stokes</b> (angol, 1819–1903)	$St = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$	kinematikai viszkozitás
R. J. <b>Clausius</b> (német, 1822–1888)	$Cl = 4,187 \text{ J/K}$	entrópia
W. <b>Thomson</b> (Lord Kelvin, angol, 1824–1907)	K	abszolút hőmérséklet
J. C. <b>Maxwell</b> (angol, 1831–1879)	$M = 10^{-8} \text{ Wb}$	mágneses fluxus



W. C. <b>Röntgen</b> (német, 1845–1923)	$R = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ C/kg}$	besugárzási dózis
L. <b>Eötvös</b> (magyar, 1848–1919)	$E = 10^{-11} \text{ gal/m}$	a nehézségi gyorsulás gradiense
H. A. <b>Becquerel</b> (francia, 1852–1908)	Bq = bomlás/másodperc	aktivitás
N. <b>Tesla</b> (szerb, 1856–1943)	$T = \text{Wb/m}^2$	mágneses indukció
H. <b>Hertz</b> (német, 1857–1894)	$\text{Hz} = 1/\text{s}$	frekvencia
P. <b>Curie</b> (francia, 1859–1906) Mme <b>Curie</b> (lengyel, 1867–1934)	$Ci = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$	aktivitás
N. <b>Bohr</b> (dán, 1885–1962)	$\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$ Bohr-magneton	az elektron mágneses momentumának egysége
R. <b>Sievert</b> (svéd, 1896–1966)	$S_v$	dózisegyenérték
E. <b>Fermi</b> (olasz, 1901–1954)	$f = 10^{-15} \text{ m}$	hosszúság
L. H. <b>Gray</b> (angol, 1905–1965)	$\text{Gy} = \text{J/kg}$	elnyelési dózis

### 9.7. Gázok normálállapotú sűrűsége ( $0^\circ \text{C}$ , $10^5 \text{ Pa}$ )

Név	$\rho \text{ (kg/m}^3\text{)}$
ammónia	0,772
argon	1,782
acetilén (etín)	1,171
<i>n</i> -bután	2,503
cián	2,336
dimetil-éter	2,110
etán	1,356
fluor	1,695
hélium	0,179
hidrogén	0,0899
deutérium	0,180
trícium	0,270
kén-dioxid	2,858
kén-hidrogén	1,539

Név	$\rho \text{ (kg/m}^3\text{)}$
klór	3,220
kripton	3,740
levegő	1,293
metán	0,717
neon	0,900
nitrogén	1,251
oxigén	1,429
ózon	2,220
propán	2,019
sósavgáz	1,639
szén-dioxid	1,977
szén-monoxid	1,250
xenon	5,890
radon	9,074

### 9.8. Folyadékok sűrűsége 18 °C-on

Név	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Név	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
aceton (dimetil-ke-ton)	791	higany	13 546
etil-alkohol *(etanol)	789	<i>n</i> -hexán	659,5
metil-alkohol (metanol)	792	kenőolaj*	900... 930
<i>n</i> -propil-alkohol (propan-1-ol)	804	kénsav (96%-os)	1840
<i>i</i> -propil-alkohol (propan-2-ol)	785	klórbenzol	1107
<i>n</i> -butil-alkohol (butan-1-ol)	810	kloroform	1489
<i>i</i> -amil-alkohol (pentan-3-ol)	809	méz	1390... 1430
<i>n</i> -amil-alkohol (pentan-1-ol)	817	nitro-benzol	1205
<i>i</i> -butil-alkohol (butan-2-ol)	808	<i>n</i> -pentán*	626
ammóniaoldat (25%-os)	910	petróleum*	850
anilin	1022	salétromsav (65%-os)	1400
benzin	~ 740	sósav (37%-os)	1190
benzol	879	szén-diszulfid	1261
dioxán	1033	szén-tetraklorid	1589
ecetsav (etánsav)	1050	terpentinolaj	870
etil-acetát	901	toluol	866
éter (dietyl-éter)	714	<i>m</i> -xilol	864,2
étolaj	918... 925	víz*	998,2
gázolaj	~ 840	nehésvíz*	1105,3
glicerin	1260	tengervíz**	1025

\*: 20 °C-on

\*\* : 20 °C-on, 3,5%-os só-tartalom esetén

### 9.9. Ömlesztett anyagok halomsűrűsége

Név	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
aprószen	800... 850
lignit	650... 850
tőzeg, száraz	320... 410
tőzeg, nedves	410... 650
föld, száraz	1 100... 1 600
föld, nedves	1 600... 1 800
agyag, száraz	1 200... 1 600
agyag, nedves	1 600... 2 100
homok, finom, száraz	1 100... 1 650
homok, finom, nedves	1 650... 2 100
homok, durva	1 400... 1 600

Név	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
gránit, zúzott	1 800... 2 500
mész-kő, zúzott	1 500... 1 800
búza	700... 800
rozs	680... 800
árpa	650... 720
zab	400... 550
kukorica, morzsolt	700... 800
liszt	650... 720
cukor, darabos	750... 1 000
kő-só	1 500... 2 200
finomsó	650... 1 500

9.10. Szilárd és folyékony elemek sűrűsége 20 °C-on

Név	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Név	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Név	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
alumínium	2 702	ittrium	4 450	plutónium	19 840
antimon	6 691	jód	4 930	polónium	9 142
arany	19 300	kadmium	8 642	prazeodímium	6 782
arzén	5 727	kalcium	1 530	rádium	5 000
bárium	3 500	kálium	862	rénium	21 020
berillium	1 848	kén (monoklin)	1 957	réz	8 920
bizmut	9 747	kén (rombos)	2 070	ródiium	12 410
bór	2 340	kobalt	8 900	rubídium	1 532
bróm	2 928	króm	7 190	ruténium	12 370
cérium	6 670	lantán	6 146	stroncium	2 540
cézium	1 870	lítium	534	szamárium	7 536
cink	7 140	magnézium	1 738	szelén	4 810
cirkónium	6 530	mangán	7 430	szén (grafit)	2 260
diszpróziium	8 536	molibdén	10 210	szén (gyémánt)	3 520
erbium	9 051	nátrium	974	szilícium	2 340
európiium	5 260	neodímium	7 004	szkandium	2 992
ezüst	10 500	neptúnium	20 450	tallium	11 850
foszfor (fehér)	1 820	nikkel	8 902	tantál	16 600
foszfor (vörös)	2 200	nióbbium	8 570	technécium	11 500
gadolínium	7 895	ólom	11 344	tellúr	6 250
gallium	5 904	ón (fehér ón, $\beta$ ón)	7 310	terbium	8 219
germánium	5 350	ón (rideg ón, $\gamma$ )	6 540	titán	4 540
hafnium	13 100	ón, 162 °C felett)		tórium	11 660
higany*	13 546	ón (szürke ón, $\alpha$ )	5 750	túlium	9 332
holmium	8 803	ón, 13,2 °C alatt)		urán	18 950
indium	7 310	ozmium	22 570	vanádium	6 110
írdium	22 420	palládium	12 020	vas	7 874
itterbium	6 977	platina	21 450	volfrám	19 300

\* 18 °C-on

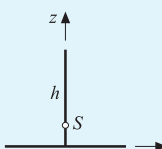
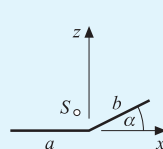
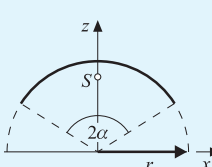
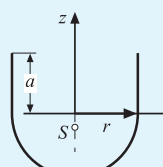
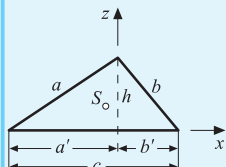
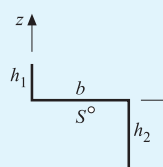
9.11. Szerkezeti és szerves anyagok, ásványok, kőzetek sűrűsége szobahőmérsékleten

(Az anyagok jellegéből adódóan csak tájékoztató értékek.)

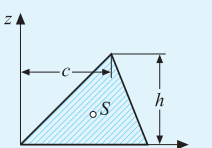
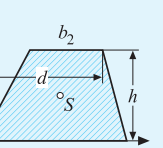
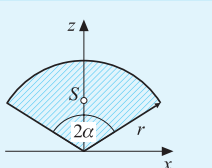
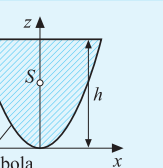
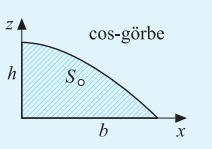
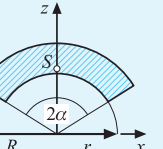
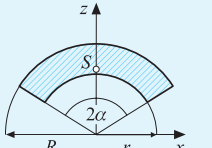
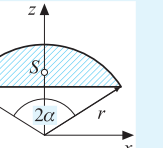
Név	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
acél	7 800 ... 7 850
agyag	1 500 ... 2 700
állati rostok	1 200 ... 1 400
alumínium-oxid	~ 3 900
alumíniumötvözetek	2 600 ... 2 900
aszfalt	1 050 ... 1 380
bakelit	~ 1 335
balsafa	~ 200
bauxit	~ 2 600
bazalt	~ 2 800
berillium-oxid	3 000
beton	2 000 ... 2 800
bronz	7 200 ... 8 900
cement	3 100 ... 3 200
cinkötvözetek	5 000 ... 7 200
cirkon-karbid	6 800
cukor	~ 1 600
csillám	2 600 ... 3 200
ébenfa	~ 1 200
ebonit	1 150 ... 1 500
emberi test	1 010 ... 1 070
farostlemezek	450 ... 750
faszén	~ 1 200
fémkerámiák	11 000 ... 12 500
fa (fenyő)	480 ... 620
fa (lombos)	700 ... 720
gránit	~ 2 900
gumi (feldolgozva)	1 000 ... 2 000
gumi (nyers)	~ 900
hó (friss)	~ 130
homokkő	1 900 ... 2 700
kerámiák	1 600 ... 3 900
korom	1 700 ... 1 800
magnéziumötvözetek	1 400 ... 1 800
márvány	~ 2 700
mész-kő	2 600 ... 2 700
méz	~ 1 440
nikkelötvözetek	7 800 ... 9 200

Név	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
növényi rostok	1 300 ... 1 600
öntöttvas	7 100 ... 7 400
papír	700 ... 1 150
parafa	200 ... 500
paraffin	800 ... 900
polietilén	910 ... 965
polimerbeton	2 400 ... 2 500
poli(tetrafluoretén), teflon	2 100 ... 2 200
poli(vinil-klorid), PVC	1 160 ... 1 450
porcelán	2 200 ... 2 500
rétegelt falemez	800 ... 900
samott-tégla	1 600 ... 1 900
sárgaréz	8 400 ... 8 600
szén (ásvány)	1 200 ... 1 700
szénrostok	1 700 ... 2 200
szénszálal műanyag	1 500 ... 1 600
szilícium-dioxid	2 600
szilícium-karbid	3 200
szilícium-nitrid	3 200
szilikáttégla	~ 1 900
szilikongumi	~ 1 250
szurok	~ 1 100
szürkeöntvény	7 250
tantálcövek	16 600 ... 16 900
tégla	1 400 ... 1 600
titán-karbid	4 900
titánötvözetek	4 400 ... 5 100
üveg, ablak-	2 400 ... 2 670
flint-	3 600 ... 4 700
jénai-	~ 2 600
kvarc-	~ 2 200
ólom-	2 600 ... 4 200
üvegszálal műanyag	1 300 ... 1 700
vasbeton	~ 2 400
volfrám-karbid	15 800
volfrámötvözetek	13 400 ... 19 600
zsír (sertés)	934 ... 938
zsríkő	2 600 ... 3 000

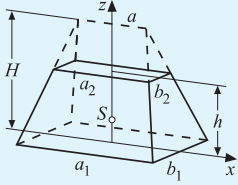
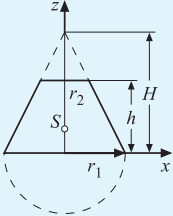
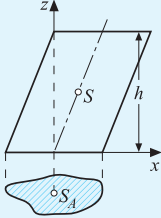
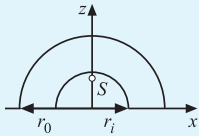
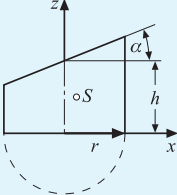
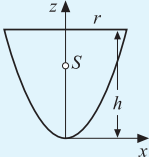
9.12. Homogén tömegeloszlású vonalas alakzatok tömegközéppontja

	$z_s = \frac{h^2}{2(b+h)}$		$x_s = \frac{-a^2 + b^2 \cos \alpha}{2(a+b)}$ $z_s = \frac{b^2 \sin \alpha}{2(a+b)}$
	$z_s = \frac{r \sin \alpha}{\alpha}$		$z_s = \frac{a^2 - 2r^2}{2a + \pi r}$
	$x_s = \frac{a'(a+a') - b'(b+b')}{2(a+b+c)}$ $z_s = \frac{h(a+b)}{2(a+b+c)}$		$x_s = \frac{b(\frac{b}{2} + h_2)}{b + h_1 + h_2}$ $z_s = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2(b + h_1 + h_2)}$

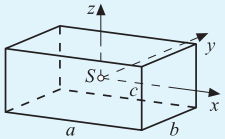
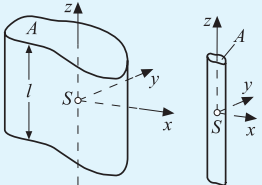
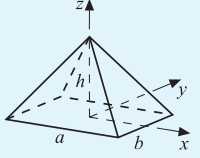
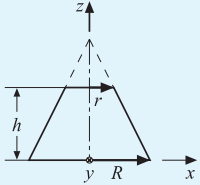
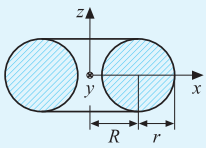
9.13. Homogén tömegeloszlású síkidomok tömegközéppontja

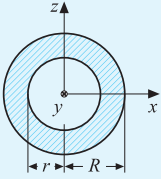
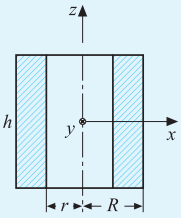
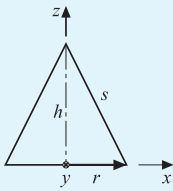
	$x_s = \frac{b+c}{3}$ $z_s = \frac{h}{3}$		$x_s = \frac{b_1^2 - b_2^2 + d(b_1 + 2b_2)}{3(b_1 + b_2)}$ $z_s = \frac{h(b_1 + 2b_2)}{3(b_1 + b_2)}$
	$z_s = \frac{2r \sin \alpha}{3\alpha}$	 <p>parabola</p>	$z_s = \frac{3}{5}h$
 <p>cos-görbe</p>	$x_s = \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)b$ $z_s = \frac{\pi}{8}h$		$x_{s_1} = \frac{3}{8}b \quad z_{s_1} = \frac{3}{5}h$ $x_{s_2} = \frac{3}{4}b \quad z_{s_2} = \frac{3}{10}h$
	$z_s = \frac{2(R^3 - r^3) \sin \alpha}{3(R^2 - r^2)\alpha}$		$z_s = \frac{4r \sin^3 \alpha}{3(2\alpha - \sin 2\alpha)}$

9.14. Homogén tömegeloszlású testek és felületek tömegközéppontja

<p>ék, csonkaék</p> 	<p>ék, tömör: <math>z_s = \frac{H(a_1 + a)}{2(2a_1 + a)}</math></p> <p>csonkaék, tömör: <math>z_s = \frac{h}{2} \cdot \frac{(a_1 + a_2)(b_1 + b_2) + 2a_2b_2}{(a_1 + a_2)(b_1 + b_2) + a_1b_1 + a_2b_2}</math></p>
<p>egyenes körkúp</p> 	<p>tömör csonkakúp: <math>z_s = \frac{h}{4} \cdot \frac{r_1^2 + 2r_1r_2 + 3r_2^2}{r_1^2 + r_1r_2 + r_2^2}</math></p> <p>tömör kúp: <math>z_s = \frac{H}{4}</math></p> <p>csonkakúppalást: <math>z_s = \frac{h(r_1 + 2r_2)}{3(r_1 + r_2)}</math>, kúppalást: <math>z_s = \frac{H}{3}</math></p>
<p>ferde henger, hasáb</p> 	<p>tömör test és palást: <math>z_s = \frac{h}{2}</math></p>
<p>üreges félgömb</p> 	<p>vastag falú: <math>z_s = \frac{3(r_0^4 - r_i^4)}{8(r_0^3 - r_i^3)}</math></p> <p>vékony félgömbhéj: <math>z_s = \frac{r}{2}</math></p>
<p>ferdén levágott körhenger</p> 	<p>tömör: <math>x_s = \frac{r^2 \operatorname{tg} \alpha}{4h}</math>, <math>z_s = \frac{h}{2} + \frac{r^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{8h}</math></p> <p>palástfelület: <math>x_s = \frac{r^2 \operatorname{tg} \alpha}{2h}</math>, <math>z_s = \frac{h}{2} + \frac{r^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{4h}</math></p>
<p>forgási paraboloid</p> 	<p>tömör: <math>z_s = \frac{2}{3}h</math></p> <p>palástfelület: <math>z_s = \frac{h}{10c} \cdot \frac{(4c + 1)^{3/2}(6c - 1) + 1}{(4c + 1)^{3/2} - 1}</math>, <math>c = \frac{h^2}{r^2}</math></p>

9.15. Homogén tömegeloszlású testek különböző tengelyekre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékai

<p>derékszögű hasáb</p>  <p><math>m = \rho \cdot a \cdot b \cdot c</math></p>	<p>1.</p> $\Theta_x = m \frac{b^2 + c^2}{12} \quad \Theta_y = m \frac{c^2 + a^2}{12} \quad \Theta_z = m \frac{a^2 + b^2}{12}$
<p>rúd (hasáb)</p>  <p><math>m = \rho \cdot A \cdot l</math></p>	<p>vékony rudakra</p> $\Theta_x = \Theta_y = \frac{m \cdot l^2}{12} \quad \Theta_z = \frac{\rho \cdot l}{I_x + I_y}$ <p><math>I_x, I_y</math>: a keresztmetszet felületének másodrendű nyomatéka</p>
<p>derékszögű gúla</p>  <p><math>m = \frac{\rho \cdot a \cdot b \cdot h}{3}</math></p>	$\Theta_x = \frac{m(b^2 + 2h^2)}{20} \quad \Theta_y = \frac{m(a^2 + 2h^2)}{20} \quad \Theta_z = \frac{m(a^2 + b^2)}{20}$
<p>csonka kőrkúp</p>  <p><math>m = \frac{\rho \cdot \pi \cdot h(R^2 + R \cdot r + r^2)}{3}</math></p>	$\Theta_z = \frac{3m}{10} \cdot \frac{r^5 - R^5}{r^3 - R^3}$
<p>kör keresztmetszetű tórusz</p>  <p>tömör: <math>m = \rho \cdot 2\pi^2 \cdot R \cdot r^2</math>  vékony héj: <math>m = \rho \cdot 4\pi^2 \cdot R \cdot r \cdot t</math></p>	<p>tömör:</p> $\Theta_x = \Theta_y = \frac{m(4R^2 + 5r^2)}{8} \quad \Theta_z = m \left( R^2 + \frac{3}{4}r^2 \right)$ <p>vékony héj:</p> $\Theta_x = \Theta_y = \frac{m(2R^2 + 5r^2)}{4} \quad \Theta_z = \frac{m(R^2 + 6r^2)}{4}$

<p>gömb (üreges) <span style="float: right;">2.</span></p>  <p>vastag falú: <math>m = \frac{4}{3}\rho \cdot \pi(R^3 - r^3)</math></p> <p>vékony héj: <math>m = \rho \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot t</math></p>	<p>vastag falú:</p> $\Theta_x = \Theta_y = \Theta_z = \frac{2}{3}m \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$ <p>vékony héj:</p> $\Theta_x = \Theta_y = \Theta_z = \frac{2m \cdot r^2}{3}$
<p>henger (üreges) <span style="float: right;">3.</span></p>  <p>vastag falú: <math>m = \rho \cdot \pi(R^2 - r^2)h</math></p> <p>vékony héj: <math>m = \rho \cdot 2\pi \cdot r \cdot h \cdot t</math></p>	<p>vastag falú:</p> $\Theta_x = \Theta_y = \frac{m \left( R^2 + r^2 + \frac{h^2}{3} \right)}{4} \quad \Theta_z = \frac{m(R^2 + r^2)}{2}$ <p>vékony héj:</p> $\Theta_x = \Theta_y = \frac{m(6r^2 + h^2)}{12} \quad \Theta_z = mr^2$
<p>körkúp</p>  <p>tömör: <math>m = \frac{\rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h}{3}</math></p> <p>vékony héj: <math>m = \rho \cdot \pi \cdot r \cdot s \cdot t</math></p>	<p>tömör:</p> $\Theta_x = \Theta_y = \frac{m(3r^2 + 2h^2)}{20} \quad \Theta_z = \frac{3m \cdot r^2}{10}$ <p>vékony héj:</p> $\Theta_x = \Theta_y = \frac{m(3r^2 + 2h^2)}{12} \quad \Theta_x = \frac{m \cdot r^2}{2}$

Vékony héjak esetén  $t \ll r$ .

A henger és kúp végei nyitottak.

1. Kocka esetén:  $\Theta = \frac{m \cdot a^2}{6}$

2. Tömör:  $\Theta = \frac{2}{5}m \cdot R^2$ .

3. Tömör, a tengely párhuzamos az alkotóval:  $\Theta = \frac{1}{2}m \cdot R^2$

tömör, a tengely merőleges az alkotóra:  $\Theta = \frac{1}{12}m(3r^2 + l^2)$

cső, kerék:  $\Theta = \frac{1}{2}m(R^2 + r^2)$ .



### 9.16. Súrlódási tényezők

Az értékek nagymértékben függenek a felületek minőségétől, így csak közelítő adatoknak tekinthetők. Sok esetben figyelembe kell venni a felületek deformációját és csúszás esetén a sebességet is.

Név	Tapadási súrlódási tényező, $\mu_0$			Csúszási súrlódási tényező, $\mu$		
	Száraz	Olajkenés	Vízkenés	Száraz	Olajkenés	Vízkenés
acél acélon	0,14	0,11	–	0,1	0,07	–
acél öntöttvason	0,19	0,1	–	0,18	0,09	–
fa fán	0,4 ... 0,6	0,16	0,7	0,2 ... 0,4	0,08	0,25
fa fémen	0,6	0,11	0,65	0,4 ... 0,5	0,1	0,24
bőr fémen	0,3 ... 0,5	0,16	0,4 ... 0,6	0,3	0,15	0,36
bőr fatárcsán	0,45	–	–	0,25	–	–
fékbetét acélon	–	–	–	0,4	–	–
gumi acélon	–	–	–	1,6–3	–	–
gumi aszfalton	0,6 ... 1,4	–	0,35 ... 0,45	0,5 ... 0,8	–	0,2 ... 0,4
vas jégen	–	–	–	–	–	0,014
vas havon	–	–	–	–	–	0,035

Név	Csúszási súrlódási tényező, szárazon, $\mu$
alumínium alumíniumon	1,3
alumínium acélon	0,5
ezüst ezüstön	1,4
ezüst acélon	0,5
króm krómon	0,4
króm acélon	0,5

Név	Csúszási súrlódási tényező, szárazon, $\mu$
nikkel nikkelen	0,7
nikkel acélon	0,5
réz rézen	1,3
réz acélon	0,8
gyémánt gyémánton	0,1

### 9.17. Gördülési súrlódási tényezők

Az adatok szokásos méretű járműkerekre vonatkoznak. Kisebb sugarú kerek esetén  $\mu_g$  értéke nő, nagyobbaknál csökken a megadott adatokhoz képest.

Gumitömlős kerék	$\mu_g$	Egyéb kerek	$\mu_g$
makadámúton	0,02 ... 0,04	vasalt kerék földúton	0,2
aszfalt- és betonúton	0,015 ... 0,025	vasalt kerék betonúton	0,01
földúton	0,05 ... 0,15	villamos	0,006
homokban	0,15 ... 0,3	vasúti kocsi	0,002

### 9.18. Műanyagok rugalmas adatai szobahőmérsékleten

Az alkalmazásnál figyelembe kell venni a viszonylag alacsony olvadási, bomlási, üvegesedési hőmérsékletet.

Név	Young-modulus $E$ (GPa)	Szakítószilárdság $\sigma_B$ (MPa)	Poisson-szám $\mu$
epoxygyanta	2 ... 3	30 ... 120	–
polietilén (LDPE) (kis sűrűségű)	0,1 ... 0,3	5 ... 25	–
polietilén (HDPE) (nagy sűrűségű)	0,5 ... 1,2	15 ... 40	0,46
poli(etilén-tereftalát) (PET, poliészter)	2 ... 4	80	0,37 ... 0,44
poliimid (PI)	2,0 ... 3,0	70 ... 150	–
polikarbonát (PC)	2,3 ... 2,4	55 ... 75	0,37
poli(metil-metakrilát) (PMMA, plexi)	2,4 ... 3,3	80	0,35 ... 0,40
polipropilén (PP)	0,9 ... 1,5	25 ... 40	–
poli(tetra-fluoretilén) (teflon)	0,3 ... 0,8	10 ... 40	0,46
poli(vinil-klorid) (PVC)	2,4 ... 4,0	25 ... 70	–

### 9.19. Szerkezeti anyagok rugalmas adatai

Az értékek nagymértékben függenek a gyártási, előállítási technológiától, származási helytől összetételtől és fajtától, ezáltal az anyag szerkezetétől.

Név	Young-modulus $E$ (GPa)	Szakítószilárdság $\sigma_B$ (MPa)	Poisson-szám $\mu$
acél (ausztenites)	191...199	440...750	–
acél (ferrites)	108...212	440...930	–
alumíniumötvözetek	60...80	300...700	–
bronz	105...124	200...320	0,35
cinkötvözetek	100...128	220...500	–
fémkerámiák	400...530	900	–
grafit	27	–	–
gránit	62	10...20	0,20
gyémánt	1000	–	–
porcelán	60...90	15...40	–
sárgaréz (60% Cu, 40% Zn)	78...123	140...780	0,36
SiC-szálak	–	2400...3800	0,16
titánötvözetek	101...128	540...1300	–
üvegszálak	–	3100...4800	–
üvegszál-erősítésű műanyag	10...45	100...300	–

### 9.20. Szilárd elemek rugalmas adatai

Az értékek nagymértékben függenek a gyártási technológiától, ezáltal az anyag szerkezetétől.

Név	Young-modulus $E$ (GPa)	Torziós modulus $G$ (GPa)	A rugalmasság határa $\sigma$ (MPa)	Szakító- szilárdság $\sigma_B$ (MPa)	Poisson-szám $\mu$
alumínium	70	26	100	200	0,35
arany	78	27	–	260	0,44
berillium	287	132	–	–	0,032
cink	108	43	–	180	0,25
ezüst	83	30	–	280	0,37
írdium	528	210	–	–	0,26
króm	279	115	–	–	0,21
molibdén	329	20	–	400	0,31
nikkel	200	76	–	500	0,31
ólom	16	5,6	3	18	0,44
ón	50	18	–	20	0,36
platina	168	61	–	300	0,38
réz	130	48	120	450	0,34
titán	116	44	–	–	0,32
vanádium	128	47	–	–	0,37
vas	100	56	120	200	0,29
volfrám	411	161	–	400	0,28

### 9.21. Longitudinális hullám terjedési sebessége gázokban és gőzökben 0 °C-on, $10^5$ Pa nyomáson

Név	$c$ (m/s)	Név	$c$ (m/s)
acetilén	327	higanygőz 360 °C-on	208
ammónia	415	klór	205
argon	308	metán	432
bróm	135	nitrogén	337
etil-alkohol gőz 80 °C-on	271	oxigén	317
hélium	971	szén-dioxid	258
hidrogén	1286	szén-monoxid	337

9.22. Longitudinális hullám terjedési sebessége folyadékokban, 20 °C-on

Név	$c$ (m/s)	Név	$c$ (m/s)
aceton	1 190	petróleum	~ 1 320
benzol	1 326	propil-alkohol	1 220
etil-alkohol	1 168	szén-diszulfid	1 158
glicerin	1 923	szén-tetraklorid	943
higany	1 451	tengervíz	1 531
metil-alkohol	1 123	toluol	1 308
nehézvíz	1 399	xilol	1 357
nitrobenzol	1 470	víz	1 483
paraffinolaj	~ 1 420		

9.23. Longitudinális hullám terjedése szilárd anyagokban, 20 °C-on

Csak közelítő értékek, mert nagymértékben függhet az anyag szerkezetétől és összetételétől.

Név	$c$ (m/s)	Név	$c$ (m/s)
acél	5 100	keménygumi	1 570
alumínium	5 110	koronaiüveg	5 300
bazalt	5 080	kvarcüveg	5 400
cink	3 600	márvány	3 800
bükkfa	3 300	ólom	1 200
tölgyfa	3 800	ón	2 700
fenyőfa	4 500	paraffin	1 300
flintüveg	4 000	porcelán	4 880
gránit	4 000	réz	3 800
tégla	3 650	sárgaréz	3 500
jég (-4 °C)	3 280	vas	5 180

9.24. Longitudinális hullám terjedési sebességének hőmérsékletfüggése vízben

$t$ (°C)	$c$ (m/s)
0	1403
20	1483
40	1529
60	1551
80	1555
100	1543

9.25. Longitudinális hullám terjedésének hőmérsékletfüggése levegőben

$t$ (°C)	$c$ (m/s)	$t$ (°C)	$c$ (m/s)
-100	263	5	334,8
-60	293	10	337,8
-40	306,5	15	340,8
-20	319,3	20	343,8
-15	322,5	25	346,7
-10	325,6	30	349,6
-5	328,7	35	352,5
0	331,8	40	355,3
		60	366,5
		100	387,2

9.26. Hangskálák hangjainak frekvenciái és hangközei

A hang neve	A kiegyenlített lebegésű temperált hangskála hangjainak frekvenciája (Hz)	A dúr hangskála alaphangjainak és színező hangjainak frekvenciája (Hz)	Viszonya az alaphanghoz	Szomszédos hangközök a dúr hangskálán	
<b>c<sup>1</sup></b> (dó)	261,5	264	1	16/15	$n_d/n_{c^1} = 9/8$
cisz	279,7	278,3	16/15	135/128	
<b>d</b> (re)	296,3	297	9/8	16/15	$n_e/n_d = 10/9$
disz	314	316,8	6/5	25/24	
<b>e</b> (mi)	332,6	330	5/4	16/15	$n_f/n_e = 16/15$
<b>f</b> (fá)	352,4	352	4/3	16/15	$n_g/n_f = 9/8$
fisz	373,3	375,5	64/45	135/128	
<b>g</b> (szó)	395,5	396	3/2	16/15	$n_a/n_g = 10/9$
gisz	419	422,4	8/5	25/24	
<b>a</b> (lá)	440	440	5/3	16/15	$n_h/n_a = 9/8$
aisz	470,3	469,3	16/9	135/128	
<b>h</b> (ti)	498,3	495	15/8	16/15	$n_{c^2}/n_h = 16/15$
<b>c<sup>2</sup></b> (dó)	523	528	2		

A kiegyenlített lebegésű temperált hangskála szomszédos hangjainak hangköze  $\sqrt[12]{2}$ .

9.27. Formátényezők (áramlási ellenállási tényezők)

<p>vékony körlemez <math>k = 1,11</math></p>		<p>körgyűrű lemez <math>k = 1,22</math>, ha <math>\frac{d}{D} = 0,5</math></p>															
<p>félgömbhéj (konvex) fenéklappal <math>k = 0,42</math> fenéklap nélkül <math>k = 0,34</math></p>		<p>félgömbhéj (konkáv) fenéklappal <math>k = 1,17</math> fenéklap nélkül <math>k = 1,33</math></p>															
<p>körkúp fenéklappal <math>\alpha = 30^\circ</math> esetén <math>k = 0,34</math> <math>\alpha = 60^\circ</math> esetén <math>k = 0,51</math></p>		<p>körhenger tengelyre merőleges áramlásban (zárt végekkel) <math>k = 0,68</math></p>															
<p>csepp alak <math>k = 0,05</math></p>		<p>Zsukovszkij-profil <math>k = 0,05 \dots 0,2</math></p>															
<p>gömb <math>k = 0,45</math></p>																	
<p>két, egymás mögötti körlemez</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>\frac{l}{D}</math></th> <th>1</th> <th>1,5</th> <th>2</th> <th>3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th><math>k</math></th> <td>0,93</td> <td>0,78</td> <td>1,04</td> <td>1,52</td> </tr> </tbody> </table>	$\frac{l}{D}$	1	1,5	2	3	$k$	0,93	0,78	1,04	1,52							
$\frac{l}{D}$	1	1,5	2	3													
$k$	0,93	0,78	1,04	1,52													
<p>téglalap alakú lemez</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>\frac{a}{b}</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>4</th> <th>10</th> <th>18</th> <th><math>\infty</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th><math>k</math></th> <td>1,0</td> <td>1,15</td> <td>1,19</td> <td>1,29</td> <td>1,40</td> <td>2,01</td> </tr> </tbody> </table>	$\frac{a}{b}$	1	2	4	10	18	$\infty$	$k$	1,0	1,15	1,19	1,29	1,40	2,01			
$\frac{a}{b}$	1	2	4	10	18	$\infty$											
$k$	1,0	1,15	1,19	1,29	1,40	2,01											
<p>körhenger tengelyirányú áramlásban (zárt végekkel)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>\frac{l}{D}</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>4</th> <th>7</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th><math>k</math></th> <td>0,91</td> <td>0,85</td> <td>0,87</td> <td>0,99</td> </tr> </tbody> </table>	$\frac{l}{D}$	1	2	4	7	$k$	0,91	0,85	0,87	0,99							
$\frac{l}{D}$	1	2	4	7													
$k$	0,91	0,85	0,87	0,99													

9.28. Néhány folyadék felületi feszültsége 20 °C-on

Név	Felületi feszültség $\sigma$ (N/m)
levegőkörnyezetben	
aceton (dimetil-ke-ton)	0,0237
benzol	0,0285
bróm	0,038
etil-alkohol (etanol)	0,0227
glicerin	0,0635
higany	0,472
izopropil-alkohol (propan-2-ol)	0,0214
kén (141 °C-on)	0,058
kloroform	0,0273
<i>n</i> -hexán	0,0184
ón (400 °C-on)	0,518
petróleum	0,0264
szén-tetraklorid	0,0268
terpentinolaj	0,0268
éter (dietyl-éter)	0,0171
toluol	0,0274
víz	0,0725

Név	Felületi feszültség $\sigma$ (N/m)
vízkörnyezetben	
benzol	0,035
éter (dietyl-éter)	0,0107
<i>n</i> -hexán	0,0511
higany	0,375
olaj	0,0206
olivaolaj	0,023
szén-tetraklorid	0,0405
toluol	0,0361
higanykörnyezetben	
benzol	0,357
etil-alkohol (etanol)	0,364
olaj	0,0295

9.29. A víz felületi feszültsége levegőkörnyezetben a hőmérséklet függvényében

Hőmérséklet $t$ (°C)	Felületi feszültség $\sigma$ (N/m)	Hőmérséklet $t$ (°C)	Felületi feszültség $\sigma$ (N/m)
5	0,07475	45	0,0686
10	0,07401	50	0,0678
15	0,07326	55	0,0669
20	0,07253	60	0,0660
25	0,07178	65	0,0651
30	0,07103	70	0,0642
35	0,07029	75	0,0633
40	0,06954	80	0,0623
		90	0,0606

9.30. Néhány folyadék Eötvös-állandója

Név	Eötvös-állandó $k_E$ (J/K)	Név	Eötvös-állandó $k_E$ (J/K)
benzol	$2,1 \cdot 10^{-7}$	klór*	$2,1 \cdot 10^{-7}$
ecetsav	$0,9 \dots 1,3 \cdot 10^{-7}$	metil-alkohol (metanol)	$0,67 \dots 1,05 \cdot 10^{-7}$
etil-alkohol (etanol)	$0,94 \dots 1,35 \cdot 10^{-7}$	nitrobenzol	$2,23 \cdot 10^{-7}$
éter (dietil-éter)	$2,17 \cdot 10^{-7}$	nitrogén*	$2,0 \cdot 10^{-7}$
fenol	$0,36 \dots 1,94 \cdot 10^{-7}$	oxigén*	$1,92 \cdot 10^{-7}$
glicerin-trisztearát	$5,3 \dots 6,8 \cdot 10^{-7}$	szén-diszulfid	$2,02 \cdot 10^{-7}$
higany	$0,62 \dots 1,14 \cdot 10^{-7}$	szén-tetraklorid	$2,11 \cdot 10^{-7}$
fluor*	$1,78 \cdot 10^{-7}$	víz	$0,9 \dots 1,2 \cdot 10^{-7}$

\* Ezen gázok esetében a folyadékfázishoz tartozó hőmérsékleti tartományban értelmezett érték.

9.31. Néhány anyag dinamikus viszkozitása  $20^\circ\text{C}$ -on

Gázok	$\eta$ (Pa · s)	Folyadékok	$\eta$ (Pa · s)
ammónia	$1,00 \cdot 10^{-5}$	etil-alkohol (50%-os) (etanol)	$2,86 \cdot 10^{-3}$
hélium	$2,00 \cdot 10^{-5}$	benzol	$0,664 \cdot 10^{-3}$
hidrogén	$0,9 \cdot 10^{-5}$	glicerin	1,47
levegő	$1,82 \cdot 10^{-5}$	higany	$1,55 \cdot 10^{-3}$
metán	$1,04 \cdot 10^{-5}$	lenolaj	$5,30 \cdot 10^{-2}$
neon	$3,10 \cdot 10^{-5}$	melasz	165
oxigén	$2,02 \cdot 10^{-5}$	méz (16% víztartalmú)	19
szén-dioxid	$1,49 \cdot 10^{-5}$	méz (29 °C-on)	7
		petróleum	$2,14 \cdot 10^{-3}$
		szurok	$10^7$
		víz	$1,002 \cdot 10^{-3}$

9.32. A levegő és a víz dinamikus viszkozitása a hőmérséklet függvényében

$t$ (°C)	$\eta$ (Pa · s)		$t$ (°C)	$\eta$ (Pa · s)	
	Levegő	Víz		Levegő	Víz
-100	$1,18 \cdot 10^{-5}$	–	50	$1,957 \cdot 10^{-5}$	$0,548 \cdot 10^{-3}$
-50	$1,46 \cdot 10^{-5}$	–	60	$2,000 \cdot 10^{-5}$	$0,467 \cdot 10^{-3}$
-20	$1,607 \cdot 10^{-5}$	–	70	–	$0,404 \cdot 10^{-3}$
0	$1,710 \cdot 10^{-5}$	$1,793 \cdot 10^{-3}$	80	$2,091 \cdot 10^{-5}$	$0,355 \cdot 10^{-3}$
10	–	$1,307 \cdot 10^{-3}$	90	–	$0,316 \cdot 10^{-3}$
20	$1,820 \cdot 10^{-5}$	$1,002 \cdot 10^{-3}$	100	$2,179 \cdot 10^{-5}$	$0,282 \cdot 10^{-3}$
30	–	$0,797 \cdot 10^{-3}$	200	$2,588 \cdot 10^{-5}$	$0,136 \cdot 10^{-3}$
40	$1,906 \cdot 10^{-5}$	$0,653 \cdot 10^{-3}$	360	–	$0,066 \cdot 10^{-3}$
			500	$3,595 \cdot 10^{-5}$	–



9.33. Szilárd elemek hőtani adatai

Név	Olvasd- pont $t_o$ (°C)	Forrás- pont $t_f$ (°C)	Hővezetési együttható a 0...100 °C tartomány- ban $\lambda$ (J/(m·K·s))	Lineáris hőtágulási együttható a 0...100 °C tartományban $\alpha$ (1/K)	Olva- dáshő $L_o$ (kJ/kg)	Forráshő $L_f$ (kJ/kg)	Közepes fajhő 25 °C-on $c$ (J/(kg·K))
aktínium	1051	3198	12	–	–	–	–
alumínium	660,3	2519	221	$2,39 \cdot 10^{-5}$	361	10 886	900
antimon	630,6	1587	19	$1,05 \cdot 10^{-5}$	163	1 256	205
arany	1064	2856	308	$1,42 \cdot 10^{-5}$	65	1 759	130
arzén	817 (hármaspont)	614-től szublimál	50	$5,6 \cdot 10^{-6}$	373	1 574 szublimá- lási hő	343
asztácium	302	337	2	–	–	–	–
bárium	727	1897	18	$1,8 \cdot 10^{-5}$	56	1 100	192
berillium	1287	2471	190	$1,13 \cdot 10^{-5}$	1350	32 470	1 825
bizmut	271,4	1564	8,9	$1,34 \cdot 10^{-5}$	52	857	124
bór	2075	3927	27	$6 \cdot 10^{-6}$	2090	35 000	1 030
cérium	799	3424	11	$6,3 \cdot 10^{-6}$	38	2 680	205
cézium	28,44	671	36	$9,7 \cdot 10^{-5}$	16	611	230
cink	419,5	907	120	$2,98 \cdot 10^{-5}$	111	1 800	383
cirkónium	1855	4409	23	$5,7 \cdot 10^{-6}$	211	6 360	281
diszprózium	1411	2561	11	$9,9 \cdot 10^{-6}$	105	1 725	173
erbium	1529	2862	14	$1,22 \cdot 10^{-5}$	103	1 680	168
európium	822	1596	14	$3,5 \cdot 10^{-5}$	63	1 155	176
ezüst	961,8	2162	429	$1,89 \cdot 10^{-5}$	103	2 390	234
foszfor	44,15	277	0,236	$1,25 \cdot 10^{-4}$	21	1 675	741
francium	27	677	–	–	–	–	–
gadolínium	1314	3264	11	$9,4 \cdot 10^{-6}$	99	1 920	230
gallium	29,76	2204	29	$1,2 \cdot 10^{-4}$	80	3 984	330
germánium	938,3	2833	60	$5,75 \cdot 10^{-6}$	465	4 516	322
hafnium	2233	4603	23	$5,9 \cdot 10^{-6}$	122	3 700	146
holmium	1472	2694	16	$1,12 \cdot 10^{-5}$	104	1 695	165
indium	156,6	2072	82	$3,21 \cdot 10^{-5}$	29	2 024	234
irídium	2446	4428	147	$6,4 \cdot 10^{-6}$	135	3 186	133
itterbium	824	1194	39	$2,63 \cdot 10^{-5}$	53	921	145

9.33. Szilárd elemek hőtani adatai (folytatás)

Név	Olvadás- pont $t_o$ (°C)	Forrás- pont $t_f$ (°C)	Hővezetési együttható a 0...100 °C tartomány- ban $\lambda$ (J/(m·K·s))	Lineáris hőtágulási együttható a 0...100 °C tartományban $\alpha$ (1/K)	Olva- dáshő $L_o$ (kJ/kg)	Forráshő $L_f$ (kJ/kg)	Közepes fajhő 25 °C-on $c$ (J/(kg·K))
ittrium	1 526	3 336	17	$1,08 \cdot 10^{-5}$	193	4 135	285
jód	113,7	184,4	0,45	–	–	–	–
kadmium	321	767	97	$3,1 \cdot 10^{-5}$	57	886	232
kalcium	842	1 484	200	$2,2 \cdot 10^{-5}$	209	3 760	653
kálium	63,38	759	103	$8,3 \cdot 10^{-5}$	61	2 033	741
kén	115,2	444,6	0,2	–	–	–	733
kobalt	1 495	2 927	95	$1,3 \cdot 10^{-5}$	263	6 490	415
króm	1 907	2 671	94	$4,9 \cdot 10^{-6}$	260	6 580	461
lantán	920	3 455	13	$1,2 \cdot 10^{-5}$	60	2 897	197
lítium	180,5	1 342	85	$4,6 \cdot 10^{-5}$	422	19 600	3 308
lutécium	1663	3 393	16	$9,9 \cdot 10^{-6}$	–	–	–
magnézium	650	1 090	160	$8,2 \cdot 10^{-6}$	362	5 254	1 068
mangán	1 246	2 061	8	$2,2 \cdot 10^{-5}$	267	4 207	477
molibdén	2 623	4 639	140	$4,8 \cdot 10^{-6}$	290	6 153	251
nátrium	97,72	883	140	$7,1 \cdot 10^{-5}$	113	4 260	1 235
neodímium	1 016	3 066	17	$9,6 \cdot 10^{-6}$	75	2 000	205
neptúnium	644	3 902	6	–	–	–	–
nikkel	1455	2 913	91	$1,33 \cdot 10^{-5}$	292	6 378	440
nióbium	2477	4 744	54	$7,2 \cdot 10^{-6}$	290	7 360	268
ólom	327,5	1 749	35	$2,9 \cdot 10^{-5}$	2	862	130
ón (fehér, $\beta$ ón)	–	–	67	$2,35 \cdot 10^{-5}$	–	–	213
ón (rideg, $\gamma$ ón, 162 °C felett)	231,9	2 602	–	–	60	2 497	–
ozmium	3 033	5 012	88	$5,1 \cdot 10^{-6}$	154	3 305	131
palládium	1 555	2 963	72	$1,1 \cdot 10^{-5}$	157	3 398	244
platina	1 768	3 825	72	$8,8 \cdot 10^{-6}$	101	2 405	134
plutónium	640	3 228	6	–	–	–	–
polónium	254	962	–	–	–	–	–

Név	Olvaspont $t_o$ (°C)	Forráspont $t_f$ (°C)	Hővezetési együttható a 0...100 °C tartományban $\lambda$ (J/(m·K·s))	Lineáris hőtágulási együttható a 0...100 °C tartományban $\alpha$ (1/K)	Olvasdűshő $L_o$ (kJ/kg)	Forráshő $L_f$ (kJ/kg)	Közepes fűdhő 25 °C-on $c$ (J/(kg·K))
praeodímium	931	3 510	13	$6,7 \cdot 10^{-6}$	80	2 343	192
prométium	1 042	3 000	15	$1,1 \cdot 10^{-5}$	–	–	–
protaktínium	1 572	3 300	47	–	–	–	–
rádium	700	1 737	19	–	–	–	–
rénium	3 186	5 596	48	$6,2 \cdot 10^{-6}$	180	3 824	138
réz	1 085	2 562	395	$1,68 \cdot 10^{-5}$	205	4 796	385
ródium	1 964	3 695	150	$8,2 \cdot 10^{-6}$	210	4 800	244
rubídium	39,31	688	58	$9 \cdot 10^{-6}$	26	887	360
ruténium	2 334	4 150	117	$6,4 \cdot 10^{-6}$	252	5 610	238
stroncium	777	1 382	35	$2,25 \cdot 10^{-5}$	–	–	–
szamárium	1 072	1 790	13	$1,27 \cdot 10^{-5}$	72	1 280	180
szelén	221	685	0,52	$3,7 \cdot 10^{-5}$	69	333	352
szén	3 527	4 027	140	$7,1 \cdot 10^{-6}$	–	–	691
szén (grafit)	3 650 S	4 827	–	–	–	–	1 047
szén (gyémánt)	3 500 B	–	140	$0,9 \dots 1,2 \cdot 10^{-6}$	–	–	494
szilícium	1 414	3 265	150	$2,6 \cdot 10^{-6}$	1 650	13 700	678
szkandium	1 541	2 830	16	$1,02 \cdot 10^{-5}$	357	7 293	557
tallium	303,5	1 473	46	$3 \cdot 10^{-5}$	21	813	128
tantál	3 017	5 458	58	$6,5 \cdot 10^{-6}$	174	4 165	140
technécium	2 157	4 265	51	–	–	–	–
tellúr	449,5	988	3,3	$1,675 \cdot 10^{-5}$	138	820	201
terbium	1 359	3 221	11	$1,03 \cdot 10^{-5}$	103	1 840	183
titán	1 668	3 287	22	$8,6 \cdot 10^{-6}$	365	8 893	523
tórium	1 750	4 788	54	$1,12 \cdot 10^{-5}$	83	2 202	113
túlium	1 545	1 946	17	$1,33 \cdot 10^{-5}$	109	1 456	160
uránium	1 135	4 131	28	$1,39 \cdot 10^{-5}$	53	1 753	116
vanádium	1 910	3 407	31	$8,3 \cdot 10^{-6}$	345	8 975	486
vas	1 538	2 861	80	$1,18 \cdot 10^{-5}$	272	6 095	465
volfrám	3 422	5 555	162	$4,5 \cdot 10^{-6}$	192	4 009	134

### 9.34. Szilárd anyagok hőtani adatai

Ü: üvegesedik, B: bomlik S: szublimál

Az adatok csak tájékoztató jellegűek, az összetétel, származási hely, előállítási technológia, nedvességtartalom és porozitás nagymértékben befolyásolja az értékeket.

Név	Olvadáspont $t_0$ (°C)	Hővezetési együttható 20 °C-on $\lambda$ (J/(m · K · s))	Lineáris hőtágulási együttható 20 °C-on $\alpha$ (1/K)	Fajhő, 20 °C-on $c_p$ (J/(kg · K))
acél (ausztenites)	1350...1550	13...17	$1,6...1,7 \cdot 10^{-5}$	470
acél (ferrites)	1350...1550	30...60	$1,05...1,3 \cdot 10^{-5}$	
agyag	–	0,035...0,045	–	1300...1700
alumínium-oxid	2050	25...35	$7...8 \cdot 10^{-6}$	–
alumíniumötvözetek	–	121...237	$1,85...2,4 \cdot 10^{-5}$	–
beton	–	0,7...1,2	$1,2...1,4 \cdot 10^{-5}$	840
bronz	880...1040	45...75	$1,68...1,88 \cdot 10^{-5}$	360
cinkötvözetek	380...420	95...113	$2,4...2,8 \cdot 10^{-5}$	–
csillám	–	0,5...0,6	$0,9...1,3 \cdot 10^{-5}$	880
fémkerámiák	1425	30...34	$8,3...8,9 \cdot 10^{-6}$	–
fenyőfa a rostokkal párhuzamosan	–	0,4	$3,2...4,3 \cdot 10^{-6}$	–
fenyőfa a rostokra merőlegesen	–	0,2	$3,2...4,3 \cdot 10^{-5}$	–
gipsz	–	0,29	–	800
gránit	–	2,1...2,9	$3...8 \cdot 10^{-6}$	750
gyémánt	3500 B	140	$0,9...1,2 \cdot 10^{-6}$	494
jég (0°C-on)	0	2,2	$5,1 \cdot 10^{-5}$	2093
kőszén	–	0,2...0,3	–	1000...1300
kvarcüveg	1480 Ü	1,4	$5...6 \cdot 10^{-7}$	–
lombos fa a rostokkal párhuzamosan	–	0,2...0,35	$3...10 \cdot 10^{-6}$	1300...1700
lombos fa a rostokra merőlegesen	–	0,1...0,2	$3...7 \cdot 10^{-5}$	
magnézium-oxid	2800	–	$1,0...1,4 \cdot 10^{-5}$	–
magnézium- ötvözetek	420...650	70...155	$2,0...2,6 \cdot 10^{-5}$	–
nikkelötvözetek	1260...1440	10...90	$1,1...1,8 \cdot 10^{-5}$	1700...2100
parafa	–	0,045...0,060	–	1,7...2,1
porcelán	1700	0,8...1,4	$3...6,5 \cdot 10^{-6}$	800...900
samott	–	0,8...1,2	$5 \cdot 10^{-6}$	840
sárgaréz	880...1020	55...160	$1,75...1,91 \cdot 10^{-5}$	380
szilícium-karbid	2700 S	90...125	$4...5 \cdot 10^{-6}$	–

Név	Olvadáspont $t_0$ (°C)	Hővezetési együttható 20 °C-on $\lambda$ (J/(m · K · s))	Lineáris hőtágulási együttható 20 °C-on $\alpha$ (1/K)	Fajhő, 20 °C-on $c_p$ (J/(kg · K))
títán-karbid	3100	21	$7,4 \cdot 10^{-6}$	–
títánötvözetek	1540...1650	7...20	$8,6...9,3 \cdot 10^{-6}$	–
üveg	330... 825 Ü	0,7... 1,1	$3,5...5,5 \cdot 10^{-6}$	–
üvegszál-erősítésű műanyag	–	0,31... 0,44	$2,5 \cdot 10^{-5}$	–
volfrám-karbid	2870	30... 90	–	–
zsírkő (talkum)	1460	3,3	$9... 10 \cdot 10^{-6}$	840

### 9.35. Műanyagok hőtani adatai

A gyártási technológiától és a kialakuló szerkezettől függően kismértékben változhatnak az értékek.

Név	Olvadáspont $t_0$ (°C) Ü: üvegesedik B: bomlik	Hővezetési együttható $\lambda$ (J/(m·K·s)) 23 °C-on	Lineáris hőtágulási együttható $\alpha$ (1/K)	Fajhő $c$ (kJ/(kg·K))	Alkalmazási tartomány $T_{alk}$ (°C)
cellulóz-acetát	70... 120 Ü	0,16... 0,32	$80... 180 \cdot 10^{-6}$	1,2... 1,6	–20... 95
poliamid (PA 6, Nylon 6)	180... 220 Ü	0,24... 0,28	$95 \cdot 10^{-6}$	2,1	–40... 160
polikarbonát (PC)	200 Ü	0,19... 0,22	$66... 70 \cdot 10^{-6}$	1,2	... 125
poli(etilén- tereftalát) (poliészter)	265	0,14... 0,40	$30... 65 \cdot 10^{-6}$	1,2... 1,35	–40... 170
polietilén (nagy sűrűségű, HDPE)	150	0,45... 0,52	$100... 200 \cdot 10^{-6}$	1,9	... 120
polietilén (kis sűrűségű, LDPE)	120	0,33	$100... 200 \cdot 10^{-6}$	1,9	–60... 90
poliimid (kapton)	400 B	0,10... 0,35	$30... 60 \cdot 10^{-6}$	1,09	–270... 320
poli(metil- metakrilát) (plexi)	120 Ü	0,16... 0,25	$50... 90 \cdot 10^{-6}$	1,4... 1,5	... 90
polipropilén (PP)	160... 170	0,10... 0,22	$60... 100 \cdot 10^{-6}$	1,7... 1,9	–10... 120
polisztirol (PS)	110 Ü	0,04... 0,14	$30... 210 \cdot 10^{-6}$	1,2	... 95
poli(tetra- fluoretilén) (teflon)	320	0,25	$100... 160 \cdot 10^{-6}$	1,0	–260... 280
poli(vinil-klorid) (PVC)	90 Ü	0,12... 0,25	$75... 100 \cdot 10^{-6}$	–	–30... 75
poliésztergyanta	140 B	0,12... 0,2	$100... 130 \cdot 10^{-6}$	–	... 100

9.36. Folyadékok hőtani adatai

	Név		Fajhő 0 °C-on $c$ $\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}\right)$	Hőve- zetési együtt- ható 18 °C-on $\lambda$ $\left(\frac{\text{J}}{\text{m} \cdot \text{K} \cdot \text{s}}\right)$	Térfogati hőtágulási együttható $\beta$ (1/°C)	Olvadáspont Fagyáspont $t_0$ (°C) 10 <sup>5</sup> Pa nyomáson
1.	aceton (dimetil-ke-ton)	(CH <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> CO	2,16	0,162	$1,43 \cdot 10^{-3}$	-94,6
2.	benzin	–	2,10	0,163	$1,00 \cdot 10^{-3}$	-50... -130
3.	benzol	C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>	1,74 <sup>(*)</sup>	0,140	$1,25 \cdot 10^{-3}$	5,5
4.	bróm	Br <sub>2</sub>	0,46	0,12	$1,13 \cdot 10^{-3}$	-7,3
5.	etil-alkohol (etanol)	(C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> )OH	2,39	0,198	$1,10 \cdot 10^{-3}$	-112
6.	éter (dietil-éter)	(C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> ) <sub>2</sub> O	2,30	0,140	$1,62 \cdot 10^{-3}$	-116,3
7.	gázolaj	–	–	0,151	–	-30
8.	glicerín (vízmentes)	C <sub>3</sub> H <sub>5</sub> (OH) <sub>3</sub>	2,39 <sup>(*)</sup>	0,291	$0,50 \cdot 10^{-3}$	18
9.	hígany	Hg	0,138	8,374	$0,181 \cdot 10^{-3}$	-38,9
10.	kénsav (tömény)	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	1,39 <sup>(*)</sup>	0,465	$0,56 \cdot 10^{-3}$	10,5
11.	kloroform	CHCl <sub>3</sub>	0,94	–	$1,28 \cdot 10^{-3}$	-63,7
12.	konyhasóoldat (20%)	–	3,91	0,593	–	-18
13.	metil-alkohol (metanol)	CH <sub>3</sub> OH	2,41	–	$1,19 \cdot 10^{-3}$	-97,8
14.	<i>n</i> -pentán	C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	2,27 <sup>(*)</sup>	0,140	$1,62 \cdot 10^{-3}$	-129,7
15.	petróleum	–	2,10	0,160	$0,92 \dots 1,00 \cdot 10^{-3}$	-70
16.	salétromsav	HNO <sub>3</sub>	1,72	0,535	$1,24 \cdot 10^{-3}$	-41,3
17.	sósav (20%)	HCl + aq	3,14	0,465	$0,30 \cdot 10^{-3}$	-14
18.	szén-diszulfid	CS <sub>2</sub>	1,00	–	$1,19 \cdot 10^{-3}$	-111,8
19.	szén-tetraklorid	CCl <sub>4</sub>	0,84	0,105	$1,23 \cdot 10^{-3}$	-22,6
20.	terpentinolaj	–	1,80	0,105	$1,00 \cdot 10^{-3}$	-10
21.	víz	H <sub>2</sub> O	4,18 <sup>(*)</sup>	0,587	(**)	0
22.	nehésvíz	D <sub>2</sub> O	4,21 <sup>(*)</sup>	–	–	3,8
23.	trícium-oxid	T <sub>2</sub> O	4,19 <sup>(*)</sup>	–	–	4,5

(\*) 20 °C-on

(\*\*) A víz térfogati hőtágulási együtthatója függ a hőmérséklettől.

0 °C ≤ *t* < 4 °C esetén β < 0

*t* = 4 °C esetén β = 0

*t* > 4 °C esetén β > 0

Forráspont $t_f$ (°C) $10^5$ Pa nyomáson	Olvadás- hő Fagyás- hő $L_o$ (kJ/kg)	Forráshő $L_f$ (kJ/kg)	Kritikus hőmér- séglet $t_{kr}$ (°C)	Kritikus nyomás $p_{kr}$ (MPa)	Név	
56,5	82,1	525	236	6,08	aceton (dimetil-ke-ton)	1.
40 ... 220	–	–	–	–	benzin	2.
80,1	127	396	288,5	4,85	benzol	3.
58,8	67,8	1180	310	10,33	bróm	4.
78,4	107	906	244	6,28	etil-alkohol (etanol)	5.
34,5	98,4	377	194	4,51	éter (dietil-éter)	6.
200 ... 300	–	–	–	–	gázolaj	7.
290	201	1101	240	10,00	glicerín (vízmentes)	8.
357	11,7	285	1460	105,6	hígany	9.
338	109	553	–	–	kénsav (tömény)	10.
61,1	75	247	262	5,49	kloroform	11.
108,8	–	–	–	–	konyhasóoldat (20%)	12.
64,7	83,7	1110	237	1,01	metil-alkohol (metanol)	13.
36,1	116	353	197	3,34	<i>n</i> -pentán	14.
150 ... 300	–	335	–	–	petróleum	15.
86	39,7	482	–	–	salétromsav	16.
110	–	–	–	–	sósav (20%)	17.
46,2	74,1	364	277	7,55	szén-diszulfid	18.
76,8	17,6	193	283	4,51	szén-tetraklorid	19.
160	–	293	376	–	terpentinolaj	20.
100	335	2256	374,2	22,06	víz	21.
101,4	318	2073	–	–	nehésvíz	22.
–	–	–	374,2	22,08	trícium-oxid	23.

9.37. Gázok, gőzök hőtani adatai

	Név		Fajhő ( $10^5$ Pa-on, 273 K-en)		$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$	Hővezetési együttható $18^\circ\text{C}$ -on $\lambda$ (J/(m · K · s))	Térfogati hőtágulási együttható $\beta$ (1/K)
			$c_p$	$c_v$			
			(kJ/(kg · K))				
1.	ammónia	NH <sub>3</sub>	2,056	1,566	1,31	$22,0 \cdot 10^{-3}$	$3,802 \cdot 10^{-3}$
2.	argon	Ar	0,523	0,318	1,65	$16,2 \cdot 10^{-3}$	$3,642 \cdot 10^{-3}$
3.	acetilén (etin)	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	1,512	1,214	1,25	$18,8 \cdot 10^{-3}$	$3,726 \cdot 10^{-3}$
4.	<i>n</i> -bután	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	1,658	–	–	$13,5 \cdot 10^{-3}$	–
5.	etán	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	1,666	1,365	1,22	$19,7 \cdot 10^{-3}$	$3,750 \cdot 10^{-3}$
6.	fluor	F <sub>2</sub>	0,342	–	–	$27,7 \cdot 10^{-3}$	–
7.	hélium	He	5,234	3,161	1,66	$143,6 \cdot 10^{-3}$	$3,660 \cdot 10^{-3}$
8.	hidrogén	H <sub>2</sub>	14,236	10,112	1,41	$175,0 \cdot 10^{-3}$	$3,662 \cdot 10^{-3}$
9.	nehézhidrogén	D <sub>2</sub>	14,487	–	–	$128,7 \cdot 10^{-3}$	–
10.	hidrogén-klorid	HCl	0,812	0,573	1,41	–	–
11.	kén-dioxid	SO <sub>2</sub>	0,628	0,477	1,27	$8,4 \cdot 10^{-3}$	$3,385 \cdot 10^{-3}$
12.	kén-hidrogén	H <sub>2</sub> S	1,068	0,821	1,30	$13,0 \cdot 10^{-3}$	–
13.	klór	Cl <sub>2</sub>	0,502	0,374	1,35	$8,9 \cdot 10^{-3}$	–
14.	kripton	Kr	–	–	1,68	$87,5 \cdot 10^{-3}$	$3,690 \cdot 10^{-3}$
15.	levegő	–	0,997	0,712	1,40	$24,2 \cdot 10^{-3}$	$3,675 \cdot 10^{-3}$
16.	metán	CH <sub>4</sub>	2,161	1,637	1,32	$30,2 \cdot 10^{-3}$	–
17.	éter (dimetil-éter)	(CH <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> O	–	–	1,11	–	–
18.	neon	Ne	1,030	0,623	1,65	$46,4 \cdot 10^{-3}$	$3,661 \cdot 10^{-3}$
19.	nitrogén	N <sub>2</sub>	1,038	0,741	1,40	$24,3 \cdot 10^{-3}$	$3,674 \cdot 10^{-3}$
20.	oxigén	O <sub>2</sub>	0,916	0,653	1,40	$24,6 \cdot 10^{-3}$	$3,674 \cdot 10^{-3}$
21.	ózon	O <sub>3</sub>	0,795	–	1,29	–	–
22.	propán	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	1,595	–	1,14	$15,1 \cdot 10^{-3}$	–
23.	szén-dioxid	CO <sub>2</sub>	0,821	0,632	1,30	$14,3 \cdot 10^{-3}$	$3,726 \cdot 10^{-3}$
24.	szén-monoxid	CO	1,047	0,745	1,40	$23,0 \cdot 10^{-3}$	$3,367 \cdot 10^{-3}$
25.	vízgőz	H <sub>2</sub> O	1,847	1,386	1,40	$18,0 \cdot 10^{-3}$	–
26.	xenon	Xe	–	–	1,66	$5,7 \cdot 10^{-3}$	$3,720 \cdot 10^{-3}$



Olvadáspont Fagyáspont $t_o$ (°C)	Forráspont $t_f$ (°C)	Olvadáshő Fagyáshő $L_o$ (kJ/kg)	Forráshő $L_o$ (kJ/kg)	Kritikus hő- mérséklet $t_{kr}$ (°C)	Kritikus nyomás $p_{kr}$ (MPa)	Név	
$10^5$ Pa							
-77,7	-33,4	339	1368	132,4	11,28	ammónia	1.
-189,3	-185,8	29,3	167	-122,0	4,90	argon	2.
-83,5	-81,5	-	754	35,9	6,34	étin (acetilén)	3.
-138,0	-0,5	81,6	386	152,8	3,49	<i>n</i> -bután	4.
-183,0	-88,5	95,1	486	32,2	4,96	etán	5.
-220,0	-188,0	37,7	159	-129,0	5,70	fluor	6.
-272,2 <sup>(1)</sup>	-268,9	-	25,1	-267,9	0,23	hélium	7.
-259,2	-252,8	58,6	461	239,9	1,29	hidrogén	8.
-254,6	-249,7	-	314	-234,8	1,69	nehézhidrogén	9.
-112,0	-85,0	56,5	448	51,4	8,43	hidrogén-klorid	10.
-75,3	-10,0	117	390	157,5	7,88	kén-dioxid	11.
-85,6	-60,4	69,5	551	100,4	9,02	kén-hidrogén	12.
-103,0	-35,0	188	261	114,0	7,70	klór	13.
-157,2	-151,7	19,7	117	-63,8	5,49	kripton	14.
-220,0	-192,0	-	209	-140,7	3,82	levegő	15.
-182,6	-161,6	58,2	504	-82,5	4,63	metán	16.
-138,0	-23,7	-	469	127,0	5,30	éter (dimetil-éter)	17.
-248,8	-245,9	-	$105^{(4)}$	-228,7	2,73	neon	18.
-210,0	-195,8	25,8	199	-147,1	3,39	nitrogén	19.
-218,8	-182,9	13,8	213	-118,8	5,04	oxigén	20.
-251,0	-112,0	-	251	-5,0	9,36	ózon	21.
-187,8	-42,1	80,0	448	96,8	4,26	propán	22.
-56,3 <sup>(2)</sup>	-78,0 <sup>(3)</sup>	18,4	$573^{(4)}$	31,0	7,35	szén-dioxid	23.
-205,0	-191,5	30,2	216	-140,0	3,49	szén-monoxid	24.
0,0	100,0	334	2256	374,2	22,06	vízgőz	25.
-111,9	-108,0	17,6	461	16,6	5,89	xenon	26.

<sup>(1)</sup>  $26 \cdot 10^5$  Pa nyomáson

<sup>(2)</sup>  $5,19752 \cdot 10^5$  Pa nyomáson

<sup>(3)</sup> szublimálási pont

<sup>(4)</sup> szublimálási hő

### 9.38. Gyulladásí hőmérsékletek, égéshő, fűtőértékek

Közelítő és kerekített értékek, sok esetben függ a pontos összetételtől.

**Égéső:** (felső fűtőérték) az a hőmennyiség, amely 1 kg vagy 1 m<sup>3</sup> 20 °C-os tüzelőanyag tökéletes elégetésekor felszabadul, ha az égésterméseket a kiindulási hőmérsékletre hűtjük vissza.

**Fűtőérték:** (alsó fűtőérték) az égésőnek az égésnél keletkező víz elpárologtatásához szükséges hővel csökkentett értéke.

Szilárd anyagok	Gyulladásí hőmérséklet $t_{gy}$ (°C)	Égéső $H_f$ (MJ/kg)		Fűtőérték $H_a$ (MJ/kg)	
antracit	425...440	33...35		32...34	
kőszén	350...450	29...35		27...34	
kohókoks	550...750	28...31		28...30	
barnaszén-brikett	–	20...21		~ 20	
fa (száraz)	285...300	16...18		15...17	
tőzeg (száraz)	225-280	14...16		12...15	
barnaszén	250...450	10...13		8...11	
fa (nedves)	–	~ 11		~ 8	
Folyadékok	Gyulladásí hőmérséklet $t_{gy}$ (°C)	Égéső $H_f$ (MJ/kg)		Fűtőérték $H_a$ (MJ/kg)	
bután (cseppfolyósítva)	425...440	49		46	
propán (cseppfolyósítva)	470	50		42	
gázolaj	350...430	44...46		39...44	
benzin	230...300	44		42	
petróleum	320	42...46		40...44	
xilol	495	43		41	
toluol	553	42		41	
benzol	540...580	42		40	
etil-alkohol (etanol)	390...425	30		26	
spiritusz (90%)	–	28		24	
metil-alkohol (metanol)	465	22		19	
szén-diszulfid	102...120	–		15	
Gázok, gőzök	Gyulladásí hőmérséklet $t_{gy}$ (°C)	Égéső		Fűtőérték	
		$H_f$ (MJ/m <sup>3</sup> )	$H_f$ (MJ/kg)	$H_a$ (MJ/m <sup>3</sup> )	$H_a$ (MJ/kg)
benzolgőz	–	40	147	36	138
butángőz	490...530	117	49	108	46
propángőz	510	90	50	83	46
etán	320...360	64	52	58	47
etilén (etén)	545...560	58	59	54	55

Gázok, gőzök	Gyulladási hőmérséklet $t_{gy}$ (°C)	Égéshő		Fűtőérték	
		$H_f$ (MJ/m <sup>3</sup> )	$H_f$ (MJ/kg)	$H_a$ (MJ/m <sup>3</sup> )	$H_a$ (MJ/kg)
acetilén (etin)	335	53	57	52	56
fagáz (nedves)	–	–	46	–	42
fagáz (száraz)	–	–	33	–	29
metán	650... 750	36	55	33	50
földgáz	560... 600	35... 45	–	32... 42	–
ammónia	650... 780	–	17	–	14
szén-monoxid	610... 650	11	10	–	–
hidrogén	575... 585	12	143	10	120
vízgáz	600	–	11	–	10
generátorgáz	600	–	5... 6	–	~ 5
városi gáz (világítógáz)	–	19... 20	–	17... 18	–

### 9.39. Lánghőmérsékletek

kőszén kazánban égetve	1 000... 1 200 °C
kőszén előtűzeléssel	1 300... 1 500 °C
barnaszén kazánban égetve	700... 1 200 °C
földgáz Bunsen-égőben égetve	1 550... 1 870 °C
földgáz oxigénben égetve	2 200 °C
hidrogén oxigénnel égetve	2 280... 2 900 °C
hidrogén levegőben égetve	1 770... 1 960 °C
etil-alkohol (etanol) lángja	1 700 °C
acetilén (eten) oxigénben égetve	2 700... 3 100 °C

### 9.40. Gázmolekulák és gázatomok termikus átlagsebessége és közepes szabad úthossza 20 °C-on, normál légköri nyomáson (10<sup>5</sup> Pa)

Közvetett mérési eredményekből számított értékek.

Név	Termikus átlagsebesség $v$ (m/s)	Közepes szabad úthossz $l$ (m)
H <sub>2</sub>	1910	1,18 · 10 <sup>-7</sup>
He	1350	1,79 · 10 <sup>-7</sup>
Ne	604	1,22 · 10 <sup>-7</sup>
Ar	427	6,31 · 10 <sup>-8</sup>
Kr	295	4,73 · 10 <sup>-8</sup>
Xe	236	3,50 · 10 <sup>-8</sup>

Név	Termikus átlagsebesség $v$ (m/s)	Közepes szabad úthossz $l$ (m)
Hg	190	3,03 · 10 <sup>-8</sup>
O <sub>2</sub>	478	6,44 · 10 <sup>-8</sup>
N <sub>2</sub>	511	6,05 · 10 <sup>-8</sup>
CO <sub>2</sub>	408	3,94 · 10 <sup>-8</sup>
vízgőz	615	3,94 · 10 <sup>-8</sup>

9.41. Telített vízgőz nyomása és sűrűsége, a víz sűrűsége és párolgáshője a hőmérséklet függvényében

Hőmérséklet $t$ (° C)	Telített vízgőz		Víz	
	Nyomás $p$ (kPa)	Sűrűség $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Sűrűség $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Párolgáshő $L_p$ (kJ/kg)
0	0,60795	0,0048	999,867	2500,5
5	0,87273	0,0068	999,926	2488,8
10	1,2257	0,0094	999,727	2477,0
15	1,6965	0,0128	999,126	2465,3
20	2,3339	0,0173	998,23	2453,6
25	3,1675	0,0230	997,07	2442,3
30	4,2364	0,0303	995,67	2430,1
35	5,6192	0,0396	994,05	2417,9
40	7,3745	0,0511	992,24	2406,3
45	9,5810	0,0656	990,24	2394,1
50	12,336	0,0828	988,07	2382,4
55	15,739	0,1043	985,73	2370,3
60	19,917	0,1302	983,24	2358,6
65	25,006	0,1611	980,59	2345,9
70	31,155	0,1981	977,81	2333,8
75	38,549	0,2418	974,89	2321,3
80	47,356	0,2933	971,83	2308,3
85	57,800	0,3534	968,65	2295,3
90	70,107	0,4235	965,34	2282,3
95	84,523	0,5045	961,92	2269,3
100	101,324	0,5977	958,38	2256,4
125	232,12	1,299	939,0	2187,3
150	476,01	2,548	916,9	2112,8
175	892,50	4,617	892,1	2031,5
200	1 554,3	7,857	864,7	1940,7
225	2 550,7	12,75	834,0	1836,8
250	3 977,5	19,98	799,2	1715,8
275	5 948,6	30,57	759,4	1572,6
300	8 591,5	46,24	712,0	1403,1
325	12 057	70,68	654,0	1188,7
350	16 536	113,6	572,4	891,8
370	21 052	200,0	448,4	448,0
374,2	22 106	326,2	326,2	0

9.42. A víz forrásponti hőmérsékletének változása a nyomás függvényében

Nyomás		Hőmérséklet $t$ (°C)
$p$ (Pa)	$p$ (torr)	
87 991	660	96,10
88 658	665	96,30
89 324	670	96,50
89 991	675	96,71
90 658	680	96,91
91 242	685	97,12
91 991	690	97,32
92 657	695	97,52
93 324	700	97,71
93 991	705	97,91
94 657	710	98,11
95 324	715	98,30
95 990	720	98,49
96 657	725	98,69
97 324	730	98,88
97 990	735	99,07
98 657	740	99,26
99 323	745	99,44
99 990	750	99,63
100 657	755	99,82
101 325	760	100,00

Nyomás		Hőmérséklet $t$ (°C)
$p$ (Pa)	$p$ (torr)	
101 990	765	100,18
102 656	770	100,37
103 323	775	100,55
103 990	780	100,73
104 656	785	100,91
105 323	790	101,09
105 989	795	101,27
106 656	800	101,44
107 323	805	101,62
107 989	810	101,80
108 656	815	101,97
109 322	820	102,14
109 989	825	102,32
110 656	830	102,49
111 322	835	102,66
111 989	840	102,83
112 655	845	103,00
100 322	850	103,17
113 989	855	103,33
114 655	860	103,50

9.43. Néhány anyag hőátadási együtthatója

	$\alpha$ (J/(m <sup>2</sup> · K · s))
levegő, gázok természetes áramlás esetén	6 ... 20
levegő, enyhe áramlással	20 ... 50
levegő, erős áramlással	50 ... 250
túlhevített vízgőz	23 ... 116
víz, természetes áramlás esetén	250 ... 2 000
áramló víz	2 000 ... 8 000
víz, forrás közben	3 000 ... 6 000
kondenzálódó gőz	5 000 ... 15 000

#### 9.44. Néhány anyag átlagos emissziós tényezője

Az emissziós tényező értéke nagyon sok paramétertől (hőmérséklet, hullámhossz, a felület érdessége, polírozottsága, oxidáltsága, a vizsgálat szöge) függ, ezért a közölt adatok csak tájékoztató jellegűek.

Név	$t$ (°C)	$\varepsilon$	
<b>acél</b>	fényes	100	0,08
	oxidált	200	0,79
<b>alumínium</b>	fényes	25	0,022
		100	0,028
	oxidált	200	0,11
	600	0,19	
<b>arany</b>	fényes	100	0,02
		500	0,03
<b>beton</b>	25	0,95	
<b>emberi test</b>	36,5	0,98	
<b>jég</b>	0	0,98	
<b>króm</b>	fényes	100	0,08
<b>nikkel</b>	fényes	100	0,06
<b>olajfesték</b>		25	0,9
<b>platina</b>	fényes	25	0,037
		100	0,047

Név	$t$ (°C)	$\varepsilon$	
<b>platina (folyt.)</b>	500	0,01	
	1000	0,15	
	1500	0,19	
<b>réz</b>	fényes	100	0,02
	<b>samott</b>	1000	0,75
<b>vas lemez</b>	fényes	100	0,05
	oxidált	100	0,74
<b>öntött</b>	fényes	100	0,21
	oxidált	200	0,64
<b>kovácsolt</b>	futtatott	25	0,94
	oxidált	200	0,6
<b>volfrám</b>	fényes	25	0,024
		100	0,032
		500	0,071
		1500	0,23
	2000	0,28	

#### 9.45. Szilárd anyagok relatív dielektromos állandója

Az értékek a gyakorlati felhasználás szempontjából érdekes frekvenciákon érvényesek.

Név	$\varepsilon_{rel}$
alumínium-oxid	9 ... 10
bakelit	4,5 ... 8
bárium-titanát	1 000 ... 9 000
borostyán	2,2 ... 2,9
celluloid	2,6 ... 6
csillám	5 ... 9
ebonit	2 ... 3,5
gumi	2,5 ... 3
gyémánt	5,68
jég	3,2
kemény porcelán	5 ... 6,5
keménygumi	2,5 ... 3,5
keménypapír lemez	5
kén	3,6 ... 4,3
konyhasó	5,8

Név	$\varepsilon_{rel}$
kvarc (kristály)	3,5 ... 4,5
kvarc (üveg)	4
márvány	8,4 ... 14
mikanit	3,5 ... 5
műgyanta	3,5 ... 4,5
olajospapír	5
papír	1,2 ... 3
paraffin	2,2
porcelán	5,5 ... 6,5
prespán	2 ... 4
sellak	2,7 ... 3,7
tégla	2,3
trolitur	2,3 ... 2,5
üveg	3 ... 15

#### 9.46. Műanyagok relatív dielektromos állandója

Az értékek a gyakorlati felhasználás szempontjából érdekes frekvenciákon érvényesek.

Név	$\epsilon_{\text{rel}}$ (1 MHz-en)
cellulóz-acetát	3,2 ... 7,5
poliamid (PA 6, Nylon 6)	3,6
polikarbonát (PC)	2,9 ... 3,1
poli(etilén-tereftalát) (poliészter)	3
polietilén (nagy sűrűségű, HDPE)	2,3 ... 2,4
polietilén (kis sűrűségű, LDPE)	2,2 ... 2,35
poliimid (kapton)	3,4
poli(metil-metakrilát) (plexi)	2,1 ... 4,5
polipropilén (PP)	2,2 ... 2,6
polisztirol (PS)	2,4 ... 3,1
poli(tetra-fluoretilén) (teflon)	2,0 ... 2,1
poli(vinil-klorid) (PVC)	2,7 ... 3,1

#### 9.47. Folyadékok relatív dielektromos állandója

Az értékek a gyakorlati felhasználás szempontjából érdekes frekvenciákon érvényesek.

Név	$\epsilon_{\text{rel}}$
benzol	2,28
etil-alkohol (etanol)	25,1
éter (dietyl-éter)	4,4
glicerin	41,1
kábelolaj	2,25
metil-alkohol (metanol)	33,7

Név	$\epsilon_{\text{rel}}$
petróleum	2,2
szén-diszulfid	2,6
terpentinolaj	2,2 ... 4,9
transzformátorolaj	2,2 ... 2,5
víz	81,1

#### 9.48. Gázok relatív dielektromos állandója $0^\circ\text{C}$ -on, $10^5$ Pa nyomáson

Név	$\epsilon_{\text{rel}}$
argon	1,000 504
hélium	1,000 066
hidrogén	1,000 252
levegő, száraz	1,000 594

Név	$\epsilon_{\text{rel}}$
nitrogén	1,000 528
oxigén	1,000 486
szén-dioxid	1,000 985

### 9.49. Szigetelő anyagok átütési feszültsége

A gyakorlati szigetelési esetekre vonatkozó tájékoztató értékek.

Név	$U_{\dot{a}}$ (kV/mm)	Név	$U_{\dot{a}}$ (kV/mm)
bakelit	10	nitrogén	2,4
celluloid	35...45	olajozott papír	20...30
csillám	47...68	pala	0,1...0,3
gumi	10	paraffin	11,5
keménygumi	15...30	paraffinolaj	70
keménypapír	20...25	porcelán	34...38
kvarc (kristály)	30...40	prespán	10...13
kvarc (üveg)	10...30	sellak	40
levegő*	2...4	szén-dioxid	25
márvány	1...3	transzformátorolaj	10

\*: A pára- és portartalomtól függően változó érték.

### 9.50. Szigetelt vörösréz vezetékek megengedhető terhelése

Keresztmetszet (mm <sup>2</sup> )	Állandó terhelésnél		Szakaszos terhelésnél legnagyobb áramerősség
	legnagyobb áramerősség	túlárambiztosító névleges áramerőssége	
	(A)		
0,5	7,5	6	7,5
0,75	9	6	9
1	11	6	11
1,5	14	10	14
2,5	20	15	20
4	25	20	25
6	31	25	31
10	43	35	60
25	100	80	140



9.51. Szobahőmérsékleten vezető szilárd és folyékony elemek fajlagos ellenállása, az ellenállás hőmérsékletfüggése

Név	Fajlagos ellenállás 20 °C-on $\rho$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ )	Fajlagos ellenállás hőfokfüggése 0, ..., 100 °C között $\alpha$ (1/K)
alumínium	$2,67 \cdot 10^{-8}$	$4,5 \cdot 10^{-3}$
antimon	$4,01 \cdot 10^{-7}$	$5,1 \cdot 10^{-3}$
arany	$2,2 \cdot 10^{-8}$	$4, \cdot 10^{-3}$
arzén	$3,33 \cdot 10^{-7}$	–
bárium	$3,5 \cdot 10^{-7}$	–
berillium	$3,3 \cdot 10^{-8}$	$9 \cdot 10^{-3}$
bizmut	$1,17 \cdot 10^{-6}$	$4,6 \cdot 10^{-3}$
cérium	$8,54 \cdot 10^{-7}$	$8,7 \cdot 10^{-3}$
cézium	$2 \cdot 10^{-7}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$
cink	$5,96 \cdot 10^{-8}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$
cirkónium	$4,4 \cdot 10^{-7}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$
diszprózium	$9,1 \cdot 10^{-7}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$
erbium	$8,6 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{-3}$
európium	$9 \cdot 10^{-7}$	$4,8 \cdot 10^{-3}$
ezüst	$1,63 \cdot 10^{-8}$	$4,1 \cdot 10^{-3}$
gadolínium	$1,34 \cdot 10^{-6}$	$1,76 \cdot 10^{-3}$
gallium	$1,55 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{-3}$
germánium	$4,6 \cdot 10^{-1}$	–
hafnium	$3,22 \cdot 10^{-7}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$
higany	$9,59 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-3}$
holmium	$9,4 \cdot 10^{-7}$	$1,71 \cdot 10^{-3}$
indium	$8,8 \cdot 10^{-8}$	$5,2 \cdot 10^{-3}$
irídium	$5,1 \cdot 10^{-8}$	$4,5 \cdot 10^{-3}$
itterbium	$2,8 \cdot 10^{-7}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$
ittrium	$5,3 \cdot 10^{-7}$	$2,71 \cdot 10^{-3}$
kadmium	$7,3 \cdot 10^{-8}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$
kalcium	$3,7 \cdot 10^{-8}$	$4,57 \cdot 10^{-3}$
kálium	$6,8 \cdot 10^{-8}$	$5,7 \cdot 10^{-3}$
kobalt	$6,34 \cdot 10^{-8}$	$6,6 \cdot 10^{-3}$
króm	$1,32 \cdot 10^{-7}$	$2,14 \cdot 10^{-3}$
lantán	$5,7 \cdot 10^{-7}$	$2,18 \cdot 10^{-3}$
lítium	$9,29 \cdot 10^{-8}$	$4,35 \cdot 10^{-3}$

9.51. Szobahőmérsékleten vezető szilárd és folyékony elemek fajlagos ellenállása, az ellenállás hőmérsékletfüggése (folytatás)

Név	Fajlagos ellenállás 20 °C-on $\rho$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ )	Fajlagos ellenállás hőfokfüggése 0, . . . , 100 °C között $\alpha$ (1/K)
magnézium	$4,2 \cdot 10^{-8}$	$4,25 \cdot 10^{-3}$
mangán	$1,60 \cdot 10^{-6}$	–
molibdén	$5,7 \cdot 10^{-8}$	$4,35 \cdot 10^{-3}$
nátrium	$4,5 \cdot 10^{-8}$	$5,5 \cdot 10^{-3}$
neodímium	$6,4 \cdot 10^{-7}$	$1,64 \cdot 10^{-3}$
nikkel	$6,9 \cdot 10^{-8}$	$6,8 \cdot 10^{-3}$
nióbbium	$1,6 \cdot 10^{-7}$	$2,6 \cdot 10^{-3}$
ólom	$2,06 \cdot 10^{-7}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$
ón (fehér, $\beta$ ón)	$1,26 \cdot 10^{-7}$	$4,6 \cdot 10^{-3}$
ozmium	$8,8 \cdot 10^{-8}$	$4,1 \cdot 10^{-3}$
palládium	$1,08 \cdot 10^{-7}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$
platina	$1,058 \cdot 10^{-7}$	$3,92 \cdot 10^{-3}$
praeodímium	$6,8 \cdot 10^{-7}$	$1,71 \cdot 10^{-3}$
rénium	$1,87 \cdot 10^{-7}$	$4,5 \cdot 10^{-3}$
réz	$1,69 \cdot 10^{-8}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$
ródiium	$4,7 \cdot 10^{-8}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$
rubídium	$1,21 \cdot 10^{-7}$	$4,8 \cdot 10^{-3}$
ruténium	$7,7 \cdot 10^{-8}$	$4,1 \cdot 10^{-3}$
szamárium	$9,2 \cdot 10^{-7}$	$1,48 \cdot 10^{-3}$
szelén	$1,2 \cdot 10^{-7}$	–
szén (amorf)	$1,375 \cdot 10^{-5}$	–
szilícium	$2,3 \cdot 10^{-3}$	–
szkandium	$6,6 \cdot 10^{-7}$	$2,82 \cdot 10^{-3}$
tallium	$1,66 \cdot 10^{-7}$	$5,2 \cdot 10^{-3}$
tantál	$1,35 \cdot 10^{-7}$	$3,5 \cdot 10^{-3}$
tellúr	$1,6 \cdot 10^{-3}$	–
terbium	$1,16 \cdot 10^{-6}$	–
titán	$5,4 \cdot 10^{-7}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$
tórium	$1,4 \cdot 10^{-7}$	$4,0 \cdot 10^{-3}$
túllium	$9 \cdot 10^{-7}$	$1,95 \cdot 10^{-3}$
urán	$2,7 \cdot 10^{-7}$	$3,4 \cdot 10^{-3}$
vanádium	$1,96 \cdot 10^{-7}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$
vas	$1,01 \cdot 10^{-7}$	$6,5 \cdot 10^{-3}$
volfrám	$5,4 \cdot 10^{-8}$	$4,8 \cdot 10^{-3}$

9.52. Szilárd, elektromosan vezető anyagok fajlagos ellenállása és az ellenállás hőfokfüggése

Összetételtől, anyagszerkezettől függően változhatnak az értékek.

Anyagcsere	Fajlagos ellenállás 20 °C-on $\rho$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ )	Fajlagos ellenállás hőfokfüggése 20 °C-on $\alpha$ (1/K)
acél (ausztenites)	$7,1 \dots 9,5 \cdot 10^{-7}$	$4,2 \dots 5 \cdot 10^{-3}$
acél (ferrites)	$1,4 \dots 5,5 \cdot 10^{-7}$	
alumíniumötvözetek	$2,8 \dots 7,7 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-3}$
bronz	$1,8 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-6}$
grafit	$8 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-4}$
kantal	$1,3 \dots 1,4 \cdot 10^{-6}$	$6 \dots 9 \cdot 10^{-5}$
konstantán	$4,3 \cdot 10^{-7}$	$-5 \cdot 10^{-5}$
króm-nikkel	$8,5 \cdot 10^{-6}$	$2,5 \cdot 10^{-4}$
manganin	$4,3 \cdot 10^{-7}$	$1 \dots 2 \cdot 10^{-5}$
rezisztin	$5,1 \cdot 10^{-7}$	$8 \cdot 10^{-6}$
sárgaréz	$0,5 \dots 1,2 \cdot 10^{-7}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$
szén (technikai felhasználású)	$4 \cdot 10^{-5} \dots 10^{-4}$	$-3 \dots 9 \cdot 10^{-4}$
szilít	$1 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-4}$
újzüst	$3 \dots 4 \cdot 10^{-7}$	$7 \cdot 10^{-4}$

9.53. Szigetelő anyagok fajlagos ellenállása 20 °C-on

Az anyagok szerkezetének és összetételének függvényében nagymértékben változhatnak a közzölt adatok, ezért csak közepes értékeknek tekintendők.

Név	$\rho$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ )
bakelit	$10^9 \dots 10^{11}$
borostyán	$10^{16}$
csillám	$10^{12} \dots 10^{15}$
ebonit (keménygumi)	$10^{10} \dots 10^{13}$
gumi	$10^{10} \dots 10^{13}$
kerámiák	$10^{10} \dots 10^{13}$
kvarcüveg	$10^{16}$
márvány	$10^{12} \dots 10^{14}$

Név	$\rho$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ )
mikanit	$10^{11}$
papír, száraz	$10^{10} \dots 10^{12}$
porcelán	$10^{10} \dots 10^{12}$
samott-tégla	$10^{12}$
sellak	$10^{14}$
szilikáttégla	$10^{10}$
üveg	$10^8 \dots 10^{15}$

### 9.54. Műanyagok fajlagos ellenállása

A szerkezettől nagymértékben függ a fajlagos ellenállás, ezért a közölt értékek csak tájékoztató jellegűek.

Név	Fajlagos ellenállás $\rho$ ( $\Omega \cdot m$ )
cellulóz-acetát	$10^{10}$
epoxigyanta	$10^{12}$
fenolgyanta	$10^9$
poliamid (PA 6, Nylon 6)	$10^{11}$
poliésztergyanta	$10^{12}$
polietilén ( nagy sűrűségű, HDPE)	$10^{14}$
polietilén (kis sűrűségű, LDPE)	$> 10^{14}$
polikarbonát (PC)	$10^{14}$
poli(metil-metakrilát) (plexi)	$> 10^{13}$
polipropilén (PP)	$> 10^{14}$
polisztirol (PS)	$> 10^{14}$
poliszulfon	$10^{15}$
poli(tetra-fluoretilén) (teflon)	$> 10^{16}$
poli(vinil-klorid) (PVC) kemény	$> 10^{14}$
poli(vinil-klorid) (PVC) lágy	$10^{10}$
szilikon üvegszállal	$10^{10}$

### 9.55. Néhány anyag relatív permeabilitása

Ferro- és paramágneses anyagok	$\mu_r$	Diamágneses anyagok	$\mu_r$
acél	200...2000	metil-alkohol (metanol)	0,999 993 0
kobalt közepes érték	170	benzol	0,999 992 2
nikkel közepes érték	270	víz	0,999 991 0
öntöttvas	50...500	réz	0,999 990
transzformátorlemez	1000...10 000	petróleum	0,999 989
ferrit	50...1000	alumínium-oxid	0,999 986
oxigén	1,000 001 9	konyhasó	0,999 986
bárium	1,000 006 9	bizmut	0,999 984
magnézium	1,000 017	petróleum	0,999 989
alumínium	1,000 02		
platina	1,000 26		
króm	1,000 28		
mangán	1,000 87		
oxigén (folyékony)	1,003 6		

### 9.56. Néhány elem mágnese Curie-pontja

Név	Vas	Nikkel	Kobalt
$t_C$ ( $^{\circ}C$ )	768	358	1075

## 9.57. Keménymágneses anyagok

Az adatok gyártók és gyártási technológiák szerint változhatnak, az egyes mennyiségek mérési definíciója is különbözhet.

Név	Összetétel	Curie-pont $T_c$ (°C)	Relatív permeabilitás $\mu_r$	Remanens indukció $B_r$ (T)	Koercív térerősség $H_c$ (kA/m)	Energia-tartalom $BH_{max}$ (kJ/m <sup>3</sup> )
W-acél	0,5...0,8% C, 5...6% W	–	–	1,05...1,08	5,5	2,9
Cr-acél	0,9...1,2% C, 2...6% Cr	750	23...32	0,86...1	5,1	2...2,6
Co-acél	3% Co	800	22...28	0,72	10,4	2,78
	9% Co	840	10...14	0,8	12,74	4,14
	15% Co	840	19...13	0,85	14,33	5,17
KS-acél	0,6% C, 2% Cr, 7% W, 35% Co	890	~10	1	19,9	7,96
Ni-Al ötvözet	12...13% Al, 21...27% Ni	720...730	5...7	0,51...0,74	39...41	7...8,7
Alnico 2	9...13% Al, 12...17% Co, 19...24% Ni	720	4...5	0,64...0,76	50...56	11,9...13,5
Alnico 3	11% Al, 24,5% Ni, 10% Co, 4% Cu	750	5	0,64...0,75	50...52,8	9,6...11,5
Alnico 5 anizotróp	8...9% Al, 13...14% Ni, 24% Co, 3% Cu, 0,5...0,7% Nb	~800	4,5...5	1,1...1,3	46...52	40...64
Tinocal 180 anizotróp	6...8% Al, 17...19% Ni, 24% Co, 5% Ti, 3% Cu	~800	3...4	0,65...0,75	70...80	15...20
Tinocal 400 anizotróp	14...15% Ni, 7...7,5% Al, 34% Co, 5...7% Ti, 4% Cu	875	3...4	0,78...0,85	96...118	32...40
Alnico 8 anizotróp	7% Al, 14,5% Ni, 34% Co, 4% Cu, 1% Nb, 7% Ti	–	–	0,82	150	51,5
Cunico	45...50% Cu, 29...30% Co, 21...25% Ni	~850	3,6	0,34...0,53	36...56	6,7...7,8
Cunife	20% Ni, 60...68% Cu, 2,5% Cr	720	4,6	0,33...0,55	28,6...33	6,8...8,6
Vicalloy	52...13% Co, 92...3% V	~700	7,1...7,9	0,9...1,4	23,8...40	8...27,7
Comalloy	15% Co, 15...20% Mo	–	–	1	18,3	8

### 9.58. Lágymágneses anyagok

Az adatok gyártók és gyártási technológiák szerint változhatnak, az egyes mennyiségek mérési definíciója is különbözhet.

Név	Összetétel	Curie-pont $T_C$ (°C)	Kezdeti permeabilitás, $\mu_k$	Maximális permeabilitás $\mu_{max}$	Telítési indukció $B_s$ (T)	Remanens indukció $B_r$ (T)	Koercitív térférség $H_c$ (A/m)
Armcovas	max. 0,04% C	768	300	5 000	2,15	–	70...100
Fe-Si izotrop	0,7...1,1% Si	780	40...55	400...600	2,12...2,14	1,2	40
Fe-Si izotrop	1,7...2,8% Si	775...780	40...55	400...600	2...2,04	1,2	40
Fe-Si izotrop	3,2...4,4% Si	775...760	40...55	400...600	1,93...2,02	1,2	40
Fe-Si izotrop	3,1...4,6% Si	755...775	40...55	400...600	1,92...2,02	1,2	40
Fe-Si anizotrop	3% Si	740	1500	40000	2	1,2	8
Fe-Si textúrás	3% Si	740	–	116000	2	1,2	5,6
Hyperm 1	3...4% Si	770	500	8 500	1,85	–	80
Hyperm 5	4...5% Si	770	500	25 000	2	–	16
Hyperm 20	20% Cr, 5% Al	–	1300	3 800	1,15	–	50
Hyperm 36	36...40% Ni	230	1 800	6 500	1,2	–25	–
Permalloy	70...80% Ni	600	9 000	100 000	1,02	0,6	4
Permalloy-C	78,5% Ni, 3...4% Mo	480	6 000	70 000	0,8	0,5	4
Super-Permalloy	77% Ni, 1% Si, 0,5% Mn	–	10 000	50 000	1,08	–	2,8
Supermalloy	79% Ni, 5% Mo, 0,5% Mn	410	80 000	300 000...1 000 000	0,8	–	0,15
Mumetal	76% Ni, 5% Cu, 2% Cr	420	25 000	70 000	0,65...0,9	–	0,8...5
Permendur	50% Co	980	800	4 500...8 000	2,45	–	120
Perminvar	45% Ni, 25% Co	710	1 800	150 000	1,55	–	4

9.59. Elemek elektrokémiai egyenértéke, kémiailag egyenértékű tömege és oxidációszám-változása

Az elem neve (zárójelben az oxidációszám-változás)	Elektrokémiai egyenértéke $k$ (mg/C)	Kémiailag egyenértékű tömege (g)
alumínium (3)	0,093 2	8,99
bróm (1)	0,828 2	79,916
cink (2)	0,388 8	32,69
ezüst (1)	1,117 93	107,88
fluor (1)	0,196 9	19,00
hidrogén (1)	0,010 45	1,008
higany (1)	2,078 9	200,61
higany (2)	1,039 4	100,3
jód (1)	1,315 2	126,91
kalcium (2)	0,207 6	20,04
kálium (1)	0,405 2	39,10
kén (2)	0,166 1	16,03
klór (1)	0,367 4	35,457
króm (4)	0,179 7	17,34
lítium (1)	0,071 9	6,94
magnézium (2)	0,126 0	12,16
mangán (2)	0,284 6	27,47
mangán (3)	0,189 7	18,31
nátrium (1)	0,238 2	22,991
nikkel (2)	0,304 1	29,34
nikkel (3)	0,202 7	19,56
ólom (2)	1,073 6	103,61
ón (2)	0,615 0	59,35
ón (4)	0,307 5	29,68
oxigén (2)	0,082 90	8,00
platina (4)	0,505 8	48,81
réz (1)	0,658 4	63,54
réz (2)	0,329 2	31,77
vas (2)	0,289 3	27,92
vas (3)	0,192 9	18,61

9.60. Elemek platinával létesített termofeszültsége 100 °C hőmérséklet-különbség esetén

(A platinához viszonyított feszültségek)

Termofeszültség 0...100 °C hőmérséklet-tartományban $U_t$ (mV)		Termofeszültség 0...100 °C hőmérséklet-tartományban $U_t$ (mV)	
alumínium	0,42	magnézium	0,44
antimon	4,89	molibdén	1,45
arany	0,74	nikkel	-1,48
bizmut	-7,34	ólom	0,44
cérium	1,14	ón (fehér, $\beta$ ón)	0,42
cink	0,76	palládium	-0,57
cirkónium	1,17	réz	0,76
ezüst	0,74	ródium	0,70
germánium	33,9	szén	0,70
higany	0,045	szilícium	-41,56
indium	0,69	tallium	0,58
irídium	0,65	tantál	0,33
ittrium	0,55	tórium	-0,13
kadmium	0,91	vanádium	0,63
kalcium	-0,51	vas	1,98
kobalt	-1,33	volfrám	1,12
lítium	1,82		

9.61. Volta-féle feszültségsor

Zn-Pb	0,39 V	Zn-Fe	0,75 V
Pb-Sn	0,06 V	Fe-Ag	0,30 V
Sn-Fe	0,30 V	Ag-Au	-0,07 V
Fe-Cu	0,14 V	Au-Cu	-0,09 V
összesen:	0,89 V	összesen:	0,89 V



9.62. Termoelemek elektromotoros ereje o °C-os referencia-hőmérsékletre vonatkoztatva

$t$ (°C)	Réz-konstantán <sup>1</sup> (T típus) $U_t$ (mV)	Vas-konstantán <sup>1</sup> (J típus) $U_t$ (mV)	Platina (13% ródiium)– platina (R típus) $U_t$ (mV)	Platina (6% ródiium)– platina (30% ródiium) (B típus) $U_t$ (mV)
–270	–6,258	–	–	–
–210	–5,753	–8,096	–	–
–200	–5,603	–7,890	–	–
–100	–3,378	–4,632	–	–
–50	–1,819	–2,431	–0,226	–
0	0	0	0	–
20	0,789	1,019	0,111	–
40	1,611	2,058	0,232	0
50	2,035	2,585	0,296	0,002
100	4,277	5,268	0,647	0,033
200	9,286	10,777	1,468	0,178
300	14,860	16,325	2,400	0,431
400	20,869	21,846	3,407	0,786
500	–	27,388	4,471	1,241
600	–	33,096	5,582	1,791
700	–	39,130	6,741	2,430
760	–	42,922	7,460	2,855
800	–	45,498 <sup>2</sup>	7,949	3,154
900	–	51,875 <sup>2</sup>	9,203	3,957
1000	–	57,942 <sup>2</sup>	10,503	4,833
1100	–	63,777 <sup>2</sup>	11,846	5,777
1200	–	69,536 <sup>2</sup>	13,224	6,783
1300	–	–	14,624	7,845
1400	–	–	16,035	8,952
1500	–	–	17,445	10,094
1600	–	–	18,842 <sup>3</sup>	11,257
1700	–	–	20,215 <sup>3</sup>	12,426
1760	–	–	21,006 <sup>3</sup>	13,124
1800	–	–	–	13,585
1820	–	–	–	13,814

<sup>1</sup>: konstantán: 55% Cu, 45% Ni

<sup>2</sup>: kiterjesztett mérési tartomány

<sup>3</sup>: csak rövid idejű mérésre használható

9.63. Az elektromágneses színek tartományai

Hullám-hossz $\lambda$ (m)	Frekvencia $\nu$ (Hz)	Fotonenergia $E$ (J)	Megnevezés	Felhasználás
$10^6$	$3 \cdot 10^2$	$2 \cdot 10^{-30}$	hangfrekvenciás tartomány	technikai felhasználás
$10^3$	$3 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^{-27}$	rádiófrekvenciák	rádió és televízió földi műsorszórás
$10^0$	$3 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^{-24}$		hosszú (HH)
				közép (KH)
				rövid (RH)
				ultrarövid (URH)
				hullámokon
$10^{-3}$	$3 \cdot 10^{11}$	$2 \cdot 10^{-21}$	mikrohullámok	műholdas műsorszórás televízió, telefon adatátvitel
			infravörös	helymeghatározás (GPS) hőkezelés (mikrohullámú sütő)
$10^{-6}$	$3 \cdot 10^{14}$	$2 \cdot 10^{-18}$		orvosi terápia hőképzés technológiai hőkezelés
380 nm– 780 nm	789,5 THz– 384,6 THz	0,523 aJ– 0,255 aJ	látható fény	emberi látás, képzés, optikai eszközök
			ultraibolya	orvosi terápia, sterilizálás
$10^{-9}$	$3 \cdot 10^{17}$	$2 \cdot 10^{-15}$	röntgensugárzás	orvosi diagnosztika orvosi terápia
$10^{-12}$	$3 \cdot 10^{20}$	$2 \cdot 10^{-12}$	gamma-sugárzás	ipari anyagszerkezet- vizsgálat ipari technológiai folya- matok
$10^{-15}$	$3 \cdot 10^{23}$	$2 \cdot 10^{-9}$	kozmosz sugárzás	a részecskefizika vizsgálá- tának tárgya

9.64. Különbféle anyagok levegőre vonatkoztatott törésmutató-értéke három nevezetes hullámhosszon, határszöge és diszperziója 20 °C hőmérsékleten és 10<sup>5</sup> Pa nyomáson

9.64.1. Folyadékok

Név	$n$ $\lambda = 760,82 \text{ nm}$ O <sub>A</sub>	$n$ $\lambda = 589,3 \text{ nm}$ Na <sub>D</sub>	$n$ $\lambda = 396,85 \text{ nm}$ Ca <sub>H</sub>	Határszög Na <sub>D</sub> , $\alpha_h$	Diszperzió $n_{396,85 \text{ nm}} -$ $n_{656,28 \text{ nm}}$
etil-alkohol (etanol)	–	1,36170	1,37380	47° 16'	0,0139
éter (dietyl-éter)	1,3488	1,35259	1,36430	47° 40'	0,0135
benzol	1,49098	1,50132	1,53402	41° 46'	0,03769
glicerin	1,4646	1,46949	1,48357	42° 47'	0,01638
kanadabalsam	–	1,54200	–	40° 26'	–
szénkéneg (szén-szulfid)	1,60876	1,62769	1,69939	37° 54'	0,08123
terpentin	1,46624	1,47230	1,49149	42° 47'	0,02208
víz	1,3289	1,33299	1,34348	48° 31'	0,012328
lenolaj	–	1,486	–	42° 18'	–
ricinusolaj	–	1,478	–	42° 35'	–

9.64.2. Szilárd anyagok

Név	$n$ $\lambda = 760,82 \text{ nm}$ O <sub>A</sub>	$n$ $\lambda = 589,3 \text{ nm}$ Na <sub>D</sub>	$n$ $\lambda = 396,85 \text{ nm}$ Ca <sub>H</sub>	Határszög Na <sub>D</sub> , $\alpha_h$	Diszperzió $n_{396,85 \text{ nm}} -$ $n_{656,28 \text{ nm}}$
gyémánt	2,4024	2,41720	2,46580	24° 26'	0,0559
kősó (NaCl)	1,53681	1,54426	1,56843	40° 21'	0,02781
folypát (CaF <sub>2</sub> )	1,430995	1,43383	1,44210	44° 13'	0,009614
jénai üvegek:					
bór-korona (BK – 1)	1,50491	1,51002	1,52457	41° 29'	0,01695
nehézkorona (SK – 1)	1,60347	1,61016	1,62999	38° 23'	0,02301
flint (F – 3)	1,60294	1,61279	1,64518	38° 19'	0,03213
nehézflint (SF – 4)	1,73924	1,75496	1,81038	34° 44'	0,0631

9.64.3. Kettőtörő anyagok

Név	$n$ $\lambda = 760,82 \text{ nm}$ $O_A$	$n$ $\lambda = 589,3 \text{ nm}$ $Na_D$	$n$ $\lambda = 396,85 \text{ nm}$ $Ca_H$	Határszög $Na_D,$ $\alpha_h$	Diszperzió $n_{396,85 \text{ nm}} -$ $n_{656,28 \text{ nm}}$
jég (0 °C-on)					
rendes sugár	1,3071	1,30910	1,31330	49° 48'	0,0066
rendellenes sugár	1,3086	1,31050	1,31470	49° 42'	0,0067
kvarckristály (SiO <sub>2</sub> )					
rendes sugár	1,53919	1,54422	1,55812	40° 21'	0,016243
rendellenes sugár	1,5481	1,55332	1,56769	40° 04'	0,0168
mészpát (kalcit, CaCO <sub>3</sub> )					
rendes sugár	1,64996	1,65838	1,68318	37° 05'	0,02877
rendellenes sugár	1,48269	1,48643	1,49774	42° 17'	0,01312

9.65. A víz diszperziója 20 °C-on, 10<sup>5</sup> Pa nyomáson, levegőre vonatkoztatva

Hullámhossz nm	Hg	H	Hg	Cd	H	Hg
	404,658	434,0483	435,8367	479,994	486,135	546,0753
$n_{lev}$	1,342742	1,340340	1,340210	1,337448	1,337123	1,334466

Hullámhossz nm	He	Na	Cd	H	K
	587,5654	589,30	643,85034	656,2819	768,20
$n_{lev}$	1,333041	1,332988	1,331458	1,331151	1,32889

9.66. A víz levegőre vonatkoztatott törésmutatójának hőmérsékletfüggése  $\lambda = 589,3 \text{ nm}$ -en

Hőmérséklet °C	Törésmutató $n_{lev}$	Hőmérséklet °C	Törésmutató $n_{lev}$	Hőmérséklet °C	Törésmutató $n_{lev}$
15	1,33334	45	1,32988	75	1,32413
20	1,33299	50	1,32909	80	1,32303
25	1,33252	55	1,32815	85	1,32187
30	1,33195	60	1,32721	90	1,32042
35	1,33131	65	1,32622	95	1,31922
40	1,33058	70	1,32520	100	1,31783

9.67. Normálállapotú gázok abszolút törésmutatói  
(0 °C hőmérsékleten,  $10^5$  Pa nyomáson,  $\lambda_{\text{NaD}} = 589,3$  nm-en)

Név	$n$
hidrogén	1,000 132 (1,12) <sup>1</sup>
hélium	1,000 035 (1,028) <sup>1</sup>
nitrogén	1,000 298 (1,197) <sup>1</sup>
oxigén	1,000 271 (1,221) <sup>1</sup>
fluor	1,000 195
neon	1,000 067
klór	1,000 773

Név	$n$
argon	1,000 281
kripton	1,000 427
xenon	1,000 702
szén-dioxid	1,000 45
levegő	1,000 292
ammónia	1,000 37

<sup>1</sup> Folyékony halmazállapotban

9.68. Referenciának tekinthető Fraunhofer-vonalak hullámhossza  
levegőben, 15 °C hőmérsékleten és  $10^5$  Pa nyomáson  
(Spektroszkópiai alappontok)

A vonalat adó elem neve	A vonal neve	$\lambda$ (nm)	A vonalat adó elem neve	A vonal neve	$\lambda$ (nm)
kálium	$\alpha$	769,898	vas	$f$	432,576
		766,491	kalcium	$G$	430,774
oxigén	$A$	760,82	kalcium	$g$	422,672 8
oxigén	$B$	686,72	hidrogén	$\delta, H$	410,173 6
kadmium	$C'$	643,846 96	kálium	$\beta$	404,720
oxigén	$\alpha$	628,29			404,414
hidrogén	$\alpha, C$	656,278 5	kalcium	$H$	396,847 5
nátrium	$D_1$	589,593 2	kalcium	$H', K$	393,367
nátrium	$D_2$	588,996 5	vas	$L$	382,588 5
hélium	$D_3$	587,562 3			382,118 2
vas	$E$	527,036 1			382,043
		526,953 8			381,584 3
higany	$b_1$	518,360	vas	$M$	373,486 7
higany	$b_2$	517,268			372,437 8
vas	$b_3$	517,160 1			371,993
higany	$b_4$	516,732	vas	$N$	358,119 5
vas	$c$	495,760 4	vas	$O$	344,061 2
vas	$d$	466,813	kalcium	$R$	317,934
hidrogén	$\beta, F$	486,132	vas	$S$	310,067 1
vas	$e$	438,354	vas	$s$	304,761 1
hidrogén	$\gamma, G'$	434,046			

9.69. A látható tartományban átlátszó és áttetsző anyagok áteresztési, visszaverési és elnyelési értékei

A beeső fényintenzitásra vonatkoztatott százalékos értékek.

(*tr*: transzmisszió, áteresztés; *r*: reflexió, visszaverés; *a*: abszorpció, elnyelés)

Az anyag neve	Vastagság	<i>tr</i> , %	<i>r</i> , %	<i>a</i> , %	Szórás
közönséges üveg	1 ... 4 mm	90 ... 92	6 ... 8	2 ... 3	nincs
mintás díszüveg (ornamens)	3 ... 6 mm	60 ... 90	7 ... 20	3 ... 20	gyenge
drótbetétes üveg	6 mm	53 ... 70	15 ... 27	15 ... 20	
matt üveg (fény a sima oldalról)	2 ... 3 mm	63 ... 78	15 ... 20	10 ... 17	gyenge
matt üveg (fény a maratott oldalról)	2 ... 3 mm	82 ... 88	7 ... 8	5 ... 10	gyenge
opálüveg	2 ... 4 mm	12 ... 38	42 ... 57	20 ... 31	erős

9.70. A látható tartományban átlátszatlan anyagok visszaverési értékei

A beeső fényintenzitásra vonatkoztatott százalékos értékek.

(*r*: reflexió, visszaverés)

Az anyag neve	<i>r</i> , %	Szórás	Tükrözés
fényes alumínium	80 ... 85	–	erős
oxidált alumínium	75 ... 85	erős	gyenge
csiszolt alumínium	65 ... 75	gyenge	közepes
matt alumínium	55 ... 65	erős	–
fényes króm	60 ... 70	–	erős
fehér tűzzománc	65 ... 75	közepes	közepes
fényes nikkell	50 ... .60	–	erős
matt nikkell	48 ... 52	közepes	gyenge
matt fehér papír	70 ... 80	közepes	gyenge
fényes fehér papír	70 ... 80	gyenge	közepes
üvegtükör	80 ... 88	–	erős
csiszolt ezüst	90 ... 92	–	erős
világos vakolat	40 ... 45	gyenge	–
beton, cement	20 ... 30	erős	–
régi téglafal	5 ... 10	erős	–

9.71. Néhány fényforrás fényerőssége

Fényforrás	Fényerősség $I_V$ (cd)	Fényforrás	Fényerősség $I_V$ (cd)
gyertya	0,5 ... 1	mozigép vetítőlámpa	20 000
petróleumlámpa	5 ... 50	fényemittáló dióda (LED)	
izzólámpák	25 ... 250	normál fényerejű	$1 \dots 10 \cdot 10^{-3}$
fényszóró	$10 \dots 100 \cdot 10^6$	extra fényerejű	$100 \dots 1000 \cdot 10^{-3}$
kis vetítőlámpák	500 ... 2000	ultra nagy fényerejű	10 ... 50

9.72. Az emberi szem spektrális érzékenysége

A maximális érzékenységre normált értékek.

$V_\lambda$  a csapok relatív érzékenysége (nappali látás, jó megvilágítás)

$V'_\lambda$  a pálcikák relatív érzékenysége (éjszakai látás, gyenge megvilágítás)

$\lambda$ (nm)	$V_\lambda$	$V'_\lambda$
380	0,00004	0,00059
390	0,00012	0,0022
400	0,00040	0,0093
410	0,0012	0,0348
420	0,0040	0,0966
430	0,0116	0,1998
440	0,023	0,3281
450	0,038	0,455
460	0,060	0,567
470	0,091	0,676
480	0,139	0,793
490	0,208	0,904
500	0,323	0,982
<b>507</b>	–	<b>1,000</b>
510	0,503	0,997
520	0,710	0,935
530	0,862	0,811
540	0,954	0,650
550	0,995	0,481
<b>555</b>	<b>1,000</b>	–
560	0,995	0,3288
570	0,952	0,2076

$\lambda$ (nm)	$V_\lambda$	$V'_\lambda$
580	0,870	0,1212
590	0,757	0,0655
600	0,631	0,03315
610	0,503	0,01593
620	0,381	0,00737
630	0,265	0,00334
640	0,175	0,00150
650	0,107	0,00068
660	0,061	0,00031
670	0,032	0,00015
680	0,017	0,00007
690	0,0082	0,00004
700	0,0041	0,00002
710	0,0021	0,00001
720	0,00105	–
730	0,00052	–
740	0,00025	–
750	0,00012	–
760	0,00006	–
770	0,00003	–
780	0,000015	–

9.73. Szabad atomok első ionizációs energiája

Z	Az atom neve	Ionizációs energia $E_i$ (aJ)	Ionizációs energia $E_i$ (eV)	Z	Az atom neve	Ionizációs energia $E_i$ (aJ)	Ionizációs energia $E_i$ (eV)
13	alumínium	0,96	6	16	kén	1,66	10,37
51	antimon	1,38	8,64	17	klór	2,07	12,98
79	arany	1,48	9,24	27	kobalt	1,26	7,91
18	argon	2,52	15,78	36	kripton	2,24	14,01
33	arzén	1,57	9,83	24	króm	1,08	6,78
56	bárium	0,83	5,21	57	lantán	0,89	5,58
4	berillium	1,49	9,32	3	lítium	0,86	5,39
83	bizmut	1,17	7,29	12	magnézium	1,22	7,65
5	bór	1,33	8,31	25	mangán	1,19	7,44
35	bróm	1,89	11,82	42	molibdén	1,14	7,1
58	cérium	0,89	5,54	11	nátrium	0,82	5,14
55	cézium	0,62	3,89	60	neodímium	0,89	5,53
30	cink	1,50	9,41	10	neon	3,45	21,59
40	cirkónium	1,06	6,64	28	nikkel	1,22	7,65
66	diszprózium	0,95	5,95	41	nióbbium	1,08	6,77
68	erbbium	0,98	6,10	7	nitrogén	2,33	14,55
63	európpium	0,91	5,67	82	ólom	1,19	7,42
47	ezüst	1,21	7,58	50	ón	1,18	7,35
15	foszfor	1,68	10,49	8	oxigén	2,18	13,63
9	fluor	2,79	17,45	76	ozmium	1,39	8,71
64	gadolínium	0,99	6,16	46	palládium	1,34	8,38
31	gallium	0,96	5,99	78	platina	1,44	9,01
32	germánium	1,26	7,91	59	praeodímium	0,87	5,47
72	hafnium	1,09	6,83	75	rénium	1,26	7,89
2	hélium	3,92	24,5	29	réz	1,24	7,73
1	hidrogén	2,17	13,5	45	ródium	1,19	7,46
80	higany	1,67	10,45	37	rubídium	0,67	4,18
67	holmium	0,96	6,02	44	ruténium	1,18	7,37
49	indium	0,93	5,79	38	stroncium	0,91	5,7
77	irídium	1,46	9,11	62	szamárium	0,90	5,64
70	itterbbium	1	6,26	34	szelén	1,56	9,76
39	ittrium	0,99	6,22	6	szén	1,80	11,27
53	jód	1,67	10,4	14	szilícium	1,31	8,16
48	kadmium	1,44	8,99	21	szkandium	1,05	6,57
20	kalcium	0,97	6,08	81	tallium	0,98	6,11
19	kálium	0,69	4,34	73	tantál	1,26	7,90



Z	Az atom neve	Ionizációs energia $E_i$ (aJ)	Ionizációs energia $E_i$ (eV)	Z	Az atom neve	Ionizációs energia $E_i$ (aJ)	Ionizációs energia $E_i$ (eV)
52	tellúr	1,44	9,02	92	urán	0,99	6,20
65	terbium	0,94	5,86	23	vanádium	1,08	6,74
22	títán	1,09	6,83	26	vas	1,26	7,91
90	tórium	0,97	6,08	74	volfrám	1,28	7,98
69	túlium	0,99	6,18	54	xenon	1,94	12,14

9.74. Néhány atommag egy nukleonra jutó kötési energiája

Az atommag	Z	A	$m_{\text{atom}}$ ( $m_u$ )	Számított érték				Mért érték
				$\Delta m \cdot c^2 / A$ -ból		cseppmodellből		
				E		E		E
				pJ	MeV	pJ	MeV	
deutérium*	1	2	2,014	-0,136	-0,851	-	-	-0,186
trícium	1	3	3,016	-0,426	-2,664	-	-	-0,453
hélium	2	3	3,016	-0,357	-2,232	-	-	-0,412
hélium	2	4	4,003	-1,093	-6,831	-	-	-1,134
lítium	3	6	6,015	-0,710	-4,438	-	-	-0,854
lítium	3	7	7,016	-0,863	-5,359	-	-	-0,898
berillium	4	9	9,012	-0,999	-6,245	-	-	-1,035
bór	5	10	10,013	-0,997	-6,229	-	-	-1,038
szén	6	12	12,000	-1,189	-7,436	-	-	-1,231
nitrogén	7	14	14,003	-1,157	-7,233	-1,178	-7,361	-1,198
oxigén	8	16	15,995	-1,238	-7,735	-1,214	-7,589	-1,278
króm	24	52	51,940	-1,369	-8,556	-1,408	-8,797	-1,406
mangán	25	55	54,938	-1,380	-8,625	-1,411	-8,816	-1,404
vas	26	56	55,938	-1,137	-7,107	-1,408	-8,803	-1,409
kobalt	27	59	58,933	-1,368	-8,550	-1,432	-8,948	-1,405
nikkel	28	58	57,935	-1,360	-8,501	-1,398	-8,738	-1,399
réz	29	63	62,929	-1,365	-8,533	-1,428	-8,928	-1,402
cink	30	64	63,929	-1,362	-8,512	-1,417	-8,856	-1,400
arany	79	197	196,967	-1,235	-7,721	-1,392	-8,701	-1,268
higany	80	200	199,968	-1,234	-7,715	-1,391	-8,692	-1,267
ólom	82	208	207,974	-1,394	-8,710	-1,394	-8,713	-1,261
bizmut	83	209	208,979	-1,226	-7,663	-1,386	-8,665	1,257
tórium	90	232	232,038	-1,189	-7,429	-1,381	-8,631	-1,220
urán	92	234	234,039	-1,187	-7,415	-1,364	-8,527	-1,218
urán	92	235	235,044	-1,185	-7,408	-1,369	-8,557	-1,216
urán	92	238	238,048	-1,183	-7,394	-1,377	-8,609	-1,213

\*: A deutérium atommagjának önálló neve van: deutron

9.75. Néhány, a gyakorlatban használt vagy előforduló radioaktív izotóp felezési ideje, bomlásának neme és a sugárzás maximális energiája

Izo- tóp	Felezési idő $T_{1/2}$	A bomlás neme	A sugárzás maximális energiája		Izo- tóp	Felezési idő $T_{1/2}$	A bomlás neme	A sugárzás maximális energiája	
			(MeV)	(fJ)				(MeV)	(fJ)
$^3_1\text{H}$	12,3 év	$\beta^-$	0,018	2,880	$^{60}_{27}\text{Co}$	5,24 év	$\beta^-$ $\gamma$	0,312	49,92
$^{11}_6\text{C}$	20,5 perc	$\beta^+$	0,968	154,8				1,332	213,1
$^{14}_6\text{C}$	5568 év	$\beta^-$	0,155	24,80	$^{82}_{35}\text{Br}$	35,9 óra	$\beta^-$ $\gamma$	0,444	71,04
$^{22}_{11}\text{Na}$	2,6 év	$\beta^-$ $\gamma$	0,542	86,72	$^{90}_{38}\text{Sr}$			50,5 nap	$\beta^-$
$^{24}_{11}\text{Na}$			15 óra	$\beta^-$ $\gamma$	1,394 2,754	223 440,6	$^{90}_{38}\text{Sr}$	27,7 év	$\beta^-$
$^{32}_{15}\text{P}$	14,2 nap	$\beta^-$	1,707	273,1	$^{129}_{53}\text{I}$	1,72 · 10 <sup>7</sup> év	$\beta^-$ $\gamma$	0,15	24
$^{35}_{16}\text{S}$	88 nap	$\beta^-$	0,167	26,72	$^{131}_{53}\text{I}$			8,1 nap	$\beta^-$ $\gamma$
$^{40}_{19}\text{K}$	1,2 · 10 <sup>9</sup> év	$\beta^-$ 89%	1,33	212,8	$^{132}_{53}\text{I}$	2,3 óra	$\beta^-$ $\gamma$		
		EB 11%	–	–	0,673			107,7	
$^{42}_{19}\text{K}$	12,5 óra	$\beta^-$ $\gamma$	1,46	233,6	$^{137}_{55}\text{Cs}$	26,6 év	$\beta^-$ $\gamma$	0,514	82,24
			3,55	568				0,662	105,9
$^{45}_{20}\text{Ca}$	164 nap	$\beta^-$	0,254	40,64	$^{194}_{77}\text{Ir}$	19 óra	$\beta^-$ $\gamma$	2,24	358,4
$^{54}_{25}\text{Mn}$	291 nap	EB $\gamma$	–	134,4	$^{198}_{79}\text{Au}$	2,69 nap	$\beta^-$ $\gamma$	0,96	153,6
			0,84	–				0,412	65,92
$^{55}_{26}\text{Fe}$	2,6 év	EB	–	–	$^{203}_{80}\text{Hg}$	46,9 nap	$\beta^-$ $\gamma$	0,208	33,28
$^{59}_{26}\text{Fe}$	45,1 nap	$\beta^-$ $\gamma$	0,462	73,92	$^{240}_{81}\text{Tl}$	3,56 év	$\beta^-$ 98% EB 2%	0,764	122,2
			1,098	175,7				–	–
$^{56}_{27}\text{Co}$	77,3 nap	EB 80% $\beta^-$ 20% $\gamma$	–	–					
			1,50	240					
			0,85	136					

EB: elektronbefogás

9.76. Szilárd elemek és a higany kilépési munkája, határhullámhossza és kristályszerkezete

Elemek neve	Kilépési munka $W_{\min}$ (aJ)	Kilépési munka $W_{\min}$ (eV)	Határhullámhossz $\lambda$ (nm)	Kristályszerkezet
alumínium	0,68	4,25	290	lapcentrált köbös
antimon	0,69	4,33	285	romboédes
arany	0,77	4,80	260	lapcentrált köbös
arzén	0,82	5,10	245	romboédes
bárium	0,42	2,60	480	tércentrált köbös
berillium	0,71	4,45	280	szoros illeszkedésű hatszöges
bizmut	0,70	4,40	280	romboédes
bór	0,72	4,50	280	tetragonális, romboédes
cérium	0,46	2,90	435	lapcentrált köbös
cézium	0,31	1,96	635	tércentrált köbös
cink	0,69	4,29	290	szoros illeszkedésű hatszöges
cirkónium	0,64	4,00	310	szoros illeszkedésű hatszöges
európium	0,40	2,50	500	tércentrált köbös
ezüst	0,69	4,30	290	lapcentrált köbös
gadolínium	0,50	3,10	400	szoros illeszkedésű hatszöges
gallium	0,66	4,10	300	rombos
germánium	0,78	4,90	255	gyémánt
hafnium	0,62	3,90	320	szoros illeszkedésű hatszöges
higany	0,72	4,52	275	romboédes
indium	0,64	4,00	310	tetragonális
írdium	0,74	4,6	270	lapcentrált köbös
ittrium	0,50	3,1	400	szoros illeszkedésű hatszöges
kadmium	0,67	4,16	300	szoros illeszkedésű hatszöges
kalcium	0,45	2,83	440	lapcentrált köbös
kálium	0,36	2,26	550	tércentrált köbös
kobalt	0,75	4,70	265	szoros illeszkedésű hatszöges
króm	0,73	4,54	275	tércentrált köbös
lantán	0,56	3,50	355	szoros illeszkedésű hatszöges
lítium	0,42	2,64	470	tércentrált köbös
magnézium	0,58	3,64	345	szoros illeszkedésű hatszöges
mangán	0,64	3,97	310	tércentrált köbös
molibdén	0,71	4,45	280	tércentrált köbös
nátrium	0,41	2,55	485	tércentrált köbös
neodímium	0,51	3,20	395	szoros illeszkedésű hatszöges
nikkel	0,78	4,90	255	lapcentrált köbös
nióbium	0,69	4,30	290	tércentrált köbös
ólom	0,66	4,14	300	lapcentrált köbös

Lásd még a 282. és 285. oldalon is.

9.76. Szilárd elemek és a higany kilépési munkája, határhullámhossza és kristályszerkezete (folytatás)

Elemek neve	Kilépési munka $W_{\min}$ (aJ)	Kilépési munka $W_{\min}$ (eV)	Határhullámhossz $\lambda$ (nm)	Kristályszerkezet
ón (fehér, $\beta$ )	0,70	4,40	280	tetragonális
ozmium	0,77	4,80	260	szoros illeszkedésű hatszöges
palládium	0,80	5,00	250	lapcentrált köbös
platina	0,88	5,50	225	lapcentrált köbös
rénium	0,80	5,00	250	szoros illeszkedésű hatszöges
réz	0,73	4,53	275	lapcentrált köbös
ródiium	0,74	4,60	270	lapcentrált köbös
rubídium	0,35	2,16	575	tércentrált köbös
ruténium	0,75	4,71	265	szoros illeszkedésű hatszöges
szamárium	0,43	2,70	465	romboéderez
szelén	0,75	4,70	265	hexagonális
szén	0,77	4,80	260	hexagonális
szilícium	0,77	4,80	260	gyémánt
szkandium	0,56	3,50	355	szoros illeszkedésű hatszöges
tallium	0,60	3,77	330	szoros illeszkedésű hatszöges
tantál	0,67	4,20	295	tércentrált köbös
tellúr	0,78	4,84	255	hexagonális
terbium	0,48	3,00	415	szoros illeszkedésű hatszöges
titán	0,66	4,14	300	szoros illeszkedésű hatszöges
tórium	0,54	3,40	365	lapcentrált köbös
urán	0,58	3,60	345	rombos
vanádium	0,67	4,21	295	tércentrált köbös
vas	0,70	4,40	280	tércentrált köbös
volfrám	0,73	4,54	275	tércentrált köbös

9.77. Diffúziós együtthatók és aktivációs energiák

Befogadó kristály	Diffundáló atom	Diffúziós állandó $D_0$ (cm <sup>2</sup> /s)	Aktivációs energia $E$ (eV)
szilícium	Al	8,0	3,47
szilícium	Ga	3,6	3,51
szilícium	In	16,0	3,90
szilícium	As	0,32	3,56
szilícium	Au	0,001	1,13
réz	Cu	0,20	2,04
réz	Zn	0,34	1,98
ezüst	Ag	0,40	1,91
ezüst	Cu	1,2	2,00

9.78. Félvezető anyagok tilos sáv szélessége 0 K és 300 K hőmérsékleten, töltéshordozó mozgékonyaságai és olvadáspontjai

Félvezető anyagok	Sáv	Tilos sáv szélesség $E_g$				Elektron- mozgékony- ság $\mu_n$ ( $\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ )	Lyukmozgékony- ság $\mu_p$ ( $\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ )	Olvadáspont $t_0$ ( $^\circ\text{C}$ )	
		0 K		300 K					Szobahőmérsékleten
		aJ	eV	aJ	eV				
gyémánt	i	0,87	5,4	–	–	1 800	1 200	3 540	
Si	i	0,19	1,17	0,18	1,14	1 300	500	1 414	
Ge	i	0,12	0,74	0,11	0,67	4 500	3 500	938	
Sn	d	0,00	0,00	0,00	0,00	–	–	232	
InSb	d	0,04	0,24	0,03	0,18	77 000	750	523	
InAs	d	0,07	0,43	0,06	0,35	33 000	460	942	
InP	d	0,23	1,42	0,22	1,35	4 600	150	1 070	
GaP	i	0,37	2,32	0,36	2,26	110	75	1 350	
GaAs	d	0,24	1,52	0,23	1,43	8 800	400	1 240	
GaSb	d	0,13	0,81	0,13	0,78	4 000	1 400	706	
AlSb	i	0,26	1,65	0,24	1,52	–	–	–	
SiC	–	0,48	3,00	–	–	100	50	–	
Te	d	0,05	0,33	–	–	–	–	450	
ZnSb	–	0,09	0,56	0,09	0,56	–	–	–	
HgTe <sup>(1)</sup>	d	–4,81	–30	–	–	–	–	–	
PbS	d	0,05	0,29	0,05 ... 0,06	0,34 ... 0,37	550	600	1 110	
PbSe	d	0,03	0,17	0,04	0,27	1 020	930	1 065	
PbTe	d	0,03	0,19	0,05	0,30	1 620	750	904	
CdS	d	0,41	2,58	0,39	2,42	200	20	1 475	
CdSe	d	0,29	1,84	0,28	1,74	200	–	1 250	
CdTe	d	0,26	1,61	0,23	1,45	600	100	1 040	
ZnO	–	0,55	3,44	0,51	3,20	–	–	–	
ZnS	–	0,63	3,91	0,58	3,60	–	–	–	
SnTe	d	0,05	0,30	0,03	0,18	–	–	–	
AgCl	–	–	–	0,51	3,20	50	–	–	
AgI	–	–	–	0,45	2,80	–	–	–	
Cu <sub>2</sub> O	–	0,35	2,17	–	–	–	–	–	
TiO <sub>2</sub>	–	0,49	3,03	–	–	–	–	–	

i: közvetett tiltott sáv

d: közvetlen tiltott sáv

<sup>(1)</sup>: a sávok átfedik egymást

9.79. Elemek és vegyületek szupravezetési hőmérséklete

Elemek	Szupravezetési hőmérséklet $T_s$ (K)	Elemek	Szupravezetési hőmérséklet $T_s$ (K)	Elemek	Szupravezetési hőmérséklet $T_s$ (K)
alumínium	1,175	íridium	0,11	rénium	1,7
berillium	0,026	kadmium	0,517	ruténium	0,49
cink	0,85	lantán	4,88	tallium	2,38
cirkónium	0,61	molibdén	0,915	tantál	4,47
gallium	1,08	nióbbium	9,25	titán	0,4
hafnium	0,128	ólom	7,196	tórium	1,38
higany	4,15	ón	3,722	vanádium	5,4
indium	3,41	ozmium	0,66	volfrám	0,0154

Vegyületek	Szupravezetési hőmérséklet $T_s$ (K)	Egyéb anyagok	Szupravezetési hőmérséklet $T_s$ (K)
Ti <sub>2</sub> O	3,44	Ba-La-Cu-O	> 30
La <sub>3</sub> In	10,4	La-Sr-Cu-O	37
NbTi	10,5	Y-La-Cu-O	> 90
NbZr	11	Y-Ba-Cu-O	95
NbN	16,0	Bi-Sr-Ca-Cu-O	110
V <sub>3</sub> Ga	16,3	Tl-Ba-Ca-Cu-O	125
V <sub>3</sub> Si	17,1	Tl-Ba-Ca-Cu-O*	131'
Nb <sub>3</sub> Al	17,5	Hg-Ba-Ca-Cu-O	133'
Nb <sub>3</sub> Sn	18,1	Hg-Ba-Ca-Cu-O**	155'
Nb <sub>3</sub> Ge	23,2	Hg-Pb-Ba-Ca-Cu-O	133''
		Hg-Ba-Ca-Cu-O***	164''
		.....	.....
		.....	.....
		.....	.....
		.....	.....
		.....	.....

\*: 7 GPa nyomáson  
 \*\*: 25 GPa nyomáson  
 \*\*\*: 30 GPa nyomáson  
 ': Előállítása 1993-ban  
 '': Előállítása 1994-ben

### 9.80. Az anyagot összetartó kölcsönhatások jellemzői

Kölcsönhatás	Erőátvivő elemi részecske (bozon)	Kölcsönható részecskék	A kölcsönhatás	
			relatív erőssége	hatótávolsága (m)
gravitációs	graviton <sup>1</sup>	mindegyik	$10^{-39}$	végtelen
gyenge	$W^+, W^-, Z^0$	mindegyik	$10^{-5}$	$10^{-18}$
elektromágneses	foton	minden, töltéssel vagy mágneses momentummal rendelkező	$10^{-2}$	végtelen
erős	8 gluon	hadronok	1	$10^{-15}$

<sup>1</sup> Ez idáig (2009) kísérletileg még nem sikerült kimutatni létezését.

### 9.81. A standardmodell részecskéi

Minden kvarknak és leptonnak létezik antirészecskéje, ezeket a táblázat nem tartalmazza.

### 9.82. A fermionok generációi

Fermionok		Jelölés	Elektromos töltés*	Tömeg**
első generáció				
kvarkok	up	$u$	+2/3	0,004
	down	$d$	-1/3	0,008
leptonok	elektron	$e$	-1	0,0005
	elektron-neutrínó	$\nu_e$	0	> 0?***
második generáció				
kvarkok	charm	$c$	+2/3	1,4
	strange	$s$	-1/3	0,1
leptonok	müion	$\mu$	-1	0,01
	müion-neutrínó	$\nu_\mu$	0	> 0?***
harmadik generáció				
kvarkok	top	$t$	+2/3	175
	bottom	$b$	-1/3	4,2
leptonok	tau	$\tau$	-1	1,78
	tau-neutrínó	$\nu_\tau$	0	> 0?***

\*: elemi töltésegységben kifejezve

\*\* : proton (neutron) tömegegységben kifejezve ( $m_p \sim m_n \sim 1 \text{ GeV}/c^2$ )

\*\*\* A legújabb mérési eredmények szerint legalább az egyik neutrínónak nagyon kicsi, de nullánál nagyobb a tömege. Ezzel együtt fellép a neutrínóoszilláció jelensége.

### 9.83. Az erőhordozó bozonok tulajdonságai

A bozon neve	A közvetített kölcsönhatás	Elektromos töltés*	Spin	Tömeg**
foton	elektromágneses	0	1	0
W <sup>+</sup>	gyenge	+1	1	81
Z <sup>0</sup>		0	1	92
W <sup>-</sup>		-1	1	81
8 gluon	erős	0	1	0
graviton	gravitáció	0	2	0

\*: elemi töltésegységben kifejezve

\*\* : proton (neutron) tömegegységben kifejezve ( $m_p \sim m_n \sim 1 \text{ GeV}/c^2$ )

### 9.84. A hadronok felépítése és tulajdonságai

Hadronok		Kvarkösszetétel	Elektromos töltés*	Spin	Tömeg**	Élettartam (s)
barionok	proton	<i>uud</i>	1	1/2	0,938	$> 5 \cdot 10^{32}$
	neutron	<i>udd</i>	0	1/2	0,40	900
	lambda	<i>uds</i>	0	1/2	1,116	$2,63 \cdot 10^{-10}$
	omega mínusz	<i>sss</i>	-1	3/2	1,672	$8,2 \cdot 10^{-11}$
	delta	<i>uuu</i>	2	3/2	1,232	$\sim 6 \cdot 10^{-24}$
mezonok	pion <sup>+</sup>	<i>u<math>\bar{d}</math></i>	1	0	0,140	$2,60 \cdot 10^{-8}$
	pion <sup>0</sup>	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	0	0	0,135	$8,4 \cdot 10^{-16}$
	kaon	<i>u<math>\bar{s}</math></i>	1	0	0,494	$1,24 \cdot 10^{-8}$
	ró	<i>u<math>\bar{d}</math></i>	1	1	0,770	$\sim 4,4 \cdot 10^{-24}$
	d-mezon	<i>c<math>\bar{u}</math></i>	0	0	1,865	$4,3 \cdot 10^{-13}$
	b-mezon	<i>u<math>\bar{b}</math></i>	1	0	5,271	$1,4 \cdot 10^{-12}$

A feles spinű hadronok a fermionok, az egész spinűek a bozonok családjába tartoznak.

\*: elemi töltésegységben kifejezve

\*\* : proton (neutron) tömegegységben kifejezve ( $m_p \sim m_n \sim 1 \text{ GeV}/c^2$ )

### 9.85. A fizikai Nobel-díj kitüntetettjei

1901	Wilhelm Conrad <b>Röntgen</b>	1906	Sir Joseph John <b>Thomson</b>
1902	Hendrik Antoon <b>Lorentz</b> Pieter <b>Zeeman</b>	1907	Albert Abraham <b>Michelson</b>
		1908	Gabriel <b>Lippmann</b>
1903	Antoine Henri <b>Becquerel</b> Pierre <b>Curie</b> Marie <b>Curie</b> (Sklodowska)	1909	Guglielmo <b>Marconi</b> Karl Ferdinand <b>Braun</b>
		1910	Johannes Diderik <b>van der Waals</b>
		1911	Wilhelm <b>Wien</b>
1904	Lord (John William Strutt) <b>Rayleigh</b>	1912	Nils Gustaf <b>Dalén</b>
1905	Philipp Eduard Anton von <b>Lenard</b>		



1913	Heike <b>Kamerlingh-Onnes</b>	1952	Felix <b>Bloch</b> Edward Mills <b>Purcell</b>
1914	Max von <b>Laue</b>		
1915	Sir William Henry <b>Bragg</b> William Lawrence <b>Bragg</b>	1953	Frits <b>Zernike</b>
1916	–	1954	Max <b>Born</b> Walther <b>Bothe</b>
1917	Charles Glover <b>Barkla</b>	1955	Willis Eugene <b>Lamb</b> Polykarp <b>Kusch</b>
1918	Max Karl Ernst Ludwig <b>Planck</b>		
1919	Johannes <b>Stark</b>	1956	William Bradford <b>Shockley</b> John <b>Bardeen</b> Walter Houser <b>Brattain</b>
1920	Charles Edouard <b>Guillaume</b>		
1921	Albert <b>Einstein</b>	1957	Chen Ning <b>Yang</b> Tsung-Dao <b>Lee</b>
1922	Niels Henrik David <b>Bohr</b>		
1923	Robert Andrews <b>Millikan</b>	1958	Pavel Alekszejevics <b>Cserenkov</b> Ilja Mihajlovics <b>Frank</b> Igor Jevgenyevics <b>Tamm</b>
1924	Karl Manne Georg <b>Siegbahn</b>		
1925	James <b>Franck</b> Gustav <b>Hertz</b>	1959	Emilio <b>Segré</b> Owen <b>Chamberlain</b>
1926	Jean Baptiste <b>Perrin</b>		
1927	Arthur Holly <b>Compton</b> Charles Thomson Rees <b>Wilson</b>	1960	Donald Arthur <b>Glaser</b>
1928	Owen Willans <b>Richardson</b>	1961	Robert <b>Hofstadter</b> Rudolf <b>Mössbauer</b>
1929	Prince Louis Victor <b>de Broglie</b>	1962	Lev Davidovics <b>Landau</b>
1930	Sir Chandrasekhara Vénkata <b>Raman</b>	1963	<b>Wigner</b> Jenő Maria <b>Goepfert-Mayer</b> Hans Daniel <b>Jensen</b>
1931	–		
1932	Werner <b>Heisenberg</b>	1964	Charles Hard <b>Townes</b> Nyikolaj Gennagyjevics <b>Baszov</b> Alekszandr Mihajlovics <b>Prohorov</b>
1933	Erwin <b>Schrödinger</b> Paul Adrien Maurice <b>Dirac</b>		
1934	–	1965	Sin-Itiro <b>Tomonaga</b> Julian <b>Schwinger</b> Richard Phillips <b>Feynman</b>
1935	James <b>Chadwick</b>		
1936	Victor Franz <b>Hess</b> Carl David <b>Anderson</b>	1966	Alfred <b>Kastler</b>
1937	Clinton Joseph <b>Davison</b> George Paget <b>Thomson</b>	1967	Hans Albrecht <b>Bethe</b>
1938	Enrico <b>Fermi</b>	1968	Luis Walter <b>Alvarez</b>
1939	Ernest Orlando <b>Lawrence</b>	1969	Murray <b>Gell-Mann</b>
1940	–	1970	Hannes Olof Gösta <b>Alfvén</b> Louis Eugène Félix <b>Néel</b>
1941	–		
1942	–	1971	<b>Gábor</b> Dénes
1943	Otto <b>Stern</b>	1972	John <b>Bardeen</b> Leon Neil <b>Cooper</b> John Robert <b>Schrieffer</b>
1944	Isidor Isaac <b>Rabi</b>		
1945	Wolfgang <b>Pauli</b>	1973	Leo <b>Esaki</b> Ivar <b>Giaever</b> Brian David <b>Josephson</b>
1946	Percy Williams <b>Bridgman</b>		
1947	Sir Edward Victor <b>Appleton</b>	1974	Sir Martin <b>Ryle</b> Antony <b>Hewish</b>
1948	Patrick Maynard Stuart <b>Blackett</b>		
1949	Hideki <b>Yukawa</b>	1975	Aage Niels <b>Bohr</b> Ben Roy <b>Mottelson</b> Leo James <b>Rainwater</b>
1950	Cecil Frank <b>Powell</b>		
1951	Sir John Douglas <b>Cockcroft</b> Ernest Thomas Sinton <b>Walton</b>		

1976	Burton <b>Richter</b> Samuel Chao Chung <b>Ting</b>	1996	David M. <b>Lee</b> Douglas D. <b>Osheroff</b> Robert C. <b>Richardson</b>
1977	Philipp Warren <b>Anderson</b> Sir Nevill Francis <b>Mott</b> John Hasbrouck <b>van Vleck</b>	1997	Steven <b>Chu</b> Claude <b>Cohen-Tannoudji</b> William D. <b>Phillips</b>
1978	Pjotr Leonyidovics <b>Kapica</b> Arno Allan <b>Penzias</b> Robert Woodrow <b>Wilson</b>	1998	Robert B. <b>Laughlin</b> Horst L. <b>Strömer</b> Daniel C. <b>Tsui</b>
1979	Sheldon Lee <b>Glashow</b> Abdus <b>Salam</b> Steven <b>Weinberg</b>	1999	Gerardus 't <b>Hooft</b> Martinus J. G. <b>Veltman</b>
1980	James Watson <b>Cronin</b> Val Logsdon <b>Fitch</b>	2000	Zores I. <b>Alferov</b> Herbert <b>Kroemer</b> Jack S. <b>Kilby</b>
1981	Nicolaas <b>Bloembergen</b> Arthur Leonard <b>Schawlow</b> Kai Manne <b>Siegbahn</b>	2001	Eric A. <b>Cornell</b> Wolfgang <b>Ketterle</b> Carl E. <b>Wieman</b>
1982	Kenneth G. <b>Wilson</b>	2002	Raymond <b>Davis Jr.</b> Masatoshi <b>Koshiba</b> Riccardo <b>Giacconi</b>
1983	Subramanyan <b>Chandrasekhar</b> William Alfred <b>Fowler</b>	2003	Alexei A. <b>Abrikosov</b> Vitalij <b>Ginzburg</b> Anthony J. <b>Leggett</b>
1984	Carlo <b>Rubbia</b> Simon <b>van der Meer</b>	2004	David J. <b>Gross</b> David H. <b>Politzer</b> Frank <b>Wilczek</b>
1985	Klaus <b>von Klitzing</b>	2005	Roy J. <b>Glauber</b> John L. <b>Hall</b> Theodor W. <b>Hänsch</b>
1986	Ernst <b>Ruska</b> Gerd <b>Binnig</b> Heinrich <b>Rohrer</b>	2006	John C. <b>Mather</b> George F. <b>Smoot</b>
1987	Johannes Georg <b>Bednorz</b> Karl Alexander <b>Müller</b>	2007	Albert <b>Fert</b> Peter <b>Grünberg</b>
1988	Leon M. <b>Lederman</b> Melvin <b>Schwartz</b> Jack <b>Steinberger</b>	2008	Makoto <b>Kobayashi</b> Toshihide <b>Maskawa</b> Yoichiro <b>Nambu</b>
1989	Hans G. <b>Dehmelt</b> Wolfgang <b>Paul</b> Norman F. <b>Ramsey</b>	2009	Charles K. <b>Kao</b> Willard S. <b>Boyle</b> George E. <b>Smith</b>
1990	Jerome I. <b>Friedman</b> Henry W. <b>Kendall</b> Richard E. <b>Taylor</b>	2010	Andrej <b>Geim</b> Konsztantyn <b>Novosjolov</b>
1991	Pierre-Gilles <b>de Gennes</b>		
1992	Georges <b>Charpak</b>		
1993	Russell A. <b>Hulse</b> Joseph H. <b>Taylor Jr.</b>		
1994	Bertram N. <b>Brockhouse</b> Clifford G. <b>Shull</b>		
1995	Martin L. <b>Perl</b> Frederick <b>Reines</b>		

## 1. A LEGFONTOSABB CSILLAGÁSZATI ÁLLANDÓK ÉS MÉRTÉKEGYSÉGEK

A fény terjedési sebessége vákuumban	$c = 299\,792,458 \frac{\text{km}}{\text{s}}$
Csillagászati egység (Föld–Nap középtávolság)	1 Cs.E. = 149 597 870 km
Fényév	1 fényév = 9,460 530 billió km
Parszek	1 parszek = 206 264,806 Cs.E. = = 3,261 633 fényév = 30,856 78 billió km
Hubble-állandó (az extragalaktikus objektumok távolsága és távolodási sebessége közötti arányossági tényező)	$H_0 \approx 70 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$
Abszolút fényesség	az a fényesség, amilyennek 10 parszek távolságból látszana a szóban forgó égitest
A tropikus év hossza:	365,242 198 78 nap
A sziderikus év hossza:	365,256 366 nap

## 2. A NAP, A FÖLD ÉS A HOLD LEGFONTOSABB ADATAI

Nap	
látszólagos átmérője	31' 59,2''
valódi átmérője	$D_N = 1,392 \cdot 10^6 \text{ km}$ (109 $D_F$ )
tömege	$m_N = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ (330 000-szerese a Földének)
közepes sűrűsége	$\rho_N = 1410 \text{ kg/m}^3$ (0,25 $\rho_F$ )
nehézségi gyorsulás a felszínen	$g_N = 274 \text{ m/s}^2$ (27 $g_F$ )
a mag hőmérséklete	$\sim 1,5 \cdot 10^7 \text{ K}$
felületi hőmérséklet	$T_N = 5780 \text{ K}$ (kb. 5500 °C)
sugárzási teljesítmény	$L_\odot = 3,844 \times 10^{23} \text{ kW}^*$
átlagos kémiai összetétele (tömeg szerint):	73,4% hidrogén, 24,8% hélium, 1,8% összes többi elem
egyenlítői síkjának hajlása az ekliptikához:	7,25°
sziderikus tengelyforgási ideje az egyenlítőjénél:	25,378 nap
életkora:	4,5 milliárd év
a napszél sebessége a Földnél:	kb. 450 km/s

\* (Ebből a Földre érkezik:  $1368 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  – ez a napállandó.)

## 2. A NAP, A FÖLD ÉS A HOLD LEGFONTOSABB ADATAI (folytatás)

Föld	
sugara az Egyenlítőnél	$R_e = 6\,378,160\text{ km}$
a pólusoknál	$R_p = 6\,356,775\text{ km}$
közepes sugara	$R_k = 6\,371\text{ km}$ ( $D_F = 12\,742\text{ km}$ )
lapultsága $(R_e - R_p)/R_e$	$\sim 0,003\,35$
nehézségi gyorsulás az Egyenlítőn	$g_e = 9,780\,306\text{ m/s}^2$
felszíne	$A_F = 5,101 \cdot 10^8\text{ km}^2$
térfogata	$V_F = 1,083 \cdot 10^{12}\text{ km}^3$
tömege	$m_F = 5,974 \cdot 10^{24}\text{ kg}$
közepes sűrűsége	$\rho_F = 5\,515\text{ kg/m}^3$
az Egyenlítő hossza	40 075,7 km
egy délkör hossza	40 008,5 km
az Egyenlítő kerületi sebessége	$v_e = 465\text{ m/s}$
átlagos pályamenti sebesség	$v = 29,765\text{ km/s}$
életkora	$\approx 4,5 \cdot 10^9\text{ év}$
Föld–Hold közepes távolság	384 404 km
Hold	
közepes látszólagos átmérője	31' 5''
valódi átmérője	$D_H = 3\,476\text{ km}$ ( $0,273D_F$ )
térfogata	$V_H = 2,198 \cdot 10^{10}\text{ km}^3$ ( $0,0204V_F$ )
tömege	$m_H = 7,347 \cdot 10^{22}\text{ kg}$ ( $0,0123m_F$ )
közepes sűrűsége	$\rho_H = 3\,340\text{ kg/m}^3$ ( $0,61\rho_F$ )
nehézségi gyorsulás a felületén	$g_H = 1,6193\text{ m/s}^2$ ( $(1/6)g_F$ )
felületi hőmérséklete a nappali oldalon	$\sim 130\text{ °C}$
az éjjeli oldalon	$\sim -150\text{ °C}$
a pálya közepes lapultsága	0,0549
átlagos pályamenti sebesség	1025 m/s
szinodikus keringési ideje *	$T_{Hsz} = 29,530\,588\text{ nap}$
drakonikus keringési ideje **	$T_{Hd} = 27,212\,220\text{ nap}$
anomalisztikus keringési ideje***	$T_{Ha} = 27,554\,550\text{ nap}$

\*: Két, egymás utáni azonos fázis közötti időtartam.

\*\* : Két, felszálló csomóponton való áthaladás közötti időtartam.

\*\*\*: A földközelponton való, két egymás utáni áthaladás közötti időtartam.

### 3. A NAPRENDSZER NAGYBOLYGÓINAK FIZIKAI ÉS PÁLYAADATAI

	Merkúr	Vénusz	Föld	Mars	Jupiter	Szaturusz	Uránusz	Neptunusz	Plútó
Közepes naptávolság [millió km]	57,9	108,2	149,6	227,9	778,3	1429	2875	4504	5916
Közepes naptávolság [csill. egység]	0,387	0,723	1,000	1,524	5,203	9,555	19,22	30,11	39,55
A pálya excentricitása	0,2056	0,0068	0,0167	0,0934	0,0494	0,0556	0,0472	0,0086	0,249
Keringési periódus (földi nap, földi év)	87,9 nap	224,7 nap	365,26 nap	687 nap	11,863 év	29,42 év	83,75 év	163,73 év	248,03 év
Pálya menti átlagsebesség $\left[ \frac{\text{km}}{\text{s}} \right]$	47,60	35,04	29,80	24,14	13,06	9,65	6,83	5,43	4,74
A pályasík hajlásszöge az ekliptikához	7,0°	3,4°	0,0°	1,85°	1,30°	2,49°	0,77°	1,77°	17,2°
A tengely körüli forgás pe- riódusa	58,65 nap	243,02 nap (retrográd)	23 h 56 m 4 s	24 h 37 m 23 s	9 h 50 m– 9 h 56 m	10 h 14 m– 10 h 39 m	17 h 14 m	16 h 7 m	6 nap 9 óra 18 perc
A forgástengely hajlásszöge a pályanormálisához	0°	177,4°	23°26'	23°59'	3°04'	26°44'	97°55'	29°36'	123°
Egyenlítői átmérő [km]	4878	12 104	12 756	6794	142800	120 540	51 118	48 600	2300
Tömeg (Föld = 1)	0,055	0,815	1,000	0,107	317,90	95,16	14,54	17,20	0,002
Térfogat (Föld = 1)	0,056	0,858	1,000	0,152	1338	766	60,4	56,9	0,006 (?)

### 3. A NAPRENDSZER NAGYBOLYGÓINAK FIZIKAI ÉS PÁLYAADATAI (folytatás)

	Merkúr	Vénusz	Föld	Mars	Jupiter	Szaturusz	Uránusz	Neptunusz	Plútó
Átlagsűrűség $\left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right]$	5,44	5,25	5,52	3,94	1,33	0,70	1,27	1,67	~ 2
Lapultság	0	0	0,003353	0,005	0,062	0,091	0,023	0,017	?
Gravitációs gyorsulás a felszínen az egyenlítőnél $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$	3,78	8,60	9,78	3,72	22,9	9,1	8,86	10,8	0,04
Szökési sebesség a felszínnél $\left[\frac{\text{km}}{\text{s}}\right]$	4,25	10,36	11,18	5,02	59,64	35,41	21,28	23,52	1,3
Átlagos felszíni hőmérséklet [K]	440	730	288	218	124	95	80	59	~ 40
A légkör fontosabb összetevői	H, He, Ne*	CO <sub>2</sub> (97%)	N <sub>2</sub> (78%), O <sub>2</sub> (21%), vízpára	CO <sub>2</sub> (95%), N <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> (89%), He (11%), CH <sub>4</sub> (0,2%), NH <sub>3</sub>	H <sub>2</sub> (94%), He (6%), CH <sub>4</sub> , NH <sub>3</sub>	H <sub>2</sub> (83%), He (15%), CH <sub>4</sub> (2%), NH <sub>3</sub>	H <sub>2</sub> , He, CH <sub>4</sub> , NH <sub>3</sub>	N <sub>2</sub> (99%), CH <sub>4</sub> (1%)
Ismert holdjainak száma	0	0	1	2	52 + gyűrűk	30 + gyűrűk	21 + gyűrűk	11 + gyűrűk	1

\* a napszélből származó átmeneti légkör

#### 4. HOLDAK A NAPRENDSZER NAGYBOLYGÓI KÖRÜL

A hold neve	Átmérő vagy méret [km]	Átlagos távolság a bolygótól [ezer km]	Keringési idő [nap]	A pálya excentricitása	Pályahajlás [fok]	Felfedező
a Föld holdja						
Hold	3475	384,5	27,322	0,0549	5,16	–
a Mars holdjai						
Phobos (M1)	22	9,38	0,319	0,015	1,1	A. Hall, 1877
Deimos (M2)	12	23,46	1,262	0,0002	1,8	A. Hall, 1877
a Jupiter holdjai						
Metis (J16)	43	128,1	0,294	0,0012	0,02	<i>Voyager-2</i> , 1979
Adrastea (J15)	16	128,9	0,297	0,0018	0,03	<i>Voyager-1</i> , 1979
Amalthea (J5)	167	181,4	0,498	0,0031	0,39	E. Barnard, 1892
Thebe (J14)	99	221,9	0,674	0,0177	1,07	<i>Voyager-2</i> , 1979
Io (J1)	3643	421,8	1,769	0,0041	0,04	G. Galilei, 1610
Europa (J2)	3122	671,1	3,551	0,0005	0,47	G. Galilei, 1610
Ganymedes (J3)	5262	1070,4	7,155	0,0005	0,17	G. Galilei, 1610
Callisto (J4)	4820	1882,7	16,689	0,0074	0,31	G. Galilei, 1610
Themisto (J18)	4	7507	130,0	0,242	43,1	C. Kowal, 1975
Leda (J13)	18	11165	240,9	0,164	27,5	C. Kowal, 1974
Himalia (J6)	185	11461	250,6	0,162	27,5	C. Perrine, 1904
Lysithea (J10)	38	11717	259,2	0,112	28,3	S. Nicholson, 1938
Elara (J7)	78	11741	259,6	0,217	26,6	C. Perrine, 1905
2000 J11	4	12555	287,0	0,248	28,3	S. Sheppard és mtársai, 2000
2003 J3	2	18340	504,0	0,241	143,7	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
2003 J12	1	19002	533,3	0,376	145,8	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
2001 J10	2	19394	553,1	0,143	145,8	S. Sheppard és mtársai, 2001
2003 J6	4	20979	617,3	0,157	156,1	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
2001 J7	3	21017	620,0	0,230	148,9	S. Sheppard és mtársai, 2001
Harpalyke (J22)	4	21105	623,3	0,226	148,6	S. Sheppard és mtársai, 2000
Praxidike (J27)	7	21147	625,3	0,230	149,0	S. Sheppard és mtársai, 2000
2001 J9	2	21168	623,0	0,281	146	S. Sheppard és mtársai, 2001
2001 J3	4	21252	631,9	0,212	150,7	S. Sheppard és mtársai, 2001
Iocaste (J24)	5	21269	631,5	0,216	149,4	S. Sheppard és mtársai, 2000
Ananke (J12)	28	21276	610,5	0,244	148,9	S. Nicholson, 1951
2001 J2	4	21312	632,4	0,228	148,5	S. Sheppard és mtársai, 2001
2003 J11	2	22395	683,0	0,223	163,9	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003

#### 4. HOLDAK A NAPRENDSZER NAGYBOLYGÓI KÖRÜL (folytatás)

A hold neve	Átmérő vagy méret [km]	Átlagos távolság a bolygótól [ezer km]	Keringési idő [nap]	A pálya excentricitása	Pályahajlás [fok]	Felfedező
a Jupiter holdjai (folytatás)						
2003 J9	1	22442	683,0	0,269	164,5	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
2001 J6	2	23029	716,3	0,267	165,1	S. Sheppard és mtársai, 2001
2001 J8	2	23124	720,9	0,267	165,0	S. Sheppard és mtársai, 2001
Chaldene (J21)	4	23179	723,8	0,251	165,2	S. Sheppard és mtársai, 2000
Isonoe (J26)	4	23217	725,5	0,246	165,2	S. Sheppard és mtársai, 2000
2001 J4	3	23219	720,8	0,278	150,4	S. Sheppard és mtársai, 2001
2003 J4	2	23258	723,2	0,204	144,9	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
Erinome (J25)	3	23279	728,3	0,266	164,9	S. Sheppard és mtársai, 2000
Taygete (J20)	5	23360	732,2	0,252	165,2	S. Sheppard és mtársai, 2000
Carme (J11)	46	23404	702,3	0,253	164,9	S. Nicholson, 1938
2001 J11	3	23547	741,0	0,264	165,2	S. Sheppard és mtársai, 2001
Kalyke (J23)	5	23583	743,0	0,245	165,2	S. Sheppard és mtársai, 2000
Pasiphae (J8)	58	23624	708,0	0,409	151,4	P. Melotte, 1908
2002 J1	3	23064	715,6	0,244	163,1	S. Sheppard, 2002
Megaclite (J19)	6	23806	752,8	0,421	152,8	S. Sheppard és mtársai, 2000
2003 J7	4	23808	732,2	0,204	144,9	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
2001 J5	2	23808	749,1	0,312	151,0	S. Sheppard és mtársai, 2001
Sinope (J9)	38	23939	724,5	0,250	158,1	S. Nicholson, 1914
2003 J5	4	24084	759,7	0,210	165,0	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
Callirhoe (J17)	7	24102	758,8	0,283	147,1	J. Scotti, T. Spahr, 1999
2001 J1	4	24122	765,1	0,319	152,4	S. Sheppard és mtársai, 2001
2003 J10	2	24250	767,0	0,214	164,1	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
2003 J8	3	24514	781,6	0,264	152,6	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
2003 J1	4	24557	781,6	0,345	163,4	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
2003 J2	2	28570	982,5	0,380	151,8	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
a Szaturnusz holdjai						
Pan (S18)	20	133,6	0,565	≈ 0	≈ 0	M. Showalter, 1990
Atlas (S15)	30	137,7	0,601	≈ 0	≈ 0	<i>Voyager-1</i> , 1980
Prometheus (S16)	100	139,4	0,613	0,002	≈ 0	<i>Voyager-1</i> , 1980
Pandora (S17)	85	141,7	0,628	0,004	≈ 0	<i>Voyager-1</i> , 1980
Janus (S10)	178	151,4	0,695	0,007	0,2	A. Dollfus, 1966
Epimetheus (S11)	118	151,4	0,695	0,021	0,3	J. Fountain, S. Larson, 1978



A hold neve	Átmérő vagy méret [km]	Átlagos távolság a bolygótól [ezer km]	Keringési idő [nap]	A pálya excentricitása	Pályahajlás [fok]	Felfedező
a Szaturnusz holdjai (folytatás)						
Mimas (S1)	397	185,5	0,942	0,021	1,5	W. Herschel, 1789
Enceladus (S2)	499	238,0	1,370	0,004	0,02	W. Herschel, 1789
Tethys (S3)	1060	294,7	1,888	0,000	1,1	G. Cassini, 1684
Telesto (S13)	30	294,7	1,888	≈ 0	1,2	B. Smith és mtársai, 1980
Calypso (S14)	26	294,7	1,888	≈ 0	1,5	D. Pascu és mtársai, 1980
Dione (S4)	1120	377,4	2,737	0,002	0,02	G. Cassini, 1684
Helene (S12)	30	377,4	2,737	≈ 0	0,2	P. Laques, J. Lecacheux, 1980
Rhea (S5)	1530	527,0	4,517	0,001	0,4	G. Cassini, 1672
Titan (S6)	5150	1221,8	15,945	0,029	0,3	C. Huygens, 1655
Hyperion (S7)	283	1481,1	21,276	0,104	0,4	W.Bond, G.Bond, W.Lassell, 1848
Iapetus (S8)	1436	3561,3	79,331	0,028	7,6	G. Cassini, 1671
2000 S5	14	11365	449	0,33	46	B. Gladman és mtársai, 2000
2000 S6	10	11440	451	0,32	47	J. Kavelaars és mtársai, 2000
Phoebe (S9)	220	12952	550,4	0,16	175	W. Pickering, 1898
2000 S2	19	15199	687	0,36	45	B. Gladman és mtársai, 2000
2000 S8	6	15645	729	0,27	153	J. Kavelaars és mtársai, 2000
2000 S11	26	16404	783	0,48	34	M. Holman, T. Spahr, 2000
2000 S10	8	17616	872	0,47	34	J. Kavelaars és mtársai, 2000
2000 S3	32	18160	893	0,29	46	B. Gladman és mtársai, 2000
2000 S4	13	18247	926	0,54	34	J. Kavelaars és mtársai, 2000
2000 S9	6	18709	951	0,21	167	B. Gladman és mtársai, 2000
2000 S12	6	19463	1016	0,11	176	B. Gladman és mtársai, 2000
2000 S7	6	20371	1067	0,44	176	B. Gladman és mtársai, 2000
2000 S1	16	23096	1311	0,34	173	B. Gladman és mtársai, 2000
az Uránusz holdjai						
Cordelia (U6)	25	49,8	0,335	0,000	0,1	<i>Voyager-2</i> , 1986
Ophelia (U7)	30	53,8	0,376	0,001	0,1	<i>Voyager-2</i> , 1986
Bianca (U8)	45	59,2	0,435	0,001	0,2	<i>Voyager-2</i> , 1986
Cressida (U9)	65	61,8	0,464	0,000	0,0	<i>Voyager-2</i> , 1986
Desdemona (U10)	60	62,7	0,474	0,000	0,1	<i>Voyager-2</i> , 1986
Juliet (U11)	85	64,4	0,493	0,001	0,1	<i>Voyager-2</i> , 1986
Portia (U12)	110	66,1	0,515	0,000	0,1	<i>Voyager-2</i> , 1986
Rosalind (U13)	60	69,9	0,558	0,000	0,3	<i>Voyager-2</i> , 1986
Belinda (U14)	68	75,3	0,624	0,000	0,0	<i>Voyager-2</i> , 1986

#### 4. HOLDAK A NAPRENDSZER NAGYBOLYGÓI KÖRÜL (folytatás)

A hold neve	Átmérő vagy méret [km]	Átlagos távolság a bolygótól [ezer km]	Keringési idő [nap]	A pálya excentricitása	Pályahajlás [fok]	Felfedező
az Uránusz holdjai (folytatás)						
1986 U10	40	76,5	0,637	$\approx 0$	$\approx 0$	E. Karkoschka, 1999
Puck (U15)	155	86,0	0,762	0,000	0,3	Voyager-2, 1986
Miranda (U5)	472	129,8	1,413	0,027	4,2	G. Kuiper, 1948
Ariel (U1)	1158	190,9	2,520	0,0034	0,3	W. Lassell, 1851
Umbriel (U2)	1169	266,0	4,144	0,0050	0,4	W. Lassell, 1851
Titania (U3)	1578	436,3	8,706	0,0022	0,1	W. Herschel, 1787
Oberon (U4)	1523	583,4	13,463	0,0008	0,1	W. Herschel, 1787
Caliban (U16)	44	7169	579	0,082	139,7	B. Gladman és mtársai, 1997
Stephano (U20)	20	8004	677	0,23	144	B. Gladman és mtársai, 1999
Sycorax (U17)	40	12214	1289	0,51	152,7	P. Nicholson és mtársai, 1997
Prospero (U18)	30	16240	1962	0,44	152	M. Holman és mtársai, 1999
Setebos (U19)	35	17501	2209	0,58	158	J. Kavelaars és mtársai, 1999
a Neptunusz holdjai						
Naiad (N3)	60	48,2	0,294	$\approx 0$	4,7	Voyager-2, 1989
Thalassa (N4)	80	50,1	0,311	$\approx 0$	0,2	Voyager-2, 1989
Despina (N5)	150	52,5	0,335	$\approx 0$	0,1	Voyager-2, 1989
Galatea (N6)	160	62,0	0,429	$\approx 0$	0,1	Voyager-2, 1989
Larissa (N7)	190	73,5	0,555	0,001	0,2	Voyager-2, 1989
Proteus (N8)	420	117,6	1,122	$\approx 0$	$\approx 0,0$	Voyager-2, 1989
Triton (N1)	2706	354,8	5,877	0,0005	156,8	W. Lassell, 1846
Nereida (N2)	340	5513	360,14	0,76	7,2	G. Kuiper, 1949
2003 N1,N2,N3	30–40					M. Holman, J. Kavelaars, 2003
a Plútó holdja						
Charon (P1)	1190	19,4	6,387	0,0076	$\approx 0$	J. Christy, 1978

#### Megjegyzések:

A kisebb holdak alakja többnyire szabálytalan, azokra az átmérő helyett a jellemző méret szerepel, amelynek értékét a fényességből, távolságból és a kis hold fényvisszaverő képességének (albedójának) becsült értékéből határozták meg.

A holdak pályájának hajlásszögét *belső* (a bolygó sugarának százszorosán belül keringő) holdak esetén a bolygó egyenlítői síkjához viszonyítják, *külső* holdakra (a J4, S8, U4 és N1 holdaknál kijebb keringőkre) a bolygó keringési síkjához. A 90°-nál nagyobb inklináció *retrográd* irányú keringést jelent.

## 5. A LEGNAGYOBB KISBOLYGÓK

Név	Átlagos távolság a Naptól [Cs.E.]	Keringési idő [év]	Excentricitás	Pályahajlás [fok]	Átmérő [km]	Forgási periódus [óra]	Felfedezés éve
(1) Ceres	2,765	4,600	0,079	10,6	1003	9,08	1801
(2) Pallas	2,773	4,618	0,230	34,8	608	7,81	1802
(4) Vesta	2,361	3,629	0,089	7,1	538	5,34	1807
(10) Hygiea	3,136	5,553	0,119	3,8	450	18,4	1849
(31) Euphrosyne	3,148	5,586	0,227	26,3	370	5,5	1854
(704) Interamnia	3,067	5,372	0,147	17,3	350	8,73	1910
(511) Davida	3,171	5,646	0,185	15,9	323	5,1	1903
(65) Cybele	3,437	6,372	0,104	3,5	309	6,07	1861
(52) Europa	3,099	5,456	0,101	7,4	289	5,63	1858
(451) Patientia	3,060	5,353	0,077	15,2	276	9,73	1899
(15) Eunomia	2,644	4,300	0,185	11,7	272	6,1	1851
(16) Psyche	2,919	4,988	0,140	3,1	250	4,2	1852
(3) Juno	2,667	4,356	0,259	13,0	247	7,21	1804

Az 1 km-nél nagyobb méretű kisbolygók becslült száma félmillió, az ismert kisbolygók száma rohamosan nő, az ezredfordulón több tízezret tartottak nyilván.

## 6. A LEGKÖZELEBBI CSILLAGOK

Csillag	A Földtől mért távolság [fényév]	Látszó fényesség [magnitúdó]	Abszolút fényesség [magnitúdó]	Színképtípus	Sajátmozgás "/év
Nap	0,000016	-26,72	4,85	G2V	
Proxima Centauri	4,22	11,09 (vált.)	15,53	M5,5Ve	3,853
Alfa Centauri A	4,39	0,01	4,36	G2V	3,709
Alfa Centauri B	4,39	1,34	5,69	K1V	3,724
Barnard-csillag	5,94	9,53	13,21	M5V	10,358
SO 025300,5 + 165258	7,5	15,4	18,5	M6,5V	5,06
Wolf 359 = CN Leonis	7,78	13,44 (vált.)	16,55	M6,5Ve	4,702
BD + 36°2147 = HD 95733	8,31	7,47	10,44	M2V	4,802
Szíriusz A	8,60	-1,43 (vált.)	1,46	A1Vm	1,339
Szíriusz B	8,60	8,44 (vált.)	11,33	DA2	1,339
L726-8 A	8,72	12,43	15,29	M5,5Ve	3,360
L726-8 B = UV Ceti	8,72	13,19	16,05	M5,5Ve	3,360
Ross 154 = V1216 Sagittarii	9,69	10,43 (vált.)	13,06	M3,6Ve	6,660

## 7. A SZABAD SZEMMEL LÁTHATÓ LEGFÉNYESEBB CSILLAGOK

A csillag tulajdonneve	Csillagképi jelölése	Látászó fényesség [magnitúdó]	B-V színindex [magnitúdó]	Abszolút fényesség ( $M_V$ ) [magnitúdó]	Színkép	A Földtől mért távolság [fényév]	Megjegyzés
Szíriusz	$\alpha$ Canis Majoris A	-1,44	0,01	1,45	A1V m	8,60	SK
Kanopusz	$\alpha$ Carinae	-0,62	0,16	-5,4	A9Ib	313	
Rigel Kent, Toliman	$\alpha$ Centauri AB	-0,28	0,71	4,1	G2V + K1V	4,39	VK, SK
Arkturusz	$\alpha$ Bootis	-0,05	1,24	-0,6	K1,5III	36,7	vált.cs.
Vega	$\alpha$ Lyrae	0,03	0,00	0,6	A0V	25,3	vált.cs.
Kapella	$\alpha$ Aurigae	0,08	0,80	-0,8	G6III + G2III	42,2	SK, vált.cs.
Rigel	$\beta$ Orionis A	0,18	-0,3	-6,7	B8Ia	773	hármast rendszer
Prokyon	$\alpha$ Canis Minoris A	0,40	0,40	2,7	F5IV	11,41	SK
Betelgeuze	$\alpha$ Orionis	0,45	1,50	-5,0	M2Iab	522	vált.cs.
Achernar	$\alpha$ Eridani	0,45	-0,16	-2,9	B3Vpe	144	
Agena, Hadar	$\beta$ Centauri AB	0,58	-0,23	-5,5	B1III	526	vált.cs.
Altair	$\alpha$ Aquilae	0,76	0,22	2,2	A7V	16,78	vált.cs.
Aldebaran	$\alpha$ Tauri A	0,87	1,54	-0,8	K5III	65	vált.cs.
Spica	$\alpha$ Virginis	0,98	-0,24	-3,6	B1III-IV	262	SK, vált.cs.
Antares	$\alpha$ Scorpii A	1,06	1,87	-5,8	M1,5Iab	604	SK, vált.cs.
Pollux	$\beta$ Geminorum	1,16	0,99	1,1	K0III	33,7	vált.cs.
Fomalhaut	$\alpha$ Piscis Austrini	1,17	0,15	1,6	A3V	25,1	vált.cs.
Deneb	$\alpha$ Cygni	1,25	0,09	-7,5	A2Iae	1467	
Acrux	$\alpha$ Crucis A	1,25	-0,20	-4,0	B0,5IV	321	SB, VK
Beatrix	$\beta$ Crucis	1,25	-0,24	-4,0	B0,5III	352	vált.cs.
Regulus	$\alpha$ Leonis A	1,36	-0,09	-0,6	B7Vn	77	SK, vált.cs.
Adhara	$\epsilon$ Canis Majoris A	1,50	-0,21	-4,1	B2II	431	VK
Kasztór	$\alpha$ Geminorum A	1,58	0,03	0,6	A1V m	52	VK, SK
Gacrux	$\gamma$ Crucis	1,59	1,60	-0,7	M3,5III	88	vált.cs.
Shaula	$\lambda$ Scorpii	1,62	-0,23	-3,6	B1,5IV	359	SK, vált.cs.

A csillag tulajdonneve	Csillagképi jelölése	Látászó fényesség [magnitúdó]	B-V színindex [magnitúdó]	Abszolút fényesség ( $M_V$ ) [magnitúdó]	Színkép	A Földtől mért távolság [fényév]	Megjegyzés
Acrux	$\alpha$ Crucis B	1,64	-0,18	-3,6	B1Vn	321	VK
Bellatrix	$\gamma$ Orionis	1,64	-0,22	-1,8	B2III	243	vált.cs.
El Nath	$\beta$ Tauri	1,65	-0,13	-1,3	B7III	131	SK
Miaplacidus	$\beta$ Carinae	1,67	0,07	-1,1	A1III	111	
Alnilam	$\epsilon$ Orionis	1,69	-0,18	-6,6	B0Ia	1342	SK
Alnair	$\alpha$ Gruis	1,73	-0,07	-0,9	B7Vn	101	vált.cs.
Alnitak	$\zeta$ Orionis A	1,74	-0,20	-5,5	O9,5Ib	817	többszörös csillag
	$\gamma^2$ Velorum	1,75	-0,15	-5,8	WC8 + O9I	840	SK, vált.cs.
Alioth	$\epsilon$ Ursae Majoris	1,76	-0,02	-0,2	A0IVp	81	vált.cs.
Kaus Australis	$\epsilon$ Sagittarii	1,79	-0,03	-1,4	A0IIn	145	SK
Mirfak	$\alpha$ Persei	1,79	0,48	-4,9	F5Ib	592	vált.cs.
Dubhe	$\alpha$ Ursae Majoris AB	1,81	1,06	-0,3	K0III	124	VK
Wezen	$\delta$ Canis Majoris	1,83	0,67	-7,2	F8Ia	1791	SK, vált.cs.
Benetnash, Alkaid	$\eta$ Ursae Majoris	1,85	0,19	-1,8	B3V	101	vált.cs.
Sargas	$\theta$ Scorpii	1,86	0,41	-3,0	FIII	272	vált.cs.
Menkalinan	$\beta$ Aurigae	1,90	0,08	-0,2	A1IV	82	SK, vált.cs.
Atria	$\alpha$ Trianguli Australis	1,91	1,45	-5,0	K2II-III	415	
Alhena	$\gamma$ Geminorum	1,93	0,00	-0,6	A1IV	105	SK
Kasztór	$\alpha$ Geminorum B	1,93	0,03	1,0	A2Vm	52	SK
Páva	$\alpha$ Pavonis	1,94	0,12	-2,1	B2,5V	183	SK
Polaris, Sarkcsillag	$\alpha$ Ursae Minoris A	1,97	0,64	-4,1	F6Ib	431	SK, vált.cs.
Mirzam	$\beta$ Canis Majoris	1,98	-0,24	-4,0	B1II-III	499	SK, vált.cs.
	$\delta$ Velorum AB	1,99	0,04	0,0	A1V	80	VK
Alphard	$\alpha$ Hydrae	1,99	1,44	-2,1	K3II-III	177	vált.cs.

*Megjegyzés:* SK: spektroszkópai kettőscsillag; VK: vizuális kettőscsillag; vált. cs: változócsillag (látászó és abszolút fényessége, színindexe és színképtípusa is változik az idő függvényében). A csillag nevének A és B a kettőscsillag komponensei.

## 8. A CSILLAGKÉPEK NEVE ÉS RÖVIDÍTÉSE

Latin név	Magyar név	Rövidítés	Latin név	Magyar név	Rövidítés
Andromeda	Androméda	And	Lacerta	Gyík	Lac
Antlia	Légszivattyú	Ant	Leo	Oroszlán	Leo
Apus	Paradicsommadár	Aps	Leo Minor	Kis Oroszlán	LMi
Aquarius	Vízöntő	Aqr	Lepus	Nyúl	Lep
Aquila	Sas	Aql	Libra	Mérleg	Lib
Ara	Oltár	Ara	Lupus	Farkas	Lup
Aries	Kos	Ari	Lynx	Híúz	Lyn
Auriga	Szekeres	Aur	Lyra	Lant	Lyr
Bootes	Ökörhajcsár	Boo	Mensa	Táblahegy	Men
Caelum	Véső	Cae	Microscopium	Mikroszkóp	Mic
Camelopardalis	Zsiráf	Cam	Monoceros	Egyszarvú	Mon
Cancer	Rák	Cnc	Musca	Légy	Mus
Canes Venatici	Vadászebek	CVn	Norma	Szögmérő	Nor
Canis Major	Nagy Kutya	CMA	Octans	Oktáns	Oct
Canis Minor	Kis Kutya	CMi	Ophiuchus	Kígyótartó	Oph
Capricornus	Bak	Cap	Orion	Orion	Ori
Carina	Hajógerinc	Car	Pavo	Páva	Pav
Cassiopeia	Kassziopeia	Cas	Pegasus	Pegazus	Peg
Centaurus	Kentaur	Cen	Perseus	Perzeusz	Per
Cepheus	Cefeusz	Cep	Phoenix	Főnix	Phe
Cetus	Cet	Cet	Pictor	Festő	Pic
Chamaeleon	Kaméleon	Cha	Pisces	Halak	Psc
Circinus	Körző	Cir	Piscis Austrinis	Déli Hal	PsA
Columba	Galamb	Col	Puppis	Hajófara	Pup
Coma Berenices	Bereniké Haja	Com	Pyxis	Tájéoló	Pyx
Corona Australis	Déli Korona	CrA	Reticulum	Háló	Ret
Corona Borealis	Északi Korona	CrB	Sagitta	Nyíl	Sge
Corvus	Holló	Cor	Sagittarius	Nyilas	Sgr
Crater	Serleg	Cra	Scorpius	Skorpió	Sco
Crux	Dél Keresztje	Cru	Sculptor	Szobrász	Scl
Cygnus	Hattyú	Cyg	Scutum	Pajzs	Sct
Delphinus	Delfin	Del	Serpens	Kígyó	Ser
Dorado	Aranyhal	Dor	Sextans	Szextáns	Sex
Draco	Sárkány	Dra	Taurus	Bika	Tau
Equuleus	Csikó	Equ	Telescopium	Távcső	Tel
Eridanus	Eridánusz	Eri	Triangulum	Háromszög	Tri
Fornax	Kemence	For	Triangulum Australe	Déli Háromszög	TrA

Latin név	Magyar név	Rövidítés	Latin név	Magyar név	Rövidítés
Gemini	Ikrek	Gem	Tucana	Tukán	Tuc
Grus	Daru	Gru	Ursa Major	Nagy Medve	UMa
Hercules	Herkules	Her	Ursa Minor	Kis Medve	UMi
Horologium	Ingaóra	Hor	Vela	Vitorla	Vel
Hydra	Északi Vízikígyó	Hya	Virgo	Szűz	Vir
Hydrus	Déli Vízikígyó	Hyi	Volans	Repülőhal	Vol
Indus	Indián	Ind	Vulpecula	Kis Róka	Vul

## 9. A TEJÚTRENSZER FONTOSABB JELLEMZŐI

Tömege:	200 milliárd naptömeg
A csillagközi anyag tömege	a csillagok tömegének 1%-a
A központi fekete lyuk tömege:	2,5 millió naptömeg
A Tejútrendszer mérete:	
a korong átmérője	100 000 fényév
a korong vastagsága	200 fényév
a központi kihasasodás átmérője	kb. 10 000 fényév
a haló (gömbszerű térrész) átmérője	nagyobb a korongénál
A csillagok átlagos keringési sebessége a Nap környezetében:	230 km/s
A Nap sebessége a környező csillagokhoz viszonyítva:	19,4 km/s
A Nap távolsága a Tejútrendszer centrumától:	25 000 fényév
A Nap távolsága a Tejútrendszer fősíkjától:	50 fényév
A legidősebb tejútrendszerbeli égitestek kora:	12–13 milliárd év

## 10. A LEGGYAKORIBB KÉMIAI ELEMELŐFORDULÁSI ARÁNYA AZ UNIVERZUMBAN

Elem	Rendszám	Tömegszám	Tömeg%
Hidrogén	1	1	73,4
Hélium	2	4	24,8
Oxigén	8	16	0,73
Szén	6	12	0,29
Vas	26	56	0,16
Neon	10	20	0,12
Nitrogén	7	14	0,10
Szilícium	14	28	0,07
Magnézium	12	24	0,05
Kén	16	32	0,04
Argon	18	40	0,02
Az összes többi elem			0,2

## 1. A FÖLD NÉHÁNY ADATA

Az Egyenlítő hossza:	40 075,7 km
A Föld egy hosszúsági körének hossza:	40 008,5 km
A Föld egyenlítői sugarának hossza:	~ 6378 km
A Föld sarki sugarának hossza:	~ 6357 km
A Föld felülete:	510 millió km <sup>2</sup>
A világtenger felülete:	361 millió km <sup>2</sup>
A szárazföldek összterülete:	149 millió km <sup>2</sup>

## 2. A NAP DELELÉSI SZÖGE NEVEZETES SZÉLESSÉGEKEN A NAPÉJEGYENLŐSÉGEK (III. 21., IX. 23.) ÉS A NAPFORDULÓK (VI. 22., XII. 22.) IDEJÉN

	III. 21.	VI. 22.	IX. 23.	XII. 22.
Északi-sark	0°	23,5°	0°	–
Északi-sarkkör	23,5°	47°	23,5°	0°
Ráktérítő	66,5°	90°	66,5°	43°
Egyenlítő	90°	66,5°	90°	66,5°
Baktérítő	66,5°	43°	66,5°	90°
Déli-sarkkör	23,5°	0°	23,5°	47°
Déli-sark	0°	–	0°	23,5°

## 3. A NAP DELELÉSI SZÖGÉNEK KISZÁMÍTÁSI MÓDJA AZ ÉSZAKI SZOLÁRIS MÉRSÉKELT ÖVEZETBEN A NAPÉJEGYENLŐSÉGEK (III. 21., IX. 23.) ÉS A NAPFORDULÓK (VI. 22., XII. 22.) IDEJÉN

III. 21., IX. 23.:	$90^\circ - \varphi^*$
VI. 22.:	$90^\circ + 23,5^\circ - \varphi$
XII. 22.:	$90^\circ - 23,5^\circ - \varphi$

\* = földrajzi szélesség (a görög ábécé *fi* betűjéből)



#### 4. AZ EGYES FÖLDRÉSZEK MÉRETEI

Földrész	Terület (millió km <sup>2</sup> )	Lemélyebb/legmagasabb pont (m – hegység – ország(ok))	Átlagmagasság (m)	
Európa	10,5	Mont Blanc Kaszipi-mélyföld	4807 –28 (Alpok–F/I) (Kazahsztán/Oroszor.)	300
Ázsia	44,4	Mt. Everest a Holt-tenger partja	8850 –401 (Himalája – Kína/Nepál) (Izrael/Jordánia)	950
Afrika	30,3	Kibo az Assal-tó mélyedése	5895 –155 (Kilimandzsáró – Tanzánia) (Dzsibuti)	650
Észak-Amerika	21,5	Mt. McKinley Halál-völgy	6194 –86 (Alaszkai-hg. – USA) (USA)	715
Közép- és Dél-Amerika	20,6	Aconcagua Valdés-mélyföld	6958 –40 (Andok – Argentína) (Argentína)	580
Ausztrália és Óceánia	8,5	Puncak Jaya az Eyre-tó mélyedése	5030 –12 (Maoke-hg. (Új-Guinea) – Indonézia) (Ausztrália)	340
Antarktika	13,9	Vinson Massif	5140 (Ellsworth-hg.)	2000

## 5. A FÖLD 8000 MÉTERNÉL MAGASABB HEGYCSÚCSAI

Mount Everest (Csomolungma)	8850 m	(Himalája – Kína/Nepál)
K2 (Godwin Austen)	8616 m	(Karakorum – India)
Kanchendzönga	8597 m	(Himalája – Nepál/India)
Lhotse	8516 m	(Himalája – Kína/Nepál)
Makalu	8481 m	(Himalája – Kína/Nepál)
Lhotse Shar	8400 m	(Himalája – Kína/Nepál)
Dhaulagiri	8172 m	(Himalája – Nepál)
Cho Oyu	8153 m	(Himalája – Kína/Nepál)
Nanga Parbat	8126 m	(Himalája – India)
Manaslu	8125 m	(Himalája – Nepál)
Annapurna I.	8078 m	(Himalája – Nepál)
Gasherbrum (Hidden Peak)	8068 m	(Karakorum – Kína/India)
Broad Peak	8051 m	(Karakorum – India)
Sisapangma	8013 m	(Himalája – Kína)

## 6. AZ EGYES ÓCEÁNOK MÉRETEI

Óceán	Törzsterület (ezer km <sup>2</sup> )	A melléktengerekkel együtt (ezer km <sup>2</sup> )	Legmélyebb pont (m – helye)	Átlagos mélység (m)
Atlanti-óceán	96 911	106 753	9219 – Puerto Rico-árok	3743
Csendes-óceán	165 016	179 389	11 034 – Mariana-árok	4028
Indiai-óceán	73 442	74 917	7450 – Jáva-árok	3963

## 7. A VILÁGÓCEÁN 10 000 MÉTERNÉL MÉLYEBB PONTJAI

Mariana-árok	11 034 m	(Csendes-óceán)
Tonga-árok	10 882 m	(Csendes-óceán)
Filippínó-árok	10 830 m	(Csendes-óceán)
Izu-árok	10 595 m	(Csendes-óceán)
Kuril-árok	10 542 m	(Csendes-óceán)
Kermadec-árok	10 047 m	(Csendes-óceán)

## 8. A FÖLD LEGNAGYOBB SZIGETEI

Sziget	Szigetcsoport	Ország(ok)	Terület (km <sup>2</sup> )
Grönland		Dánia külső országrésze	2 160 000
Új-Guinea		Indonézia/Pápua Új-Guinea	771 900
Borneó (Kalimantan)	Nagy-Szunda-szk.	Indonézia/Malajzia/Brunei	734 000
Madagaszkár		Madagaszkár	589 500
Baffin-sziget		Kanada	476 050
Szumátra	Nagy-Szunda-szk.	Indonézia	423 647
Honshu	Japán-szk.	Japán	228 000
Fő sziget	Brit-szk.	Nagy-Britannia	216 911
Ellesmere	Erzsébet királynő-szk.	Kanada	212 680
Victoria-sziget		Kanada	212 189

## 9. A FÖLD LEGNAGYOBB FÉLSZIGETEI

Félsziget	Földrész	Terület (km <sup>2</sup> )
Arab-félsziget	Ázsia	2 691 000
Hindusztáni-félsziget	Ázsia	2 088 000
Indokínai-félsziget	Ázsia	1 740 000
Szomáli-félsziget	Afrika	1 400 000
Labrador-félsziget	Észak-Amerika	1 300 000
Skandináv-félsziget	Európa	720 000
Pireneusi (Ibériai)-félsziget	Európa	581 000
Balkán-félsziget	Európa	530 000
Kis-Ázsia	Ázsia	506 600
Kamcsatka	Ázsia	370 000

## 10. A FÖLD LEGHOSSZABB FOLYÓI\*

Folyó	Földrész	Hosszúság (km)	Vízgyűjtő ter. (km <sup>2</sup> )
Nílus	Afrika	6671	2 870 000
Amazonas	Dél-Amerika	6516	7 180 000
Mississippi–Missouri	Észak-Amerika	6420	3 221 000
Jangce	Ázsia	6300	1 830 000
Sárga-folyó	Ázsia	5464	745 000
Ob–Irtis	Ázsia	5410	2 990 000
Kongó	Afrika	4835	3 822 000

\*Eberhard Czaya: A Föld folyói, Gondolat, Budapest, 1988. adatai alapján.

## 10. A FÖLD LEGHOSSZABB FOLYÓI (folytatás)

Folyó	Földrész	Hosszúság (km)	Vízgyűjtő ter. (km <sup>2</sup> )
Mekong	Ázsia	4500	810 000
Amur	Ázsia	4416	1 843 000
Léna	Ázsia	4400	2 490 000
La Plata–Paraná	Dél-Amerika	4380	3 140 000
Mackenzie	Észak-Amerika	4241	1 913 000

## 11. A FÖLD LEGBŐVIZŰBB FOLYÓI

(A torkolatuknál mért közepes évi vízhozam – m<sup>3</sup>/s – alapján.)

Folyó	Közepes évi vízhozam	Legkisebb vízhozam	Legnagyobb vízhozam
Amazonas	180 000	72 500	280 000
Kongó	42 000	23 000	90 000
Jangce	35 000	4000	80 000
Orinoco	28 000	7000	n.a.
Brahmaputra	20 000	3100	62 000
Jenyiszej	19 600	n.a.	n.a.
La Plata	19 500	12 000	50 000
Mississippi–Missouri	17 600	5000	56 000
Léna	16 400	n.a.	n.a.
Mekong	15 900	3000	31 000

n.a. = nincs adat

## 12. EURÓPA LEGNAGYOBB FOLYÓI

Folyó	Torkolat helye	Vízgyűjtő terület (km <sup>2</sup> )	Hossza (km)	Közepes évi vízhozam $\left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)$
Volga	Kaszpi-tenger	1 380 000	3688	8000
Duna	Fekete-tenger	805 300	2850	6450
Dnyeper	Fekete-tenger	503 360	2285	1660
Don	Azovi-tenger	442 500	1970	930
Északi-Dvina	Fehér-tenger	360 300	1302	3560
Pecsora	Barents-tenger	326 930	1809	4060
Rajna	Északi-tenger	224 400	1360	2200
Visztula	Balti-tenger	194 112	1095	1100
Elba	Északi-tenger	144 055	1165	750
Loire	Atlanti-óceán	120 500	1020	900

### 13. A FÖLD LEGNAGYOBB TAVAI

Tó	Földrész	Terület (km <sup>2</sup> )
Kaszpi-tenger	Európa/Ázsia	371 000
Felső-tó	Észak-Amerika	82 411
Viktória-tó	Afrika	69 482
Huron-tó	Észak-Amerika	59 594
Michigan-tó	Észak-Amerika	58 014
Aral-tó	Ázsia	33 000
Tanganyika-tó	Afrika	32 892
Bajkál-tó	Ázsia	31 500
Nagy-Medve-tó	Észak-Amerika	31 079
Malawi-tó	Afrika	30 043
Nagy-Rabszolga-tó	Észak-Amerika	28 929
Erie-tó	Észak-Amerika	25 744

### 14. A FÖLD LEGMÉLYEBB TAVAI

Tó	Földrész	Mélység (m)
Bajkál-tó	Ázsia	1637
Tanganyika-tó	Afrika	1470
Kaszpi-tenger	Európa/Ázsia	1025
Malawi-tó	Afrika	706
Isszik-kul	Ázsia	702
Nagy-Rabszolga-tó	Észak-Amerika	614

### 15. A FÖLD LEGNAGYOBB SIVATAGJAI

Sivatag	Földrész	Terület (km <sup>2</sup> )
Szahara	Afrika	7 800 000
Góbi	Ázsia	900 000
Rab-el-Háli	Ázsia	800 000
Kalahári	Afrika	518 000
Nagy-homoksivatag	Ausztrália	420 000
Takla-Makán	Ázsia	400 000
Szír-sivatag	Ázsia	350 000
Nagy-Viktória-sivatag	Ausztrália	330 000
Kara-kum	Ázsia	300 000
Thar-sivatag	Ázsia	260 000

## 16. AZ EGYES FÖLDRÉSZEK JÉGGEL BORÍTOTT TERÜLETEI

Földrész	Azon belül	Terület (km <sup>2</sup> )
Antarktika		13 802 000
Észak-Amerika		2 049 000
	Grönland	1 803 000
	Kanadai-szigetvilág	153 000
	Alaszkai-hg., Parti-hg.	92 500
Európa		115 000
	Svalbard	57 000
	Novaja Zemlja	24 300
	Ferenc József-föld	13 700
	Izland	11 250
	Alpok	3 600
	Skandináv-hegység	3 200
Ázsia		89 000
	Himalája	33 000
	Szevernaja Zemlja	17 500
	Karakorum	13 700
	Tien-san	8 600
Dél-Amerika		25 000
	Déli-Andok	21 000
	Patagónia	4 000
Óceánia		1 015
	Új-Zéland	1 000
	Új-Guinea	15
Afrika		15
	Ruwenzori, Mt. Kenya, Kilimandzsáró	

## 17. AZ EGYES FÖLDRÉSZEK NÉHÁNY NEVEZETES GLECCSERE

Földrész/Terület	Gleccser	Hossza (km)	Terület (km <sup>2</sup> )
Antarktika	Lambert	434	
Észak-Amerika/Grönland	Petermann	145	
Észak-Amerika/Sziklás-hg.	Bering	201	
Észak-Amerika/Sziklás-hg.	Malaspina	121	3 495
Európa/Nyugati-Alpok	Aletsch-gleccser	27	115
Európa/Nyugati-Alpok	Mer de Glace	13	50
Európa/Keleti-Alpok	Pasterze	9	24
Európa/Skandináv-hg.	Svartisen	32	518
Ázsia/Himalája	Rongbuk-gleccser	52	320
Ázsia/Karakorum	Sziacszen-gleccser	75	1 150
Ázsia/Tien-san	Déli-Inilcsek-gl.	60	800
Ázsia/Pamír	Fedcsenko-gleccser	77	1 350
Dél-Amerika/Chilei-Andok	Uppsala	80	
Óceánia/Déli-Alpok (NZL)	Tasman	29	157
Afrika/Kilimandzsáró	Drygalski-gleccser	3	

## 18. A FÖLD LEGHOSSZABB BARLANGJAI

Barlang	Ország	Hossza (km)
Mammoth-barlang	USA	563
Optimista-barlang	Ukrajna	191
Jewel-barlang	USA	174
Hölloch	Svájc	168
Lechuguilla-barlang	USA	143
Siebengeste-barlang	Svájc	140

## 19. A FÖLD LEGMÉLYEBB BARLANGJAI

Barlang	Ország	Mélysége (m)
Jean-Bernard-barlang	Franciaország	1602
Lamprechtsofen-aknabarlang	Ausztria	1534
Lucien Bouclier-barlang	Franciaország	1520
Vjacseszlava Panthukhina-barlang	Grúzia	1508
Huautla-barlangrendszer	Mexikó	1475
Del Trave-barlangrendszer	Spanyolország	1444

## 20. „ELSŐ” ESEMÉNYEK A FÖLDTÖRTÉNETBEN

A Föld keletkezése (az első földkéreg képződése)	4 600	millió éve
A legidősebb földi kőzetek képződése	4 200	millió éve
Az első életnyomok (sztromatolitok) képződése	2 900	millió éve
Az első ősmaradványok keletkezése	590	millió éve
Az élet megjelenése a szárazföldeken	500	millió éve
Az első szárazföldi növények megjelenése	420	millió éve
Az első gerinces állatok megjelenése	420	millió éve
Az első kétlábúak megjelenése	330	millió éve
Az első kisméretű emlősök megjelenése	220	millió éve
Az első tűlevelű fák megjelenése	210	millió éve
Az ősmadarak megjelenése	160	millió éve
Az első virágos növények megjelenése	120	millió éve
Az első nagytestű emlősök megjelenése	100	millió éve
Az ősember megjelenése	2	millió éve
A Homo erectus megjelenése	1,7	millió éve
A Homo sapiens megjelenése	0,35	millió éve



A kémiai gyakorlatban használatos fontosabb fizikai állandók mért értéke

Az állandó neve	Jele	Pontos értéke
Az elemi töltés	$e$	$1,602\,176\,462 \cdot 10^{-19}$ C
Az elektron tömege	$m_e$	$9,109\,381\,88 \cdot 10^{-31}$ kg
A proton tömege	$m_p$	$1,672\,621\,58 \cdot 10^{-27}$ kg
A neutron tömege	$m_n$	$1,674\,927\,16 \cdot 10^{-27}$ kg
Az atomi tömegegység (a $^{12}\text{C}$ -atom tömegének 1/12 része)	$m_u$	$1,660\,538\,73 \cdot 10^{-27}$ kg (1 u)
A proton és elektron tömegaránya	$m_p/m_e$	1836,15266
Avogadro-állandó	$N_A$	$6,022\,141\,99 \cdot 10^{23}$ mol $^{-1}$
Faraday-állandó	$F$	96485,3415 C/mol
Boltzmann-állandó	$k$	$1,380\,650\,3 \cdot 10^{-23}$ J/K
Univerzális gázállandó	$R$	8,314472 J/(mol · K)

Az ideális gáz moláris térfogatának ( $V_m$ ) gyakorlatban használt értéke  $10^5$  Pa (standard) nyomáson és  $0^\circ\text{C}$ -on (régén normál hőmérsékleten)  $22,41$  dm $^3$ /mol,  $20^\circ\text{C}$ -on  $24$  dm $^3$ /mol,  $25^\circ\text{C}$ -on (régén standard hőmérsékleten)  $24,5$  dm $^3$ /mol.

Az anyagmennyiség mértékegysége a mól, rövidítése mol. Egy mól az az anyagmennyiség, amely annyi elemi egységet tartalmaz, mint amennyi atom van  $12$  g  $^{12}\text{C}$ -ben.

Minden további táblázatban az olvadáspont és forráspont adatai  $101\,325$  Pa ( $\approx 10^5$  Pa) nyomáson értendők; a sűrűségadatok pedig  $25^\circ\text{C}$ -ra vonatkoznak.

## 1. ELEMEEK

### 1.1. Az elemek rendszáma, vegyjele, magyar neve különféle sorrendben

**Kémiai elem:** kémiai módszerekkel tovább már nem bontható anyagfajta. A ma ismert elemeket a periódusos rendszerben tüntetjük fel.

**Rendszám:** az atommagban található protonok száma.

**Vegyjel:** az elem latin vagy görög nevének első és gyakran egy másik betűje, az atom vagy az elem nemzetközileg elfogadott, egységes rövid jelölése.

*Az elemek rendszám szerinti sorrendje*

Rendszám	Vegyjel	Név
1	H	hidrogén
2	He	hélium
3	Li	lítium
4	Be	berillium
5	B	bór
6	C	szén
7	N	nitrogén
8	O	oxigén
9	F	fluor
10	Ne	neon
11	Na	nátrium
12	Mg	magnézium
13	Al	alumínium
14	Si	szilícium
15	P	foszfor
16	S	kén
17	Cl	klór
18	Ar	argon
19	K	kálium
20	Ca	kalcium
21	Sc	szkandium
22	Ti	titán
23	V	vanádium
24	Cr	króm
25	Mn	mangán
26	Fe	vas
27	Co	kobalt
28	Ni	nikkel
29	Cu	réz
30	Zn	cink
31	Ga	gallium
32	Ge	germánium
33	As	arzén
34	Se	szelén
35	Br	bróm

Rendszám	Vegyjel	Név
36	Kr	kripton
37	Rb	rubídium
38	Sr	stroncium
39	Y	ittrium
40	Zr	cirkónium
41	Nb	nióbbium
42	Mo	molibdén
43	Tc	technécium
44	Ru	ruténium
45	Rh	ródium
46	Pd	palládium
47	Ag	ezüst
48	Cd	kadmium
49	In	indium
50	Sn	ón
51	Sb	antimon
52	Te	tellúr
53	I	jód
54	Xe	xenon
55	Cs	céziium
56	Ba	bárium
57	La	lantán
58	Ce	cérium
59	Pr	prazeodímium
60	Nd	neodímium
61	Pm	prométium
62	Sm	szamárium
63	Eu	európpium
64	Gd	gadólínium
65	Tb	terbium
66	Dy	diszpróziium
67	Ho	holmium
68	Er	erbium
69	Tm	túlium
70	Yb	itterbium

Rendszám	Vegyjel	Név
71	Lu	lutécium
72	Hf	hafnium
73	Ta	tantál
74	W	volfrám
75	Re	rénium
76	Os	ozmium
77	Ir	íridium
78	Pt	platina
79	Au	arany
80	Hg	higany
81	Tl	tallium
82	Pb	ólom
83	Bi	bizmut
84	Po	polónium
85	At	asztácium
86	Rn	radon
87	Fr	francium
88	Ra	rádium
89	Ac	aktínium
90	Th	tórium
91	Pa	protaktínium
92	U	urán
93	Np	neptúnium
94	Pu	plutónium
95	Am	amerícium
96	Cm	kúrium
97	Bk	berkélium
98	Cf	kalifornium
99	Es	einsteinium
100	Fm	fermium
101	Md	mendelévium
102	No	nobélium
103	Lr	laurencium
104	Rf	rutherfordium
105	Db	dubnium

*Az elemek név szerinti sorrendje*

Név	Rend- szám	Vegy- jel
aktínium	89	Ac
alumínium	13	Al
amerícium	95	Am
antimon	51	Sb
arany	79	Au
argon	18	Ar
arzén	33	As
asztácium	85	At
bárium	56	Ba
berillium	4	Be
berkélium	97	Bk
bizmut	83	Bi
bór	5	B
bróm	35	Br
cérium	58	Ce
cézium	55	Cs
cink	30	Zn
cirkónium	40	Zr
diszprózium	66	Dy
dubnium	105	Db
einsteinium	99	Es
erbium	68	Er
európium	63	Eu
ezüst	47	Ag
fermium	100	Fm
fluor	9	F
foszfor	15	P
francium	87	Fr
gadolínium	64	Gd
gallium	31	Ga
germánium	32	Ge
hafnium	72	Hf
hélium	2	He
hidrogén	1	H
higany	80	Hg

Név	Rend- szám	Vegy- jel
holmium	67	Ho
indium	49	In
irídium	77	Ir
itterbium	70	Yb
ittrium	39	Y
jód	53	I
kadmium	48	Cd
kalcium	20	Ca
kalifornium	98	Cf
kálium	19	K
kén	16	S
klór	17	Cl
kobalt	27	Co
kripton	36	Kr
króm	24	Cr
kúrium	96	Cm
lantán	57	La
laurencium	103	Lr
lítium	3	Li
lutécium	71	Lu
magnézium	12	Mg
mangán	25	Mn
mendelévium	101	Md
molibdén	42	Mo
nátrium	11	Na
neodímium	60	Nd
neon	10	Ne
neptúnium	93	Np
nikkel	28	Ni
nióbium	41	Nb
nitrogén	7	N
nobélium	102	No
ólom	82	Pb
ón	50	Sn
oxigén	8	O

Név	Rend- szám	Vegy- jel
ozmium	76	Os
palládium	46	Pd
platina	78	Pt
plutónium	94	Pu
polónium	84	Po
praeodímium	59	Pr
prométium	61	Pm
protaktínium	91	Pa
rádium	88	Ra
radon	86	Rn
rénium	75	Re
réz	29	Cu
ródium	45	Rh
rubídium	37	Rb
ruténium	44	Ru
rutherfordium	104	Rf
stroncium	38	Sr
szamárium	62	Sm
szelén	34	Se
szén	6	C
szilícium	14	Si
szkandium	21	Sc
tallium	81	Tl
tantál	73	Ta
technécium	43	Tc
tellúr	52	Te
terbium	65	Tb
titán	22	Ti
tórium	90	Th
túlium	69	Tm
urán	92	U
vanádium	23	V
vas	26	Fe
volfrám	74	W
xenon	54	Xe

*Az elemek vegyjel szerinti sorrendje*

Vegy-jel	Rend-szám	Név
Ac	89	aktínium
Ag	47	ezüst
Al	13	alumínium
Am	95	amerícium
Ar	18	argon
As	33	arzén
At	85	asztácium
Au	79	arany
B	5	bór
Ba	56	bárium
Be	4	berillium
Bi	83	bizmut
Bk	97	berkélium
Br	35	bróm
C	6	szén
Ca	20	kalcium
Cd	48	kadmium
Ce	58	cérium
Cf	98	kalifornium
Cl	17	klór
Cm	96	kűrium
Co	27	kobalt
Cr	24	króm
Cu	29	réz
Cs	55	cézium
Db	105	dubnium
Dy	66	diszprózium
Er	68	erbiium
Es	99	einsteinium
Eu	63	európiium
F	9	fluor
Fe	26	vas
Fm	100	fermium
Fr	87	francium
Ga	31	gallium

Vegy-jel	Rend-szám	Név
Gd	64	gadolínium
Ge	32	germánium
H	1	hidrogén
He	2	hélium
Hf	72	hafnium
Hg	80	higany
Ho	67	holmium
I	53	jód
In	49	indium
Ir	77	irídium
K	19	kálium
Kr	36	kripton
La	57	lantán
Li	3	lítium
Lr	103	laurencium
Lu	71	lutécium
Md	101	mendeléviium
Mg	12	magnézium
Mn	25	mangán
Mo	42	molibdén
N	7	nitrogén
Na	11	nátrium
Nb	41	nióbiium
Nd	60	neodímiium
Ne	10	neon
Ni	28	nikkel
No	102	nobéliium
Np	93	neptúniium
O	8	oxigén
Os	76	ozmiium
P	15	foszfor
Pa	91	protaktíniium
Pb	82	ólom
Pd	46	palládiium
Pm	61	prométíium

Vegy-jel	Rend-szám	Név
Po	84	polóniium
Pr	59	prazeodímiium
Pt	78	platina
Pu	94	plutóniium
Ra	88	rádiium
Rb	37	rubídiium
Re	75	réníium
Rf	104	rutherfordiium
Rh	45	ródiium
Rn	86	radon
Ru	44	ruténiium
S	16	kén
Sb	51	antimon
Sc	21	szkandiium
Se	34	szelén
Si	14	szilíciium
Sm	62	szamáriium
Sn	50	ón
Sr	38	stronciium
Ta	73	tantál
Tb	65	terbiium
Tc	43	technéciium
Te	52	tellúr
Th	90	tóriium
Ti	22	títán
Tl	81	talliium
Tm	69	túliium
U	92	urán
V	23	vanádiium
W	74	volfrám
Xe	54	xenon
Y	39	ittriium
Yb	70	itterbiium
Zn	30	cink
Zr	40	cirkóniium

## 1.2. Az elemek felfedezése

Rendszám	Vegyjel	Név	Felfedező	Felfedezési idő
1	H	hidrogén	Cavendish, H.	1766
2	He	hélium	Ramsay, W.	1895
3	Li	lítium	Arfvedson, J. A.	1817
4	Be	berillium	Vauquelin, L. N. Wöhler, F., Bussy, A. A.	1798 1828
5	B	bór	Gay-Lussac, J. L., Thénard, L. J., Davy, H.	1808
6	C	szén	–	ókor
7	N	nitrogén	Rutherford, D.	1772
8	O	oxigén	Priestley, J.	1774
9	F	fluor	Moissan, H.	1886
10	Ne	neon	Ramsay, W.	1898
11	Na	nátrium	Davy, H.	1807
12	Mg	magnézium	Davy, H. Bussy, A.	1808 1830
13	Al	alumínium	Oersted, H. Wöhler, F.	1825 1827
14	Si	szilícium	Berzelius, J. J.	1824
15	P	foszfor	Brand, H.	1669
16	S	kén	–	ókor
17	Cl	klór	Scheele, C. W.	1774
18	Ar	argon	Rayleigh W.	1894
19	K	kálium	Davy, H.	1807
20	Ca	kalcium	Davy, H.	1808
21	Sc	szkandium	Nilson, F. L.	1879
22	Ti	titán	Gregor, W. Berzelius, J. J.	1791 1825
23	V	vanádium	del Rio, A. M.	1801
24	Cr	króm	Vauquelin, L. N.	1798
25	Mn	mangán	Scheele, C. W.	1774
26	Fe	vas	–	ókor
27	Co	kobalt	Brandt, G.	1735
28	Ni	nikkel	Cronstedt, A. F.	1751
29	Cu	réz	–	ókor
30	Zn	cink	–	középkor
31	Ga	gallium	Boisbaudran, L.	1875
32	Ge	germánium	Winkler, Cl.	1886
33	As	arzén	–	középkor
34	Se	szelén	Berzelius, J. J.	1818
35	Br	bróm	Balard, J.	1826
36	Kr	kripton	Ramsay, W.	1898

1.2. Az elemek felfedezése (folytatás)

Rendszám	Vegyjel	Név	Felfedező	Felfedezési idő
37	Rb	rubídium	Bunsen, R., Kirchhof F. G.	1861
38	Sr	stroncium	Davy, H.	1808
39	Y	ittrium	Wöhler, F.	1828
40	Zr	cirkónium	Klaproth, M. H.	1789
41	Nb	nióbium	Hatchett, Ch.	1801
42	Mo	molibdén	Scheele, C. W. Hjelm, P. J.	1778 1782
43	Tc	technécium	Perrier, C., Segré, E.	1939
44	Ru	ruténium	Klauss, K. K.	1844
45	Rh	ródium	Wollaston, W. H.	1804
46	Pd	palládium	Wollaston, W. H.	1803
47	Ag	ezüst	–	ókor
48	Cd	kadmium	Stromeyer, F.	1817
49	In	indium	Reich, F.	1863
50	Sn	ón	–	ókor
51	Sb	antimon	–	középkor
52	Te	tellúr	Müller Ferenc	1782
53	I	jód	Courtois, B.	1811
54	Xe	xenon	Ramsay, W.	1898
55	Cs	cézium	Bunsen, R., Kirchhoff, G.	1860
56	Ba	bárium	Davy, H.	1808
57	La	lantán	Mosander, C. G.	1839
58	Ce	cérium	Berzelius, J. J.	1803
59	Pr	prazeodímium	Auer, W.	1885
60	Nd	neodímium	Auer, W.	1885
61	Pm	promécium	Coryell, C. D., Glendenin, L. E., Marinsky, J. A	1945
62	Sm	szamárium	Boisbaudran, L.	1879
63	Eu	európium	Demarcay, E. I	1901
64	Gd	gadolínium	Marignac, J. C.	1880
65	Tb	terbium	Mosander, C. G.	1843
66	Dy	diszprózium	Boisbaudran, L.	1886
67	Ho	holmium	Cléve, Th. P.	1879
68	Er	erbium	Mosander, G. G.	1843
69	Tm	túlium	Cléve, Th. P.	1879
70	Yb	itterbium	Marignac J.	1878
71	Lu	lutécium	Urbain, G., Auer, W.	1907
72	Hf	hafnium	Hevesy György, Coster, D.	1922
73	Ta	tantál	Ekeberg, A. G.	1802
74	W	volfrám	d'Elhuyar, F. és J.	1783
75	Re	rénium	Noddack, W., Tacke, I., Berg, O.	1925

Rendszám	Vegyjel	Név	Felfedező	Felfedezési idő
76	Os	ozmium	Tennant, Ch.	1803
77	Ir	irídium	Tennant, Ch.	1803
78	Pt	platina	Ulloa	1735
79	Au	arany	–	ókor
80	Hg	higany	–	ókor
81	Tl	tallium	Crookes, W.	1861
82	Pb	ólom	–	ókor
83	Bi	bizmut	–	középkor
84	Po	polónium	Curie, M. és P.	1898
85	At	asztácium	Corson, D. R., McKenzie, K. R., Segré, E.	1940
86	Rn	radon	Dorn, F. E.	1900
87	Fr	francium	Perey, M.	1939
88	Ra	rádium	Curie, M. és P	1898
89	Ac	aktínium	Debiere, A.	1899
90	Th	tórium	Berzelius, J. J.	1828
91	Pa	protaktínium	Hahn, O., Meitner, L.	1917
92	U	urán	Klaproth, M. H.	1789
93	Np	neptúnium	McMillan, E. M., Abelson, P. H.	1940
94	Pu	plutónium	Seaborg, G. T., McMillan, E. M., Kennedy, 3. W., Wahl, A. C.	1940
95	Am	amerícium	Seaborg, G. T., James, R. A., Thompson, S. G., Ghiorso, A.	1944
96	Cm	kúrium	Seaborg, G. T., James, R. A., Ghiorso, A.	1944
97	Bk	berkélium	Seaborg, G., Thompson, S., Ghiorso, A.	1950
98	Cf	kalifornium	Seaborg, G.	1950
99	Es	einsteinium	Ghiorso, A.	1952
100	Fm	fermium	Ghiorso, A.	1953
101	Md	mendelévium	Ghiorso, A., Seaborg, G.	1955
102	No	nobélium	Ghiorso, A., Sikkeland, T., Walton, J. R., Seaborg, G.	1958
103	Lr	laurencium	Ghiorso, A., Sikkeland, T., Larsh, A. E., Latimer, R.	1961
104	Rf	rutherfordium	Flerov,	1964
105	Db	dubnium	Flerov, I., Ghiorso, A.	1970
106	Sg	seaborgium	Berkeley-i kutatócsoport	1974
107	Bh	bohrium	Darmstadt-i kutatócsoport	1981
108	Hs	hassium	Darmstadt-i kutatócsoport	1984
109	Mt	meitnerium	Darmstadt-i kutatócsoport	1982
110	Uun	ununilium	Darmstadt-i kutatócsoport	1994–96
111	Unu	ununium	Darmstadt-i kutatócsoport	1994–96
112	Uub	ununblum	Darmstadt-i kutatócsoport	1994–96

### 1.3. Az elemek periódusos rendszere

1	*0,082
-259,34	28,8
-252,87	
0,06	
0,45	
H	hidrogén
1,00	

3	0,53	4	1,85
180,5	23,1	1287	16,8
1342		2471	
3,0	11,7		
157		309,4	
	lítium		berillium
TK	6,94	H	9,01

11	0,97	12	1,74
97,72	28,5	650	25,5
883		1090	
2,6		8,9	
101		136,1	
	nátrium		magnézium
TK	22,99	H	24,30

19	0,86	20	1,55	21	3,0	22	4,51	23	6,1	24	7,19	25	7,43	26	7,86	27	8,9
63,38	28,9	842	24,8	1541	24,3	1668	25,4	1910	25,5	1907	23,9	1246	26,4	1538	25,7	1495	24,1
759		1484		2830		3287		3407		2671		2061		2861		2927	
2,3		8,8		16		15,5		17,6		13,8		14,6		15,4		15,2	
79		153,8		339		446		444		305,5		225		354		389	
	kálium		kalcium		szkandium		títán		vanádium		króm		mangán		vas		kobalt
TK	39,10	LK	40,08	H	44,96	H	47,90	TK	50,94	TK	52,00	TK	54,94	TK	55,85	H	58,93
37	1,53	38	2,6	39	4,47	40	6,49	41	8,4	42	10,2	43	11,5	44	12,2	45	12,4
39,31	28,2	777	25,4	1526	26,7	1855	25,5	41	24,9	2623	24,9	2157	-	2334	24,2	1964	25,7
688		1382		3336		4409		2477		4639		4265		4150		3695	
2,3		8,8		11,3		16,7		4744		27,6		23		25,5		22	
75,8		141,5		389		502		26,8		536		502		620		532	
	rubídium		stroncium		ittrium		cirkónium		nióbbium		molibdén		technécium		ruténium		ródiium
TK	85,47	LK	87,62	H	88,90	H	91,22	TK	92,91	TK	95,94	H	(99)	H	101,07	LK	102,90
55	1,90	56	3,5	57	6,17	72	13,1	73	16,6	74	19,3	75	21,0	76	22,6	77	22,5
28,44	29,2	727	38,4	920	26,4	2233	26,7	3017	27,1	3422	23,9	3186	26,1	3033	24,9	2446	24,9
671		1897		3455		4603		5458		5555		5596		5012		4428	
2,1		7,6		6,3		22		28,4		33,7		33		26,8		27,6	
68,2		150		402		649		754		774		636		678		636	
	cézium		bárium		lantán		hafnium		tantál		volfrám		rénium		ozmium		irídium
TK	132,90	TK	137,34	H	138,91	H	178,49	TK	180,95	TK	183,85	H	186,2	H	190,20	LK	192,20
87	-	88	5,0	89	10,07	104	-	105	-	106	-	107	-	108	-	109	-
27	-	700	-	1051	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
677	-	3198	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	115	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	francium		rádium		aktínium		rutherfordium		dubnium		seaborgium		bohrium		hassium		meitnerium
TK	(223)	??	(226)	K	(227,03)	??	(261,11)	??	(262,11)	??	(263,12)	??	(262,12)	??	(265,10)	??	(266,10)

rendsám	30	7,14	sűrűség g/cm <sup>3</sup> *(g/dm <sup>3</sup> )
olvadáspont (°C)	419,53	24,8	moláris hőkapacitás (J/mol · K)
forráspont (°C)	907		
olvadáshő (kJ/mol)	7,4		vegyjel
forráshő (kJ/mol)	114,7		
			cink
			név
rácsszerkezet	H	65,37	moláris tömeg (g/mol)

- K = kockarács TK = tércentrált köbös  
 LK = lapcentrált köbös H = hatszöges  
 Gy = gyémántrács R = rombos  
 RÉ = romboédes M = monoklin  
 T = négyzetes (tetragonális) ?? = ismeretlen  
 h = hármasponton mérve s = szublimálási hőmérséklet

Színkód:

- gáz  
 folyadék  
 szilárd

58	6,67	59	6,77	60	7,00	61	7,23	62	7,54	63	5,26
799	25,2	931	28,2	1016	27,4	1042	-	1072	27,0	822	24,3
3424		3510		3066		3000		1790		1596	
5,0		6,7		7,1		7,1		8,8		9,2	
398		331		289		-		192		176	
	cérium		praeodmíium		neodmíium		prométium		szamárium		eurórium
LK	140,12	H	140,91	H	144,24	H	(147)	RÉ	150,36	TK	151,96
90	11,7	91	15,4	92	19,07	93	19,5	94	19,82	95	13,67
1750	32,4	1572		1135	26,2	644	-	640	-	1176	34,0
4788		3300		4131		3902		3228		2607	
19,2		-		11,3		-		-		-	
-		544		460		395		365		60	
	tórium		protaktínium		urán		neptúnium		plutónium		amerícium
LK	232,04	T	(231,04)	R	238,03	R	(237,05)	M	(239,05)	H	(241,06)



2 \*0,164  
-  
20,9  
-268,93 He  
0,02  
0,08 hélium  
H 4,00

5 2,34 2075 13,9 4000 - 536 bór RÉ 10,81	6 2,26 4492h 8,3 3825s - 719 szén H 12,01	7 *1,15 -210 28,8 -195,79 0,36 2,8 nitrogén H 14,01	8 *1,31 -218,79 29,1 -182,95 0,22 3,4 oxigén K 16,00	9 *1,553 -219,62 28,5 -188,12 0,2 3,1 fluor K 18,99	10 *0,83 -248,90 - -246,08 0,3 1,8 neon LK 20,18
13 2,7 660,32 24,3 2519 10,87 284 alumínium LK 26,98	14 2,33 1414 19,0 3265 46 170 szilícium GY 28,09	15 1,82 44,15 22,9 277 0,6 12,4 foszfor TK 30,97	16 2,07 115,21 23,4 444,60 1,4 12,6 kén R 32,06	17 *2,90 -101,5 34,7 -34,04 3,2 10,2 klór R 35,45	18 *1,63 -189,35 43,5 -185,85 1,6 6,5 argon LK 39,95

28 8,9 1455 25,8 2913 17,6 381 nikkel LK 58,71	29 8,96 1084,62 24,8 2562 13 304,8 réz LK 63,46	30 7,14 419,53 24,8 907 7,4 114,7 cink H 65,37	31 5,93 29,76 23,0 2204 5,6 - gallium R 69,72	32 5,32 938,25 22,5 2833 32 285 germánium GY 72,59	33 5,72 817h 25,4 614s - 32,4 arzén RÉ 74,92	34 4,79 221 27,6 685 5,2 14 szelén H 78,96	35 3,12 -7,2 46,3 58,8 5,3 15 bróm R 79,90	36 *3,43 -157,36 - -153,22 1,6 9,0 kripton LK 83,80
46 12,0 1554,9 25,5 2963 16,7 377 palládium LK 106,4	47 10,5 961,78 24,8 2162 11,3 254 ezüst LK 107,88	48 8,65 321,07 25,8 767 6,1 100 kadmium H 112,40	49 7,31 156,60 27,5 2072 3,3 225 indium T 114,82	50 7,3 231,93 27,3 2602 7,2 293 ón T 118,69	51 6,62 630,63 25,6 1587 19,8 195 antimon RÉ 121,75	52 6,24 449,51 25,5 988 18 50 tellúr H 127,60	53 4,94 113,7 27,9 184,4 7,8 22 jód R 126,90	54 *5,37 -111,75 - -108,04 2,3 12,6 xenon LK 131,30
78 21,4 1768,4 25,4 3825 197 511 platina LK 195,09	79 19,3 1064,18 25,6 2856 12,7 342,5 arany LK 196,99	80 13,6 -38,83 28,0 356,73 2,3 58,2 higany RÉ 200,59	81 11,85 304 26,6 1473 4,2 162 tallium H 204,37	82 11,4 327,46 27,0 1749 5,1 177 ólom LK 207,19	83 9,8 271,40 27,2 1564 10,9 178,8 bizmut RÉ 208,98	84 9,2 254 - - - 121 polónium K (210)	85 - 302 - 337 - 33,5 - asztácium ?? (209,99)	86 *9,07 -71 - -61,7 2,9 16,4 radon LK (222)

110 - 111 - 112 -  
- - -  
- Uun - Uuu - Uub  
- ununnilium - ununnilium - ununnilium  
?? - ?? - ?? -

64 7,89 1314 47,1 3264 15,5 301 gadolinium H 157,25	65 8,27 1359 28,5 3221 16 293 terbium H 158,92	66 8,54 1411 27,6 2561 17 280,5 diszprózium H 162,50	67 8,8 1472 26,4 2694 17 280,5 holmium H 164,93	68 9,05 1529 28,4 2862 17 280,5 erbioium H 167,26	69 9,33 15,45 27,0 1946 4,3 162 túlium H 168,94	70 6,98 824 25,9 1194 7,5 159 itterbioium LK 173,04	71 9,84 1663 26,2 3393 19,3 377 lutécium H 174,97
96 13,55 1345 - - - kúrium H (244,06)	97 13,25 1050 - - - berkélium ?? (249,07)	98 15,1 (900) - - - kalifornium ?? (252,08)	99 - (860) - - - einsteinium ?? (252,08)	100 - 1527 - - - fermioium ?? (257,09)	101 - 827 - - - mendelévium ?? (256,09)	102 - 827 - - - nobélium ?? (259,10)	103 - 1627 - - - laurencium ?? (262,11)

#### 1.4. Az elemek fizikai tulajdonságai

**Rendszám:** az atommagban található protonok száma.

**Moláris tömeg:** az anyag tömegének és anyagmennyiségének hányadosa. Jele:  $M$ , szokásos mértékegysége g/mol. Számértékben megegyezik 1 mol anyag g-ban kifejezett tömegével.

**Olvadáspont:** az a hőmérséklet, amelyen az illető anyag szilárd és folyékony fázisa egymással egyensúlyban van. Értéke függ a nyomástól!

**Forráspont:** az a hőmérséklet, amelyen a folyadék telített gőzének nyomása eléri a külső nyomást. Értéke függ a nyomástól!

**Olvadáshő:** a moláris olvadáshő az anyag olvadáspontján való megolvasztásához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. Az olvadáshőt megadott tömegre is vonatkoztathatjuk. Ekkor az anyag olvadáspontján való megolvasztásához szükséges energia és a tömeg hányadosa. Mértékegysége kJ/kg. Számértéke megegyezik az egységnyi mennyiségű (1 mol vagy 1 kg) anyag olvadáspontján való megolvasztásához szükséges, kJ-ban kifejezett energiával.

**Forráshő:** a moláris forráshő az anyag forráspontján való elpárologtatásához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. A forráshőt megadott tömegre is vonatkoztathatjuk. Ekkor az anyag forráspontján való elforrálásához szükséges energia és a tömeg hányadosa. Mértékegysége kJ/kg. Számértéke megegyezik az egységnyi mennyiségű (1 mol vagy 1 kg) anyag forráspontján való elforrálásához szükséges, kJ-ban kifejezett energiával.

**Moláris hőkapacitás:** az anyaggal közölt hő, valamint az anyagmennyiség és a hőmérséklet-változás szorzatának hányadosa. Mértékegysége J/(mol · K). Számértéke megegyezik az 1 mol anyag 1 °C-kal való felmelegítéséhez szükséges, J-ban kifejezett hővel.

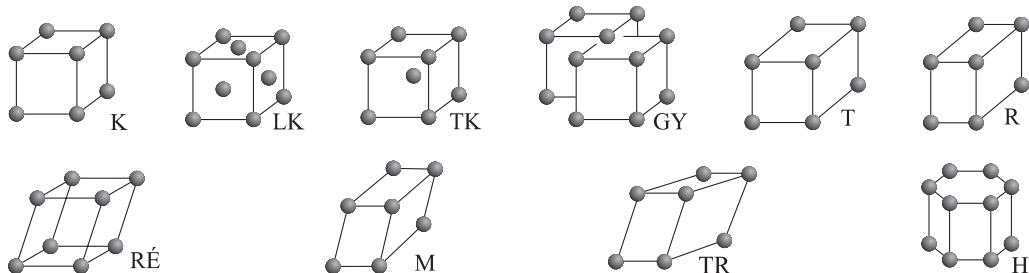
**Sűrűség:** a tömeg és a térfogat hányadosa. Lásd a 195. oldalon is!

**Rácstípus:** K = kockarács, LK = lapcentrált köbös, TK = tércentrált köbös, Gy = gyémántrács, T = négyzetes (tetragonális), R = rombos, RÉ = romboédeses, M = monoklin, TR = triklin, H = hexagonális, ?? = ismeretlen. Lásd a 243. és a 285. oldalon is!

Több allotróp módosulat esetén a 25 °C hőmérsékleten és  $10^5$  Pa nyomáson stabil módosulatra vonatkozik.

**Elemi cella:** egy kristályos anyag rácsának az a legkisebb egysége, amely a tér három irányába önmagával párhuzamosan eltolva a teljes rácsot felépíti.

**Rácsállandók:** az elemi cella éleinek hossza.



Rendszám	Vegyjel	Név	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Olvadáshő (kJ/mol)	Forráshő (kJ/mol)	Moláris hőkapacitás J/(mol · K)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )	Rácstípus
1	H	hidrogén	1,00	-259,34	-252,87	0,06	0,45	28,8	*0,082	H
2	He	hélium	4,00	-	-268,93	0,02	0,08	20,9	*0,164	H
3	Li	lítium	6,94	180,5	1342	3,0	157	23,1	0,53	TK
4	Be	berillium	9,01	1287	2760	11,7	309,4	16,9	1,85	H
5	B	bór	10,81	2075	4000	-	536	13,9	2,34	RÉ
6	C	szén	12,01	4492h	3825s	-	719	8,3	2,26	H
7	N	nitrogén	14,01	-210	-195,79	0,36	2,8	28,8	*1,145	H
8	O	oxigén	16,00	-218,79	-182,95	0,22	3,4	29,1	*1,308	K
9	F	fluor	18,99	-219,62	-188,12	0,2	3,1	28,5	*1,553	K
10	Ne	neon	20,18	-248,59	-246,08	0,3	1,8	-	*0,825	LK
11	Na	nátrium	22,99	97,72	883	2,6	101	28,5	0,97	TK
12	Mg	magnézium	24,30	650	1090	8,9	136,1	25,5	1,74	H
13	Al	alumínium	26,98	660,32	2519	10,87	284	24,3	2,7	LK
14	Si	szilícium	28,09	1414	2635	46	170	19,0	2,33	GY
15	P	foszfor	30,97	44,15	277	0,6	12,4	22,9	1,82	TK
16	S	kén	32,06	115,21	444,60	1,4	12,6	23,4	2,07	R
17	Cl	klór	35,45	-101,5	-34,04	3,2	10,2	34,7	*2,898	R
18	Ar	argon	39,95	-189,35	-185,85	1,6	6,5	43,5	*1,633	LK
19	K	kálium	39,10	63,38	759	2,3	79	28,9	0,86	TK
20	Ca	kalcium	40,08	842	1484	8,8	153,8	24,8	1,55	LK
21	Sc	szkandium	44,96	1541	2830	16	339	24,3	3,0	H
22	Ti	titán	47,90	1668	3287	15,5	446	25,4	4,51	H
23	V	vanádium	50,94	1910	3407	17,6	444	25,5	6,1	TK
24	Cr	króm	52,00	1907	2671	13,8	305,5	23,9	7,19	TK
25	Mn	mangán	54,94	1246	2061	14,6	225	26,4	7,43	TK
26	Fe	vas	55,85	1538	2861	15,4	354	25,7	7,86	TK
27	Co	kobalt	58,93	1495	2927	15,2	389	24,1	8,9	H
28	Ni	nikkel	58,71	1455	2913	17,6	381	25,8	8,9	LK
29	Cu	réz	63,46	1084,62	2562	13	304,8	24,8	8,96	LK
30	Zn	cink	65,37	419,53	907	7,4	114,7	24,8	7,14	H
31	Ga	gallium	69,72	29,76	2204	5,6	-	23,0	5,93	R
32	Ge	germánium	72,59	938,25	2833	32	285	22,5	5,32	GY
33	As	arzén	74,92	817h	614s	-	32,4	25,4	5,72	RÉ
34	Se	szelén	78,96	221	685	5,2	14	27,6	4,79	H
35	Br	bróm	79,90	-7,2	58,8	5,3	15	46,3	3,12	R
36	Kr	kripton	83,80	-157,36	-153,22	1,6	9,0	-	*3,425	LK
37	Rb	rubídium	85,47	39,31	688	2,3	75,8	28,2	1,53	TK
38	Sr	stroncium	87,62	777	1382	8,8	141,5	25,4	2,6	LK
39	Y	ittrium	88,90	1526	3336	11,3	389	26,7	4,47	H
40	Zr	cirkónium	91,22	1855	4409	16,7	502	25,5	6,49	H
41	Nb	nióbium	92,91	2477	4744	26,8	-	24,9	8,4	TK

h: hármasponton mérve, s: szublimál \*g/dm<sup>3</sup>-ben mérve

1.4. Az elemek fizikai tulajdonságai (folytatás)

Rendszám	Vegyjel	Név	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Olvadáshő (kJ/mol)	Forráshő (kJ/mol)	Moláris hőkapacitás J/(mol · K)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )	Rácstípus
42	Mo	molibdén	95,94	2623	4639	27,6	536	24,9	10,2	TK
43	Tc	technécium	(99)	2157	4265	23	502	–	11,5	H
44	Ru	ruténium	101,07	2334	4150	25,5	620	24,2	12,2	H
45	Rh	ródium	102,90	1964	3695	22	532	25,7	12,4	LK
46	Pd	palládium	106,4	1554,9	2963	16,7	377	25,5	12,0	LK
47	Ag	ezüst	107,88	961,78	2162	11,3	254	24,8	10,5	LK
48	Cd	kadmium	112,40	321,07	767	6,1	100	25,8	8,65	H
49	In	indium	114,82	156,60	2072	3,3	225	27,5	7,31	T
50	Sn	ón	118,69	231,93	2602	7,2	293	27,3	7,3	T
51	Sb	antimon	121,75	630,63	1587	19,8	195	25,6	6,62	RÉ
52	Te	tellúr	127,60	449,51	988	18	50	25,5	6,24	H
53	I	jód	126,90	113,7	184,4	7,8	22	27,9	4,94	R
54	Xe	xenon	131,30	–111,75	–108,04	2,3	12,6	–	*5,366	LK
55	Cs	cézium	132,90	28,44	671	2,1	68,2	29,2	1,90	TK
56	Ba	bárium	137,34	727	1897	7,6	150	38,4	3,5	TK
57	La	lantán	138,91	920	3455	6,3	402	26,4	6,17	H
58	Ce	cérium	140,12	799	3424	5,0	398	25,2	6,67	LK
59	Pr	praezodímium	140,91	931	3510	6,7	331	28,2	6,77	H
60	Nd	neodímium	144,24	1016	3066	7,1	289	27,4	7,00	H
61	Pm	prométium	(147)	1042	3000	–	–	–	7,23	H
62	Sm	szamárium	150,36	1072	1790	8,8	192	27,0	7,54	RÉ
63	Eu	európium	151,96	822	1596	9,2	176	24,3	5,26	TK
64	Gd	gadólínium	157,25	1314	3264	15,5	301	47,1	7,89	H
65	Tb	terbium	158,92	1359	3221	16	293	28,5	8,27	H
66	Dy	diszpróziium	162,50	1411	2561	17	280,5	27,6	8,54	H
67	Ho	holmium	164,93	1472	2694	17	280,5	26,4	8,8	H
68	Er	erbium	167,26	1529	2862	17	280,5	28,4	9,05	H
69	Tm	túlium	168,94	1545	1946	4,3	162	27,0	9,33	H
70	Yb	itterbium	173,04	824	1194	7,5	159	25,9	6,98	LK
71	Lu	lutécium	174,97	1663	3393	19,3	377	26,2	9,84	H
72	Hf	hafnium	178,49	2233	4603	22	649	26,7	13,1	H
73	Ta	tantál	180,95	3017	5458	28,4	754	27,1	16,6	TK
74	W	volfrám	183,85	3422	5555	33,7	774	23,9	19,3	TK
75	Re	rénium	186,2	3186	5596	33	636	26,1	21,0	H
76	Os	ozmium	190,20	3033	5012	26,8	678	24,7	22,6	H
77	Ir	irídium	192,20	2446	4428	27,6	636	24,9	22,5	LK
78	Pt	platina	195,09	1768,4	3825	19,7	511	25,4	21,4	LK
79	Au	arany	198,99	1064,18	2856	12,7	342,5	25,6	19,3	LK
80	Hg	higany	200,59	–38,83	356,73	2,3	58,2	28,0	13,6	RÉ
81	Tl	tallium	204,37	304	1473	4,2	162	26,6	11,85	H
82	Pb	ólom	207,19	327,46	1749	5,1	177	27,0	11,4	LK

\*g/dm<sup>3</sup>-ben mérve

Rendszám	Vegyjel	Név	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Olvadáshő (kJ/mol)	Forráshő (kJ/mol)	Moláris hőkapacitás J/(mol·K)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )	Rács típus
83	Bi	bizmut	208,98	271,40	1564	10,9	178,8	27,2	9,8	RÉ
84	Po	polónium	(210)	254	–	–	121	–	9,2	K
85	At	asztácium	(209,99)	302	337	33,5	–	–	–	??
86	Rn	radon	(222)	–71	–61,7	2,9	16,4	–	*9,074	LK
87	Fr	francium	(223)	27	677	–	–	–	–	TK
88	Ra	rádium	(226)	700	–	10	115	–	5,0	??
89	Ac	aktínium	(227,03)	1051	3198	–	–	–	10,07	K
90	Th	tórium	232,04	1750	4788	19,2	–	32,4	11,7	LK
91	Pa	protaktínium	(231,04)	1572	3300	–	544	–	15,4	T
92	U	urán	238,03	1135	4131	11,3	460	26,2	19,07	R
93	Np	neptúnium	(237,05)	644	3902	–	395	–	19,5	R
94	Pu	plutónium	(239,05)	640	3228	–	365	–	19,82	M
95	Am	amerícium	(241,06)	1176	2607	–	60	34,0	13,67	H
96	Cm	kúrium	(244,06)	1345	–	–	–	–	13,55	H
97	Bk	berkélium	(249,07)	1050	–	–	–	–	13,25	??
98	Cf	kalifornium	(252,08)	(900)	–	–	–	–	15,1	??
99	Es	einsteinium	(252,08)	(860)	–	–	–	–	–	??
100	Fm	fermium	(257,09)	1527	–	–	–	–	–	??
101	Md	mendelévium	(256,09)	827	–	–	–	–	–	??
102	No	nobélium	(259,10)	827	–	–	–	–	–	??
103	Lr	laurencium	(262,11)	1627	–	–	–	–	–	??
104	Rf	rutherfordium	(261,11)	–	–	–	–	–	–	??
105	Db	dubnium	(262,11)	–	–	–	–	–	–	??
106	Sg	seaborgium	(263,12)	–	–	–	–	–	–	??
107	Bh	bohrium	(262,12)	–	–	–	–	–	–	??
108	Hs	hassium	(265,10)	–	–	–	–	–	–	??
109	Mt	meitnerium	(266,10)	–	–	–	–	–	–	??

### 1.5. Fémkristályok rácsállandói

Jelölések: lásd a 282. oldalon.

Vegyjel	Rács-típus	Rácsállandó (pm)	
Ag	LK	409	
Al	LK	405	
Au	LK	408	
Ba	TK	502	
Be	H	228	358
Ca	LK	559	
Cd	H	298	562
Co	H	251	407

Vegyjel	Rács-típus	Rácsállandó (pm)	
Cr	TK	388	
Cs	TK	614	
Cu	LK	361	
Fe	TK	287	
K	TK	532	
Li	TK	351	
Mg	H	321	521
Mo	TK	315	

Vegyjel	Rács-típus	Rácsállandó (pm)	
Na	TK	429	
Ni	LK	352	
Pb	LK	495	
Pt	LK	392	
Rb	TK	571	
Sr	LK	608	
Ti	H	295	468
Zn	H	267	495

## 2. ATOMOK

2.1. Az elemek stabil nuklidjainak (izotópjainak) előfordulási aránya és pontos moláris tömege

**Nuklid:** adott rendszámú és tömegszámú atom vagy atomok halmaza.

**Izotópok:** olyan atomok vagy atomok halmaza, amelyeknek azonos a rendszáma, de eltérő a tömegszáma. (Atommagjukban azonos a protonok, de eltérő a neutronok száma.)

**Relatív atomtömeg:** viszonyyszám, amely megmutatja, hogy az adott atom tömege hányszor nagyobb, mint a  $^{12}\text{C}$  atomtömegének az 1/12 része.

Rendszám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány (n/n%)	Relatív atomtömeg
1	$^1\text{H}$	99,985	1,007 825
	$^2\text{H}$	0,015	2,0140
2	$^3\text{He}$	0,000 13	3,016 03
	$^4\text{He}$	100	4,002 60
3	$^6\text{Li}$	7,42	6,015 12
	$^7\text{Li}$	92,58	7,016 00
4	$^9\text{Be}$	100	9,012 18
5	$^{10}\text{B}$	19,78	10,0129
	$^{11}\text{B}$	80,22	11,009 31
6	$^{12}\text{C}$	98,89	12,000 00
	$^{13}\text{C}$	1,11	13,003 35
7	$^{14}\text{N}$	99,63	14,003 07
	$^{15}\text{N}$	0,37	15,000 11
8	$^{16}\text{O}$	99,759	15,994 91
	$^{17}\text{O}$	0,037	17,004 50
	$^{18}\text{O}$	0,204	18,0049
9	$^{19}\text{F}$	100	18,998 40
10	$^{20}\text{Ne}$	90,92	19,992 44
	$^{21}\text{Ne}$	0,257	20,993 95
	$^{22}\text{Ne}$	8,82	21,991 38
11	$^{23}\text{Na}$	100	22,9898
12	$^{24}\text{Mg}$	78,70	23,985 04
	$^{25}\text{Mg}$	10,13	24,985 84
	$^{26}\text{Mg}$	11,17	25,982 59
13	$^{27}\text{Al}$	100	26,981 53
14	$^{28}\text{Si}$	92,21	27,976 93
	$^{29}\text{Si}$	4,70	28,976 49
	$^{30}\text{Si}$	3,09	29,973 76
15	$^{31}\text{P}$	100	30,993 76
16	$^{32}\text{S}$	95,0	31,972 07
	$^{33}\text{S}$	0,76	32,971 46
	$^{34}\text{S}$	4,22	33,967 86
	$^{36}\text{S}$	0,014	35,967 09
17	$^{35}\text{Cl}$	75,53	34,968 85

Rendszám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány (n/n%)	Relatív atomtömeg
18	$^{37}\text{Cl}$	24,47	36,977 50
	$^{36}\text{Ar}$	0,337	35,967 55
	$^{38}\text{Ar}$	0,063	37,962 72
	$^{40}\text{Ar}$	99,60	39,9756
19	$^{39}\text{K}$	93,11	38,963 71
	$^{41}\text{K}$	6,88	40,9747
20	$^{40}\text{Ca}$	96,97	39,962 59
	$^{42}\text{Ca}$	0,64	41,958 63
	$^{43}\text{Ca}$	0,145	42,968 78
	$^{44}\text{Ca}$	2,06	43,955 49
	$^{46}\text{Ca}$	0,0033	45,9537
	$^{48}\text{Ca}$	0,18	47,9624
21	$^{45}\text{Sc}$	100	44,955 92
22	$^{46}\text{Ti}$	7,93	45,952 63
	$^{47}\text{Ti}$	7,28	46,9518
	$^{48}\text{Ti}$	73,94	47,9631
	$^{49}\text{Ti}$	5,51	48,947 87
	$^{50}\text{Ti}$	5,34	49,9448
23	$^{51}\text{V}$	99,76	50,944 0
24	$^{50}\text{Cr}$	4,31	49,9461
	$^{52}\text{Cr}$	83,76	51,9405
	$^{53}\text{Cr}$	9,55	52,9407
	$^{54}\text{Cr}$	2,38	53,9389
25	$^{55}\text{Mn}$	100	54,9381
26	$^{54}\text{Fe}$	5,82	53,9396
	$^{56}\text{Fe}$	91,66	55,9349
	$^{57}\text{Fe}$	2,19	56,9354
	$^{58}\text{Fe}$	0,33	57,9333
27	$^{59}\text{Co}$	100	58,9332
28	$^{58}\text{Ni}$	67,88	57,9335
	$^{60}\text{Ni}$	26,23	59,9332
	$^{61}\text{Ni}$	1,15	60,9310
	$^{62}\text{Ni}$	3,66	61,9283
	$^{64}\text{Ni}$	1,08	63,9280

Rend- szám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány (n/n%)	Relatív atomtömeg
29	<sup>63</sup> Cu	69,09	62,9298
	<sup>65</sup> Cu	30,91	64,9278
30	<sup>64</sup> Zn	48,89	63,9295
	<sup>66</sup> Zn	27,81	65,9260
	<sup>67</sup> Zn	4,11	66,9271
	<sup>68</sup> Zn	18,57	67,9249
	<sup>70</sup> Zn	0,62	69,9253
	31	<sup>69</sup> Ga	60,4
<sup>71</sup> Ga		39,6	70,9249
32	<sup>70</sup> Ge	20,53	69,9243
	<sup>72</sup> Ge	27,43	71,9217
	<sup>73</sup> Ge	7,76	72,9234
	<sup>74</sup> Ge	36,54	73,9218
	<sup>76</sup> Ge	7,76	75,9214
33	<sup>75</sup> As	100	74,9216
34	<sup>74</sup> Se	0,87	73,9225
	<sup>76</sup> Se	8,91	75,9192
	<sup>77</sup> Se	7,68	76,9199
	<sup>78</sup> Se	23,52	77,9173
	<sup>80</sup> Se	49,83	79,9165
	<sup>82</sup> Se	9,19	81,9167
35	<sup>79</sup> Br	50,54	78,9183
	<sup>81</sup> Br	49,46	80,9263
36	<sup>78</sup> Kr	0,35	77,9204
	<sup>80</sup> Kr	2,27	79,9164
	<sup>82</sup> Kr	11,66	81,9135
	<sup>83</sup> Kr	11,55	82,9141
	<sup>84</sup> Kr	56,80	83,9115
	<sup>86</sup> Kr	17,37	85,9106
37	<sup>85</sup> Rb	72,15	84,9117
38	<sup>84</sup> Sr	0,56	83,9134
	<sup>86</sup> Sr	9,86	85,9094
	<sup>87</sup> Sr	7,02	86,9089
	<sup>88</sup> Sr	82,56	87,9056
39	<sup>89</sup> Y	100	89,9054
40	<sup>90</sup> Zr	51,46	89,9043
	<sup>91</sup> Zr	11,23	90,9053
	<sup>92</sup> Zr	17,11	91,9046
	<sup>94</sup> Zr	17,40	93,9061
	<sup>96</sup> Zr	2,80	95,9082
41	<sup>93</sup> Nb	100	92,9060

Rend- szám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány (n/n%)	Relatív atomtömeg
42	<sup>92</sup> Mo	15,84	91,9063
	<sup>94</sup> Mo	9,04	93,9047
	<sup>95</sup> Mo	15,72	94,9046
	<sup>96</sup> Mo	16,53	95,9046
	<sup>97</sup> Mo	9,46	96,9058
	<sup>98</sup> Mo	23,78	97,9055
	<sup>100</sup> Mo	9,63	99,9076
	44	<sup>96</sup> Ru	6,51
<sup>98</sup> Ru		1,87	97,9055
<sup>99</sup> Ru		12,72	98,9061
<sup>100</sup> Ru		12,62	99,9030
<sup>101</sup> Ru		16,07	100,9041
<sup>102</sup> Ru		31,61	101,9037
<sup>104</sup> Ru		18,58	103,9055
45	<sup>103</sup> Rh	100	102,9048
46	<sup>102</sup> Pd	0,96	101,9049
	<sup>104</sup> Pd	10,97	103,9036
	<sup>105</sup> Pd	22,23	104,9046
	<sup>106</sup> Pd	27,33	105,9032
	<sup>108</sup> Pd	26,71	107,9030
	<sup>110</sup> Pd	11,81	109,9044
	47	<sup>107</sup> Ag	51,82
<sup>109</sup> Ag		48,18	108,9047
48	<sup>106</sup> Cd	1,22	105,9057
	<sup>108</sup> Cd	0,88	107,9040
	<sup>110</sup> Cd	12,39	109,9030
	<sup>111</sup> Cd	12,75	110,9042
	<sup>112</sup> Cd	24,07	111,9028
	<sup>113</sup> Cd	12,26	112,9046
	<sup>114</sup> Cd	28,86	113,9036
	<sup>116</sup> Cd	7,58	115,9050
	49	<sup>113</sup> In	4,23
50	<sup>112</sup> Sn	0,96	111,9040
	<sup>114</sup> Sn	0,66	113,9030
	<sup>115</sup> Sn	0,35	114,9035
	<sup>116</sup> Sn	14,30	115,9021
	<sup>117</sup> Sn	7,61	116,9031
	<sup>118</sup> Sn	24,03	117,9018
	<sup>119</sup> Sn	8,58	118,9034
	<sup>120</sup> Sn	32,86	119,9021
	<sup>122</sup> Sn	4,72	121,9034
	<sup>124</sup> Sn	5,94	123,9062

2.1. Az elemek stabil nuklidjainak (izotópjainak) előfordulási aránya és pontos moláris tömege (folytatás)

Rendszám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány (n/n%)	Relatív atomtömeg
51	<sup>121</sup> Sb	57,25	120,9038
52	<sup>120</sup> Te	0,089	119,9045
	<sup>122</sup> Te	2,46	121,9030
	<sup>123</sup> Te	0,87	122,9042
	<sup>124</sup> Te	4,61	123,9028
	<sup>125</sup> Te	6,99	124,9044
	<sup>126</sup> Te	18,71	125,9032
	<sup>128</sup> Te	31,79	127,9047
	<sup>130</sup> Te	34,48	129,9067
	53	<sup>127</sup> I	100
54	<sup>124</sup> Xe	0,096	123,9061
	<sup>126</sup> Xe	0,090	125,9042
	<sup>128</sup> Xe	1,92	127,9035
	<sup>129</sup> Xe	26,44	128,9048
	<sup>130</sup> Xe	4,08	129,9035
	<sup>131</sup> Xe	21,18	130,9051
	<sup>132</sup> Xe	26,89	131,9042
	<sup>134</sup> Xe	10,44	132,9054
	<sup>136</sup> Xe	8,87	135,9072
55	<sup>133</sup> Cs	100	132,9051
56	<sup>130</sup> Ba	0,101	129,9061
	<sup>132</sup> Ba	0,097	131,9057
	<sup>134</sup> Ba	2,42	133,9043
	<sup>135</sup> Ba	6,59	134,9056
	<sup>136</sup> Ba	7,81	135,9044
	<sup>137</sup> Ba	11,32	136,9056
	<sup>138</sup> Ba	71,66	137,9050
57	<sup>139</sup> La	99,911	138,9061
58	<sup>136</sup> Ce	0,193	–
	<sup>138</sup> Ce	0,250	137,9057
	<sup>140</sup> Ce	88,487	139,9053
59	<sup>141</sup> Pr	100	140,9071
60	<sup>142</sup> Nd	27,11	141,9076
	<sup>143</sup> Nd	12,17	142,9096
	<sup>145</sup> Nd	8,30	144,9122
	<sup>146</sup> Nd	17,62	145,9127
	<sup>148</sup> Nd	5,51	147,9166
	<sup>150</sup> Nd	5,42	149,9207

Rendszám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány (n/n%)	Relatív atomtömeg
62	<sup>144</sup> Sm	3,09	143,9117
	<sup>148</sup> Sm	11,3	147,9146
		13,8	148,9169
	<sup>150</sup> Sm	7,44	149,9170
	<sup>152</sup> Sm	26,72	151,9195
	<sup>154</sup> Sm	22,71	153,9220
63	<sup>151</sup> Eu	47,82	150,9196
	<sup>153</sup> Eu	52,18	152,9209
64	<sup>154</sup> Gd	2,15	153,9207
	<sup>155</sup> Gd	14,73	154,9226
	<sup>156</sup> Gd	20,47	155,9221
	<sup>157</sup> Gd	15,68	156,9339
	<sup>158</sup> Gd	24,87	157,9241
	<sup>160</sup> Gd	21,90	159,9071
65	<sup>159</sup> Tb	100	158,9250
66	<sup>156</sup> Dy	0,052	155,9238
	<sup>158</sup> Dy	0,090	157,9240
	<sup>160</sup> Dy	2,29	159,9248
	<sup>161</sup> Dy	18,88	160,9266
	<sup>162</sup> Dy	25,53	161,9265
	<sup>163</sup> Dy	24,97	162,9284
	<sup>164</sup> Dy	28,18	163,9288
67	<sup>165</sup> Ho	100	164,9303
68	<sup>162</sup> Er	0,136	161,9288
	<sup>164</sup> Er	1,56	163,9293
	<sup>166</sup> Er	33,41	165,9304
	<sup>167</sup> Er	22,94	166,9320
	<sup>168</sup> Er	27,07	167,9324
	<sup>170</sup> Er	14,88	169,9355
69	<sup>169</sup> Tm	100	168,9344
70	<sup>168</sup> Yb	0,135	167,9339
	<sup>170</sup> Yb	3,03	169,9349
	<sup>171</sup> Yb	14,31	170,9366
	<sup>172</sup> Yb	21,82	171,9368
	<sup>173</sup> Yb	16,13	172,9383
	<sup>174</sup> Yb	31,84	173,9390
	<sup>176</sup> Yb	12,73	175,9427
71	<sup>175</sup> Lu	97,41	174,9409



Rend- szám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány (n/n%)	Relatív atomtömeg
72	<sup>174</sup> Hf	0,19	173,9403
	<sup>176</sup> Hf	5,20	175,9435
	<sup>177</sup> Hf	18,50	176,943b
	<sup>178</sup> Hf	27,14	177,9439
	<sup>179</sup> Hf	13,76	178,9460
	<sup>180</sup> Hf	35,21	179,9468
73	<sup>180</sup> Ta	0,012	179,9475
	<sup>181</sup> Ta	99,988	180,9480
74	<sup>180</sup> W	0,14	179,9470
	<sup>182</sup> W	26,41	181,9483
	<sup>183</sup> W	14,40	182,9503
	<sup>184</sup> W	30,64	183,9510
	<sup>186</sup> W	28,41	185,9543
75	<sup>185</sup> Re	37,07	184,9530
76	<sup>184</sup> Os	0,018	183,9526
	<sup>186</sup> Os	1,59	185,9539
	<sup>187</sup> Os	1,64	186,9560
	<sup>188</sup> Os	13,3	187,9560
	<sup>189</sup> Os	16,1	188,9582
	<sup>190</sup> Os	26,4	189,9586
	<sup>192</sup> Os	41,0	191,9614

Rend- szám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány (n/n%)	Relatív atomtömeg
77	<sup>191</sup> Ir	37,3	190,9609
	<sup>193</sup> Ir	62,7	192,9633
78	<sup>192</sup> Pt	0,8	191,9614
	<sup>194</sup> Pt	32,9	193,9628
	<sup>195</sup> Pt	33,8	194,9648
	<sup>196</sup> Pt	25,3	195,9650
	<sup>198</sup> Pt	7,2	197,9676
79	<sup>197</sup> Au	100	196,9666
80	<sup>196</sup> Hg	0,146	195,9658
	<sup>198</sup> Hg	10,02	197,9668
	<sup>199</sup> Hg	16,84	198,9683
	<sup>200</sup> Hg	23,13	199,9683
	<sup>201</sup> Hg	13,22	200,9703
	<sup>202</sup> Hg	29,80	201,9706
	<sup>204</sup> Hg	6,85	203,9735
81	<sup>203</sup> Tl	29,60	202,9723
	<sup>205</sup> Tl	70,40	204,9745
82	<sup>206</sup> Pb	23,6	205,9745
	<sup>207</sup> Pb	22,6	206,9759
	<sup>208</sup> Pb	52,3	207,9766

2.2. Néhány, a természetben előforduló nagyon hosszú felezési idejű radioaktív nuklid (izotóp) mért vagy becsült adatai\*

Rend- szám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány (n/n%)	Felezési idő (év)
19	<sup>38</sup> K	10 <sup>-8</sup>	1,1 · 10 <sup>9</sup>
6	<sup>14</sup> C	1,4 · 10 <sup>-10</sup>	5,57 · 10 <sup>3</sup>
19	<sup>40</sup> K	0,0119	1,3 · 10 <sup>9</sup>
23	<sup>50</sup> V	0,24	4 · 10 <sup>14</sup>
37	<sup>87</sup> Rb	27,85	6,15 · 10 <sup>10</sup>
49	<sup>115</sup> In	95,77	6 · 10 <sup>14</sup>
51	<sup>123</sup> Sb	42,75	10 <sup>14</sup>
57	<sup>138</sup> La	0,089	2 · 10 <sup>11</sup>
58	<sup>142</sup> Ce	11,07	5 · 10 <sup>15</sup>
60	<sup>144</sup> Nd	23,87	1,5 · 10 <sup>15</sup>

Rend- szám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány (n/n%)	Felezési idő (év)
62	<sup>147</sup> Sm	15,07	1,25 · 10 <sup>11</sup>
64	<sup>152</sup> Gd	0,2	1,08 · 10 <sup>14</sup>
74	<sup>178</sup> W	10 <sup>-7</sup>	6 · 10 <sup>8</sup>
78	<sup>190</sup> Pt	0,012	10 <sup>12</sup>
82	<sup>204</sup> Pb	1,48	3 · 10 <sup>16</sup>
83	<sup>209</sup> Bi	100	2 · 10 <sup>17</sup>
90	<sup>232</sup> Th	100	1,39 · 10 <sup>10</sup>
92	<sup>235</sup> U	0,72	7,13 · 10 <sup>8</sup>
92	<sup>238</sup> U	99,28	4,5 · 10 <sup>9</sup>

\* Lásd még a 242. oldalon!

### 2.3. Az atomok százalékos előfordulása a földkéregben

Atom	Tömeg%	Atom%
H	0,15	3,0
He	$4,6 \cdot 10^{-4}$	–
Li	$6,5 \cdot 10^{-3}$	$1,9 \cdot 10^{-2}$
Be	$6,0 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$
B	$3,0 \cdot 10^{-4}$	$6,0 \cdot 10^{-4}$
C	0,1	0,15
N	$1,0 \cdot 10^{-2}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$
O	47,2	58,0
F	$2,7 \cdot 10^{-2}$	$2,8 \cdot 10^{-2}$
Ne	$1,6 \cdot 10^{-3}$	–
Na	2,64	2,4
Mg	2,1	2,0
Al	8,80	6,6
Si	27,6	20,0
P	$8,0 \cdot 10^{-2}$	$5,0 \cdot 10^{-2}$
S	$5,0 \cdot 10^{-2}$	$3,0 \cdot 10^{-2}$
Cl	$4,5 \cdot 10^{-2}$	$2,6 \cdot 10^{-2}$
Ar	$7,18 \cdot 10^{-6}$	$4,0 \cdot 10^{-6}$
K	2,6	1,4
Ca	3,6	2,0
Sc	$6,0 \cdot 10^{-4}$	$3,0 \cdot 10^{-3}$
Ti	0,65	0,25
V	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$6,0 \cdot 10^{-3}$
Cr	$2,0 \cdot 10^{-2}$	$8,0 \cdot 10^{-3}$
Mn	$9,0 \cdot 10^{-2}$	$3,2 \cdot 10^{-2}$
Fe	5,1	2,0
Co	$3,0 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$
Ni	$8,0 \cdot 10^{-3}$	$3,2 \cdot 10^{-3}$
Cu	$1,0 \cdot 10^{-2}$	$3,6 \cdot 10^{-3}$
Zn	$5 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$
Ga	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-4}$
Ge	$7 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$

Elem	Tömeg%	Atom%
As	$5 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$
Se	$6 \cdot 10^{-5}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$
Br	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$
Kr	$1 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-5}$
Rb	$3,1 \cdot 10^{-2}$	$7 \cdot 10^{-3}$
Sr	$4 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-2}$
Y	$2,8 \cdot 10^{-3}$	$2,6 \cdot 10^{-4}$
Zr	$2 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-3}$
Nb	$1 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-4}$
Mo	$3 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-5}$
Tc	0,0	0,0
Ru	$5 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-7}$
Rh	$1 \cdot 10^{-7}$	$1,7 \cdot 10^{-8}$
Pd	$1 \cdot 10^{-6}$	$1,6 \cdot 10^{-7}$
Ag	$1 \cdot 10^{-5}$	$1,6 \cdot 10^{-6}$
Cd	$5 \cdot 10^{-6}$	$7,6 \cdot 10^{-6}$
In	$1 \cdot 10^{-5}$	$1,5 \cdot 10^{-6}$
Sn	$4 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-4}$
Sb	$4 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-6}$
Te	$1 \cdot 10^{-6}$	$1,3 \cdot 10^{-7}$
I	$3 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-6}$
Xe	$8 \cdot 10^{-6}$	–
Cs	$7 \cdot 10^{-4}$	$9,5 \cdot 10^{-9}$
Ba	$5 \cdot 10^{-2}$	$5,7 \cdot 10^{-3}$
La	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-4}$
Ce	$4,5 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-4}$
Pr	$7,4 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-5}$
Nd	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$3,5 \cdot 10^{-4}$
Pm	0,0	0,0
Sm	$7 \cdot 10^{-4}$	$9 \cdot 10^{-5}$
Eu	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-5}$
Gd	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-4}$

Elem	Tömeg%	Atom%
Tb	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-5}$
Dy	$4,5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$
Ho	$1,3 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-6}$
Er	$4 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$
Tm	$8 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-6}$
Yb	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5}$
Lu	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-5}$
Hf	$3,2 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$
Ta	$2 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-5}$
W	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-5}$
Re	$1 \cdot 10^{-7}$	$8,5 \cdot 10^{-9}$
Os	$5 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-7}$
Ir	$1 \cdot 10^{-7}$	$8,5 \cdot 10^{-9}$
Pt	$5 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-8}$
Au	$5 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-8}$
Hg	$7 \cdot 10^{-6}$	$7 \cdot 10^{-7}$
Tl	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5}$
Pb	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{-4}$
Bi	$2 \cdot 10^{-5}$	$1,7 \cdot 10^{-6}$
Po	$2 \cdot 10^{-14}$	$2 \cdot 10^{-15}$
At	0,0	0,0
Rn	$7 \cdot 10^{-16}$	–
Fr	0,0	0,0
Ra	$1 \cdot 10^{-10}$	–
Ac	$6 \cdot 10^{-10}$	$5 \cdot 10^{-15}$
Th	$8 \cdot 10^{-4}$	$7 \cdot 10^{-5}$
Pa	$1 \cdot 10^{-10}$	$8 \cdot 10^{-12}$
U	$3 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-5}$
Np	0,0	0,0
Pu	$1 \cdot 10^{-15}$	$7 \cdot 10^{-17}$
Am	0,0	0,0
innentől kezdve végig 0		

A tömegszázalék és az atomszázalék adatait különböző módszerrel határozták meg; innen erednek a kis gyakoriságú elemeknél tapasztalható eltérések.

#### 2.4. Az atomok relatív gyakorisága a Világegyetemben

Atom	Atom%
H	90,78
He	9,08
Li	$2,6 \cdot 10^{-7}$
Be	$4,2 \cdot 10^{-8}$
B	$5,2 \cdot 10^{-8}$
C	$2,1 \cdot 10^{-2}$
N	$4,2 \cdot 10^{-2}$
O	$5,7 \cdot 10^{-2}$
F	$2,3 \cdot 10^{-5}$
Ne	$6,2 \cdot 10^{-3}$
Na	$1,2 \cdot 10^{-4}$
Mg	$2,3 \cdot 10^{-3}$
Al	$2,3 \cdot 10^{-4}$
Si	$2,6 \cdot 10^{-3}$
P	$3,4 \cdot 10^{-5}$
S	$9,1 \cdot 10^{-4}$
Cl	$4,4 \cdot 10^{-5}$
Ar	$5,7 \cdot 10^{-4}$
K	$1,8 \cdot 10^{-5}$
Ca	$1,7 \cdot 10^{-4}$
Sc	$4,7 \cdot 10^{-8}$
Ti	$6,7 \cdot 10^{-6}$
V	$6,5 \cdot 10^{-7}$
Cr	$2,5 \cdot 10^{-5}$
Mn	$2,0 \cdot 10^{-5}$
Fe	$4,7 \cdot 10^{-3}$

Atom	Atom%
Co	$2,6 \cdot 10^{-5}$
Ni	$3,5 \cdot 10^{-4}$
Cu	$1,2 \cdot 10^{-6}$
Zn	$4,2 \cdot 10^{-7}$
Ga	$1,7 \cdot 10^{-7}$
Ge	$6,5 \cdot 10^{-7}$
As	$1,2 \cdot 10^{-6}$
Se	$6,5 \cdot 10^{-8}$
Br	$1,1 \cdot 10^{-7}$
Kr	$1,3 \cdot 10^{-6}$
Rb	$1,8 \cdot 10^{-8}$
Sr	$1,0 \cdot 10^{-7}$
Y	$2,6 \cdot 10^{-8}$
Zr	$3,9 \cdot 10^{-7}$
Nb	$2,3 \cdot 10^{-9}$
Mo	$4,9 \cdot 10^{-8}$
Ru	$2,4 \cdot 10^{-8}$
Rh	$9,9 \cdot 10^{-9}$
Pd	$8,3 \cdot 10^{-9}$
Ag	$7,0 \cdot 10^{-9}$
Cd	$6,7 \cdot 10^{-9}$
In	$2,6 \cdot 10^{-9}$
Sn	$1,6 \cdot 10^{-7}$
Sb	$4,4 \cdot 10^{-9}$
Te	$4,1 \cdot 10^{-10}$
I	$4,7 \cdot 10^{-9}$

#### 2.5. Az emberi test összetétele

Atom	Tömeg%
O	61
C	23
H	10
N	2,6
Ca	1,4
P	1,1
S	0,20
K	0,20

Atom	Tömeg%
Na	0,14
Cl	0,12
Mg	0,027
Si	0,026
Fe	0,006
F	0,0037
Zn	0,0033
Rb	0,00046

Atom	Tömeg%
Sr	0,00046
Br	0,00029
Pb	0,00017
Cu	0,00010
Al	0,00009
Cd	0,00007
B	0,00007
Ba	0,00003

Atom	Tömeg%
Sn	0,00002
Mn	0,00002
I	0,00002
Au	0,00001
Mo	0,00001
Cr	0,000003
Co	0,000002
U	0,0000001

## 2.6. Az atomok periódusos rendszere

1 46 32 1312 $1s^1$ hidrogén	2,1 <b>H</b>																
3 155 123 520 [He] $2s^1$ lítium	1,0 <b>Li</b>	4 113 90 899 [He] $2s^2$ berillium	1,5 <b>Be</b>														
11 189 154 495 [Ne] $3s^1$ nátrium	0,9 <b>Na</b>	12 160 136 737 [Ne] $3s^2$ magnézium	1,2 <b>Mg</b>														
19 236 203 418 [Ar] $4s^1$ kálium	0,8 <b>K</b>	20 197 174 589 [Ar] $4s^2$ kalcium	1,0 <b>Ca</b>	21 164 132 633 [Ar] $3d^1 4s^2$ szkandium	1,3 <b>Sc</b>	22 146 132 658 [Ar] $3d^2 4s^2$ títán	1,5 <b>Ti</b>	23 134 122 650 [Ar] $3d^3 4s^2$ vanádium	1,6 <b>V</b>	24 127 118 652 [Ar] $3d^4 4s^1$ króm	1,6 <b>Cr</b>	25 130 117 717 [Ar] $3d^5 4s^2$ mangán	1,5 <b>Mn</b>	26 126 117 762 [Ar] $3d^6 4s^2$ vas	1,8 <b>Fe</b>	27 125 116 760 [Ar] $3d^7 4s^2$ kobalt	1,8 <b>Co</b>
37 248 216 403 [Kr] $5s^1$ rubídium	0,8 <b>Rb</b>	38 215 191 549 [Kr] $5s^2$ stroncium	1,0 <b>Sr</b>	39 181 162 599 [Kr] $4d^1 5s^2$ ittrium	1,3 <b>Y</b>	40 160 145 640 [Kr] $4d^2 5s^2$ cirkónium	1,4 <b>Zr</b>	41 145 134 652 [Kr] $4d^4 5s^1$ nióbium	1,6 <b>Nb</b>	42 139 130 684 [Kr] $4d^5 5s^1$ molibdén	1,8 <b>Mo</b>	43 136 127 702 [Kr] $4d^5 5s^2$ technécium	1,9 <b>Tc</b>	44 134 125 710 [Kr] $4d^6 5s^1$ ruténium	2,2 <b>Ru</b>	45 134 125 719 [Kr] $4d^8 5s^1$ ródiium	2,2 <b>Rh</b>
55 268 235 375 [Xe] $6s^1$ cézium	0,7 <b>Cs</b>	56 221 198 502 [Xe] $6s^2$ bárium	0,9 <b>Ba</b>	57 187 169 538 [Xe] $5d^1 6s^2$ lantán	1,1 <b>La</b>	72 159 144 658 [Xe] $4f^{14} 5d^2 6s^2$ hafnium	1,3 <b>Hf</b>	73 146 134 761 [Xe] $4f^{14} 5d^3 6s^2$ tantál	1,5 <b>Ta</b>	74 140 130 769 [Xe] $4f^{14} 5d^4 6s^2$ volfrám	1,7 <b>W</b>	75 137 128 760 [Xe] $4f^{14} 5d^5 6s^2$ rénium	1,9 <b>Re</b>	76 135 127 839 [Xe] $4f^{14} 5d^6 6s^2$ ozmium	2,2 <b>Os</b>	77 135 127 878 [Xe] $4f^{14} 5d^7 6s^2$ irídium	2,2 <b>Ir</b>
87 280 - 352 [Rn] $7s^1$ francium	0,7 <b>Fr</b>	88 235 - 509 [Rn] $7s^2$ rádiium	0,9 <b>Ra</b>	89 203 - 498 [Rn] $6d^1 7s^2$ aktínium	1,1 <b>Ac</b>	104 - - - [Rn] $5f^{14} 6d^2 7s^2$ rutherfordium	- <b>Rf</b>	105 - - - [Rn] $5f^{14} 6d^3 7s^2$ dubnium	- <b>Db</b>	106 - - - - seaborgium	- <b>Sg</b>	107 - - - - bohrium	- <b>Bh</b>	108 - - - - hassium	- <b>Hs</b>	109 - - - - meitnerium	- <b>Mt</b>

rendszám	30	1,6	elektronegativitás
atomsugár (pm)	139		
kovalens sugár (pm)	125		
első ionizációs energia (kJ/mol)	906		
elektronszerkezet	[Ar] $3d^{10} 4s^2$		
	<b>Zn</b>		vegyjel
	cink		név

Színkód:

	s-mező
	p-mező
	d-mező
	f-mező

58 183 165 534 [Xe] $4f^2 5d^0 6s^2$ cérium	1,1 <b>Ce</b>	59 165 527 [Xe] $4f^3 5d^0 6s^2$ praeodimium	1,1 <b>Pr</b>	60 182 164 533 [Xe] $4f^4 5d^0 6s^2$ neodimium	1,2 <b>Nd</b>	61 181 163 535 [Xe] $4f^5 5d^0 6s^2$ prométium	- <b>Pm</b>	62 180 162 544 [Xe] $4f^6 5d^0 6s^2$ szamárium	1,2 <b>Sm</b>	63 204 185 547 [Xe] $4f^7 5d^0 6s^2$ európiium	- <b>Eu</b>
90 180 165 586 [Rn] $6d^2 7s^2$ tóriium	1,3 <b>Th</b>	91 161 - 568 [Rn] $5f^2 6d^1 7s^2$ protaktínium	1,5 <b>Pa</b>	92 156 142 597 [Rn] $5f^3 6d^1 7s^2$ urán	1,7 <b>U</b>	93 155 142 604 [Rn] $5f^4 6d^1 7s^2$ neptúnium	1,3 <b>Np</b>	94 159 - 584 [Rn] $5f^6 6d^0 7s^2$ plutónium	1,3 <b>Pu</b>	95 173 - 578 [Rn] $5f^7 6d^0 7s^2$ amerícium	1,3 <b>Am</b>

										2	-										
										122											
										93	<b>He</b>										
										2372											
										1s <sup>2</sup>											
										hélium											
										5	2,0	6	2,5	7	3,0	8	3,5	9	4,0	10	-
										91		77		71		66		64		160	
										82	<b>B</b>		<b>C</b>		<b>N</b>		<b>O</b>		<b>F</b>		<b>Ne</b>
										800		1086		1402		1313		1681		2080	
										[He]2s <sup>2</sup> 2p <sup>1</sup>		[He]2s <sup>2</sup> 2p <sup>2</sup>		[He]2s <sup>2</sup> 2p <sup>3</sup>		[He]2s <sup>2</sup> 2p <sup>4</sup>		[He]2s <sup>2</sup> 2p <sup>5</sup>		[He]2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup>	
										bór		szén		nitrogén		oxigén		fluor		neon	
										13	1,5	14	1,8	15	2,1	16	2,5	17	3,0	18	-
										143		134		130		104		99		192	
										118	<b>Al</b>		<b>Si</b>		<b>P</b>		<b>S</b>		<b>Cl</b>		<b>Ar</b>
										577		786		1011		999		1251		1520	
										[Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>1</sup>		[Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>2</sup>		[Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>3</sup>		[Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>4</sup>		[Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>5</sup>		[Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>6</sup>	
										alumínium		szilícium		foszfor		kén		klór		argon	
28	1,8	29	1,9	30	1,6	31	1,6	32	1,8	33	2,0	34	2,4	35	2,8	36	-				
124		128		139		139		139		148		117		114		198					
115	<b>Ni</b>	117	<b>Cu</b>	125	<b>Zn</b>	126	<b>Ga</b>	122	<b>Ge</b>	120	<b>As</b>	116	<b>Se</b>	114	<b>Br</b>	112	<b>Kr</b>				
737		745		906		578		762		947		940		1139		1350					
[Ar]3d <sup>8</sup> 4s <sup>2</sup>		[Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>1</sup>		[Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup>		[Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>1</sup>		[Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>2</sup>		[Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>3</sup>		[Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>4</sup>		[Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>5</sup>		[Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>6</sup>					
nikkel		réz		cink		gallium		germánium		arzén		szelén		bróm		kripton					
46	2,2	47	1,9	48	1,7	49	1,7	50	1,8	51	1,9	52	2,1	53	2,5	54	-				
134		144		156		166		158		161		137		133		218					
128	<b>Pd</b>	134	<b>Ag</b>	148	<b>Cd</b>	144	<b>In</b>	141	<b>Sn</b>	140	<b>Sb</b>	136	<b>Te</b>	133	<b>I</b>	131	<b>Xe</b>				
804		730		867		558		708		833		869		1008		1170					
[Kr]4d <sup>10</sup>		[Kr]4d <sup>10</sup> 5s <sup>1</sup>		[Kr]4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup>		[Kr]4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>1</sup>		[Kr]4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>2</sup>		[Kr]4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>3</sup>		[Kr]4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>4</sup>		[Kr]4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>5</sup>		[Kr]4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>6</sup>					
palládium		ezüst		kadmium		indium		ón		antimon		tellúr		jód		xenon					
78	2,2	79	2,3	80	1,9	81	1,8	82	1,8	83	1,9	84	2,0	85	-	86	-				
138		144		160		171		175		182		176		230		-					
130	<b>Pt</b>	134	<b>Au</b>	149	<b>Hg</b>	148	<b>Tl</b>	147	<b>Pb</b>	146	<b>Bi</b>	146	<b>Po</b>	145	<b>At</b>	-	<b>Rn</b>				
868		890		1007		589		715		703		812		-		1037					
[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>9</sup> 6s <sup>1</sup>		[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>1</sup>		[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup>		[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>1</sup>		[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>2</sup>		[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>3</sup>		[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>4</sup>		[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>5</sup>		[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>6</sup>					
platina		arany		higany		tallium		ólom		bizmut		polónium		asztácium		radon					

110 - 111 - 112 -  
 - Uun - Uuu - Uub  
 - ununnilium - unununium - ununbium

64	1,1	65	1,2	66	-	67	1,2	68	1,2	69	1,2	70	1,1	71	1,2
180		186		185		177		176		175		195		173	
161	<b>Gd</b>	159	<b>Tb</b>	159	<b>Dy</b>	158	<b>Ho</b>	157	<b>Er</b>	156	<b>Tm</b>	156	<b>Yb</b>	156	<b>Lu</b>
593		565		573		580		589		596		603		523	
[Xe]4f <sup>7</sup> 5d <sup>1</sup> 6s <sup>2</sup>		[Xe]4f <sup>9</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>		[Xe]4f <sup>10</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>		[Xe]4f <sup>11</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>		[Xe]4f <sup>12</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>		[Xe]4f <sup>13</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>		[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>		[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>1</sup> 6s <sup>2</sup>	
gadolinium		terbium		diszprózium		holmium		erbio		túlium		itterbium		lutécium	
96	-	97	-	98	-	99	-	100	-	101	-	102	-	103	-
174		170		186		186		-		-		-		-	
-	<b>Cm</b>	-	<b>Bk</b>	-	<b>Cf</b>	-	<b>Es</b>	-	<b>Fm</b>	-	<b>Md</b>	-	<b>No</b>	-	<b>Lr</b>
580		601		607		619		627		634		641		-	
[Rn]5f <sup>7</sup> 6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup>		[Rn]5f <sup>9</sup> 6d <sup>0</sup> 7s <sup>2</sup>		[Rn]5f <sup>10</sup> 6d <sup>0</sup> 7s <sup>2</sup>		[Rn]5f <sup>11</sup> 6d <sup>0</sup> 7s <sup>2</sup>		[Rn]5f <sup>12</sup> 6d <sup>0</sup> 7s <sup>2</sup>		[Rn]5f <sup>13</sup> 6d <sup>0</sup> 7s <sup>2</sup>		[Rn]5f <sup>14</sup> 6d <sup>0</sup> 7s <sup>2</sup>		[Rn]5f <sup>14</sup> 6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup>	
kúrium		berkélium		kalifornium		einsteinium		fermium		mendelévium		nobélium		laurencium	

## 2.7. Az atomok elektronszerkezete és fizikai tulajdonságai

**Rendszám:** az atommagban található protonok száma.

**Elektronszerkezet:** a számokkal jelzett héjak és betűkkel jelzett alhéjak pályáit alkotó elektronok számai. A szögletes zárójelbe tett vegyjelek az adott atommál felírt elektronszerkezet rövidítésére szolgálnak.

**Elektronegativitás:** viszonyszám, amely a kötésben lévő atomok elektronvonzó képességét jellemzi. A skálát úgy alakították ki, hogy a lítium elektronegativitását 1-nek, a fluorét 4-nek vették. Legkisebb értéke 0,7 (francium), legnagyobb értéke pedig 4,0 (fluor). Nemesgázokra nem értelmezzük.

**Atomsugár:** a legkülső atompálya sugara. Tekintve, hogy az atompálya térbeli kiterjedése csak valószínűségi adattal definiált (lásd 305. oldal), az atomsugár is egyfajta átlagértéknek tekintendő.

**Kovalens sugár:** a kovalens kötésben lévő atom átlagos atomsugara. Azonos atomok kapcsolódása esetén a kovalens sugár mindig kisebb az atomsugárnál. A nagyobb elektronegativitású atomok a kovalens kötéssel hozzájuk kapcsolódó kisebb elektronegativitású atomok elektronjait maguk felé vonzzák, és ezzel kovalens sugarukat az atomsugárnál nagyobbra növelik.

**Ionizációs energia:** a gáz-halmazállapotú szabad atomból a legkönnyebben leszakítható elektron eltávolításához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Szokásos mértékegysége kJ/mol. A második, harmadik stb. ionizációs energia értéke azonban egyre nagyobb, hiszen a kilépő elektront már eleve pozitív részecskéről kell eltávolítani. Az ionizációs energia számértéke megegyezik azzal a kJ-ban kifejezett energiamennyiséggel, amely ahhoz szükséges, hogy 1 mol gáz-halmazállapotú szabad atomból a legkönnyebben leszakítható elektront eltávolítsuk.

Rendszám	Vegyjel	Név	Elektronszerkezet	Elektronegativitás	Atomsugár (pm)	Kovalens sugár (pm)	Első ionizációs energia (kJ/mol)	Második ionizációs energia (kJ/mol)	Harmadik ionizációs energia (kJ/mol)
1	H	hidrogén	1s <sup>1</sup>	2,1	46	32	1312	–	–
2	He	hélium	1s <sup>2</sup>	–	122	93	2372	5250	–
3	Li	lítium	[He]2s <sup>1</sup>	1,0	155	123	520	7298	11815
4	Be	berillium	[He]2s <sup>2</sup>	1,5	113	90	899	1757	14848
5	B	bór	[He]2s <sup>2</sup> 2p <sup>1</sup>	2,0	91	82	800	2427	3659
6	C	szén	[He]2s <sup>2</sup> 2p <sup>2</sup>	2,5	77	77	1086	2352	4620
7	N	nitrogén	[He]2s <sup>2</sup> 2p <sup>3</sup>	3,0	71	75	1402	2856	4578
8	O	oxigén	[He]2s <sup>2</sup> 2p <sup>4</sup>	3,5	66	73	1313	3388	5300
9	F	fluor	[He]2s <sup>2</sup> 2p <sup>5</sup>	4,0	64	72	1681	3374	6050
10	Ne	neon	[He]2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup>	–	160	71	2080	3952	6121
11	Na	nátrium	[Ne]3s <sup>1</sup>	0,9	189	154	495	4562	6910

Rendszám	Vegyjel	Név	Elektronszerkezet	Elektronegativitás	Atomsugár (pm)	Kovalens sugár (pm)	Első ionizációs energia (kJ/mol)	Második ionizációs energia (kJ/mol)	Harmadik ionizációs energia (kJ/mol)
12	Mg	magnézium	[Ne]3s <sup>2</sup>	1,2	160	136	737	1450	7732
13	Al	alumínium	[Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>1</sup>	1,5	143	118	577	1816	2744
14	Si	szilícium	[Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>2</sup>	1,8	134	111	786	1577	3231
15	P	foszfor	[Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>3</sup>	2,1	130	106	1011	1907	2914
16	S	kén	[Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>4</sup>	2,5	104	102	999	2251	3356
17	Cl	klór	[Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>5</sup>	3,0	99	99	1251	2297	3821
18	Ar	argon	[Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>6</sup>	–	192	98	1520	2665	3930
19	K	kálium	[Ar]4s <sup>1</sup>	0,8	236	203	418	3051	4419
20	Ca	kalcium	[Ar]4s <sup>2</sup>	1,0	197	174	589	1145	4912
21	Sc	szkandium	[Ar]3d <sup>1</sup> 4s <sup>2</sup>	1,3	164	144	633	1234	2388
22	Ti	titán	[Ar]3d <sup>2</sup> 4s <sup>2</sup>	1,5	146	132	658	1309	2652
23	V	vanádium	[Ar]3d <sup>3</sup> 4s <sup>2</sup>	1,6	134	122	650	1414	2828
24	Cr	króm	[Ar]3d <sup>5</sup> 4s <sup>1</sup>	1,6	127	118	652	1590	2987
25	Mn	mangán	[Ar]3d <sup>5</sup> 4s <sup>2</sup>	1,5	130	117	717	1509	3248
26	Fe	vas	[Ar]3d <sup>6</sup> 4s <sup>2</sup>	1,8	126	117	762	1561	2957
27	Co	kobalt	[Ar]3d <sup>7</sup> 4s <sup>2</sup>	1,8	125	116	760	1648	3232
28	Ni	nikkel	[Ar]3d <sup>8</sup> 4s <sup>2</sup>	1,8	124	115	737	1753	3395
29	Cu	réz	[Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>1</sup>	1,9	128	117	745	1957	3554
30	Zn	cink	[Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup>	1,6	139	125	906	1733	3832
31	Ga	gallium	[Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>1</sup>	1,6	139	126	578	1979	2963
32	Ge	germánium	[Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>2</sup>	1,8	139	122	762	1537	3302
33	As	arzén	[Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>3</sup>	2,0	148	120	947	1797	2735
34	Se	szelén	[Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>4</sup>	2,4	117	116	940	2044	2973
35	Br	bróm	[Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>5</sup>	2,8	114	114	1139	2103	3473
36	Kr	kripton	[Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>6</sup>	–	198	112	1350	2350	3565
37	Rb	rubídium	[Kr]5s <sup>1</sup>	0,8	248	216	403	2632	3859
38	Sr	stroncium	[Kr]5s <sup>2</sup>	1,0	215	191	549	1064	4138
39	Y	ittrium	[Kr]4d <sup>1</sup> 5s <sup>2</sup>	1,3	181	162	599	1180	1979
40	Zr	cirkónium	[Kr]4d <sup>2</sup> 5s <sup>2</sup>	1,4	160	145	640	1266	2218
41	Nb	nióbium	[Kr]4d <sup>4</sup> 5s <sup>1</sup>	1,6	145	134	652	1381	2415
42	Mo	molibdén	[Kr]4d <sup>5</sup> 5s <sup>1</sup>	1,8	139	130	684	1559	2617
43	Tc	technécium	[Kr]4d <sup>5</sup> 5s <sup>2</sup>	1,9	136	127	702	1472	2850

## 2.7. Az atomok elektronszerkezete és fizikai tulajdonságai (folytatás)

Rendszám	Vegyjel	Név	Elektronszerkezet	Elektronegativitás	Atomsugár (pm)	Kovalens sugár (pm)	Első ionizációs energia (kJ/mol)	Második ionizációs energia (kJ/mol)	Harmadik ionizációs energia (kJ/mol)
44	Ru	ruténium	[Kr]4d <sup>7</sup> 5s <sup>1</sup>	2,2	134	125	710	1617	2746
45	Rh	ródium	[Kr]4d <sup>8</sup> 5s <sup>1</sup>	2,2	134	125	719	1744	2996
46	Pd	palládium	[Kr]4d <sup>10</sup>	2,2	134	128	804	1874	3177
47	Ag	ezüst	[Kr]4d <sup>10</sup> 5s <sup>1</sup>	1,9	144	134	730	2073	3360
48	Cd	kadmium	[Kr]4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup>	1,7	156	148	867	1631	3616
49	In	indium	[Kr]4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>1</sup>	1,7	166	144	558	1820	2704
50	Sn	ón	[Kr]4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>2</sup>	1,8	158	141	708	1411	2943
51	Sb	antimon	[Kr]4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>3</sup>	1,9	161	140	833	1594	2441
52	Te	tellúr	[Kr]4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>4</sup>	2,1	137	136	869	1794	2697
53	I	jód	[Kr]4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>5</sup>	2,5	133	133	1008	1845	3184
54	Xe	xenon	[Kr]4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>6</sup>	–	218	131	1170	2046	3099
55	Cs	cézium	[Xe]6s <sup>1</sup>	0,7	268	235	375	2234	–
56	Ba	bárium	[Xe]6s <sup>2</sup>	0,9	221	198	502	965	–
57	La	lantán	[Xe]5d <sup>1</sup> 6s <sup>2</sup>	1,1	187	169	538	1067	1850
58	Ce	cérium	[Xe]4f <sup>2</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>	1,1	183	165	534	1046	1948
59	Pr	praezodímium	[Xe]4f <sup>3</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>	1,1	183	165	527	1017	2086
60	Nd	neodímium	[Xe]4f <sup>4</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>	1,2	182	164	533	1035	2132
61	Pm	prométium	[Xe]4f <sup>5</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>	–	181	163	535	1051	2151
62	Sm	szamárium	[Xe]4f <sup>6</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>	1,2	180	162	544	1068	2257
63	Eu	európium	[Xe]4f <sup>7</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>	–	204	185	547	1084	2404
64	Gd	gadólínum	[Xe]4f <sup>7</sup> 5d <sup>1</sup> 6s <sup>2</sup>	1,1	180	161	593	1166	1990
65	Tb	terbium	[Xe]4f <sup>9</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>	1,2	186	159	565	1111	2113
66	Dy	diszprózium	[Xe]4f <sup>10</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>	–	185	159	573	1125	2199
67	Ho	holmium	[Xe]4f <sup>11</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>	1,2	177	158	580	1138	2203
68	Er	erbio	[Xe]4f <sup>12</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>	1,2	176	157	589	1151	2194
69	Tm	túlium	[Xe]4f <sup>13</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>	1,2	175	156	596	1162	2284
70	Yb	itterbio	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>0</sup> 6s <sup>2</sup>	1,1	195	170	603	1174	2416
71	Lu	lutécium	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>1</sup> 6s <sup>2</sup>	1,2	173	156	523	1341	2022
72	Hf	hafnium	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>2</sup> 6s <sup>2</sup>	1,3	159	144	658	1437	2248
73	Ta	tantál	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>3</sup> 6s <sup>2</sup>	1,5	146	134	761	–	–

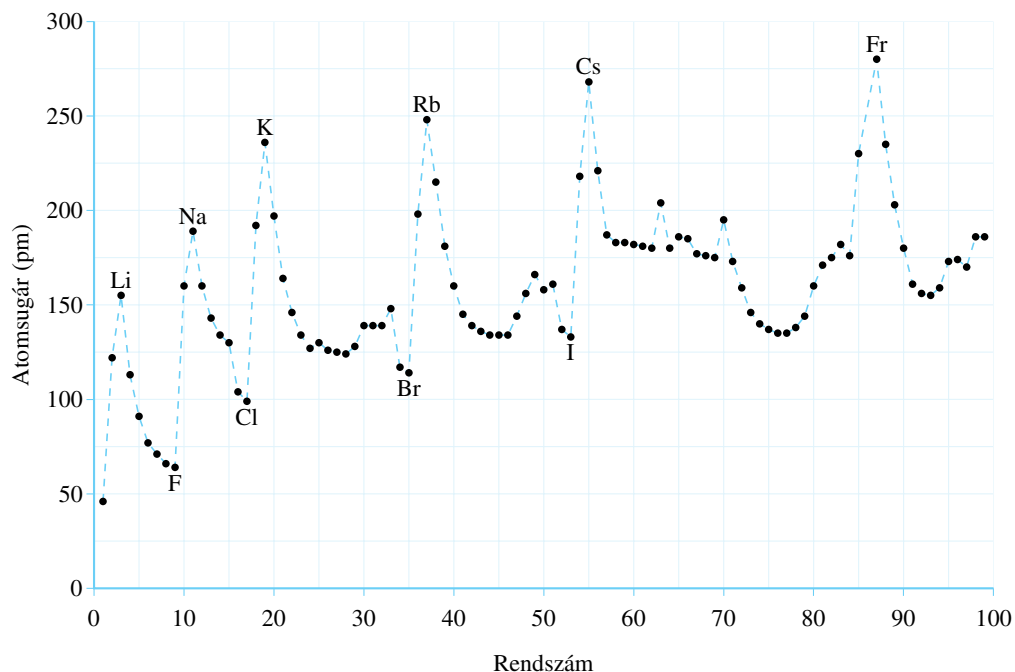


Rendszám	Vegyjel	Név	Elektronszerkezet	Elektronegativitás	Atomsugár (pm)	Kovalens sugár (pm)	Első ionizációs energia (kJ/mol)	Második ionizációs energia (kJ/mol)	Harmadik ionizációs energia (kJ/mol)
74	W	volfrám	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>4</sup> 6s <sup>2</sup>	1,7	140	130	769	–	–
75	Re	rénium	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>5</sup> 6s <sup>2</sup>	1,9	137	128	760	–	–
76	Os	ozmium	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>6</sup> 6s <sup>2</sup>	2,2	135	126	839	–	–
77	Ir	írdium	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>7</sup> 6s <sup>2</sup>	2,2	135	127	878	–	–
78	Pt	platina	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>9</sup> 6s <sup>1</sup>	2,2	138	130	868	1791	–
79	Au	arany	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>1</sup>	2,3	144	134	890	890	–
80	Hg	higany	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup>	1,9	160	149	1007	1809	3299
81	Tl	tallium	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>1</sup>	1,8	171	148	589	1971	2878
82	Pb	ólom	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>2</sup>	1,8	175	147	715	1450	3081
83	Bi	bizmut	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>3</sup>	1,9	182	146	703	1610	2466
84	Po	polónium	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>4</sup>	2,0	176	146	812	–	–
85	At	asztácium	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>5</sup>	–	230	145	–	–	–
86	Rn	radon	[Xe]4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>6</sup>	–	–	–	1037	–	–
87	Fr	francium	[Rn]7s <sup>1</sup>	0,7	280	–	386	–	–
88	Ra	rádium	[Rn]7s <sup>2</sup>	0,9	235	–	509	979	–
89	Ac	aktínium	[Rn]6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup>	1,1	203	–	498	1167	–
90	Th	tórium	[Rn]6d <sup>2</sup> 7s <sup>2</sup>	1,3	180	165	586	1109	1929
91	Pa	protaktínium	[Rn]5f <sup>2</sup> 6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup>	1,5	161	–	568	–	–
92	U	uránium	[Rn]5f <sup>3</sup> 6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup>	1,7	156	142	597	–	–
93	Np	neptúnium	[Rn]5f <sup>4</sup> 6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup>	1,3	155	–	604	–	–
94	Pu	plutónium	[Rn]5f <sup>6</sup> 6d <sup>0</sup> 7s <sup>2</sup>	1,3	159	–	584	–	–
95	Am	amerícium	[Rn]5f <sup>7</sup> 6d <sup>0</sup> 7s <sup>2</sup>	1,3	173	–	578	–	–
96	Cm	kúrium	[Rn]5f <sup>7</sup> 6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup>	–	174	–	580	–	–
97	Bk	berkélium	[Rn]5f <sup>9</sup> 6d <sup>0</sup> 7s <sup>2</sup>	–	170	–	601	–	–
98	Cf	kalifornium	[Rn]5f <sup>10</sup> 6d <sup>0</sup> 7s <sup>2</sup>	–	186	–	607	–	–
99	Es	einsteinium	[Rn]5f <sup>11</sup> 6d <sup>0</sup> 7s <sup>2</sup>	–	186	–	619	–	–
100	Fm	fermium	[Rn]5f <sup>12</sup> 6d <sup>0</sup> 7s <sup>2</sup>	–	–	–	627	–	–
101	Md	mendelévium	[Rn]5f <sup>13</sup> 6d <sup>0</sup> 7s <sup>2</sup>	–	–	–	634	–	–
102	No	nóbélium	[Rn]5f <sup>14</sup> 6d <sup>0</sup> 7s <sup>2</sup>	–	–	–	641	–	–
103	Lr	laurencium	[Rn]5f <sup>14</sup> 6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup>	–	–	–	–	–	–
104	Rf	rutherfordium	[Rn]5f <sup>14</sup> 6d <sup>2</sup> 7s <sup>2</sup>	–	–	–	–	–	–
105	Db	dubnium	[Rn]5f <sup>14</sup> 6d <sup>3</sup> 7s <sup>2</sup>	–	–	–	–	–	–

## 2.8. Az atomsugarak a periódusos rendszerben

1 H																	2 He
3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
55 Cs	56 Ba	57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu	
87 Fr	88 Ra	89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr	
			104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Uun	111 Uuu	112 Uub						

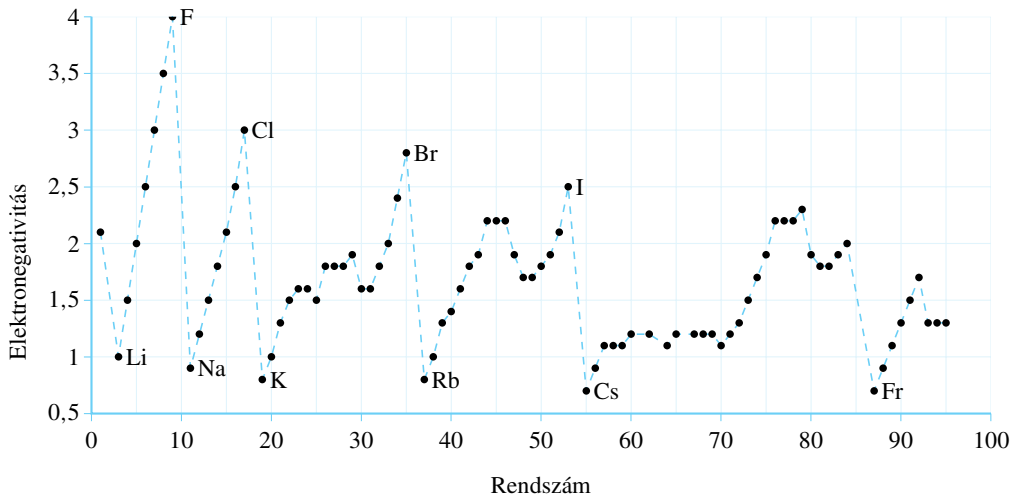
## 2.9. Az atomsugarak változása a rendszám függvényében



## 2.10. Az elektronegativitás a periódusos rendszerben

1 H																	2 He																												
3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne																												
11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar																												
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr																												
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe																												
55 Cs	56 Ba	57 La	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn																												
87 Fr	88 Ra	89 Ac	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Uun	111 Unu	112 Uub																																		
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>58 Ce</td> <td>59 Pr</td> <td>60 Nd</td> <td>61 Pm</td> <td>62 Sm</td> <td>63 Eu</td> <td>64 Gd</td> <td>65 Tb</td> <td>66 Dy</td> <td>67 Ho</td> <td>68 Er</td> <td>69 Tm</td> <td>70 Yb</td> <td>71 Lu</td> </tr> <tr> <td>90 Th</td> <td>91 Pa</td> <td>92 U</td> <td>93 Np</td> <td>94 Pu</td> <td>95 Am</td> <td>96 Cm</td> <td>97 Bk</td> <td>98 Cf</td> <td>99 Es</td> <td>100 Fm</td> <td>101 Md</td> <td>102 No</td> <td>103 Lr</td> </tr> </table>																		58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr
58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu																																
90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr																																

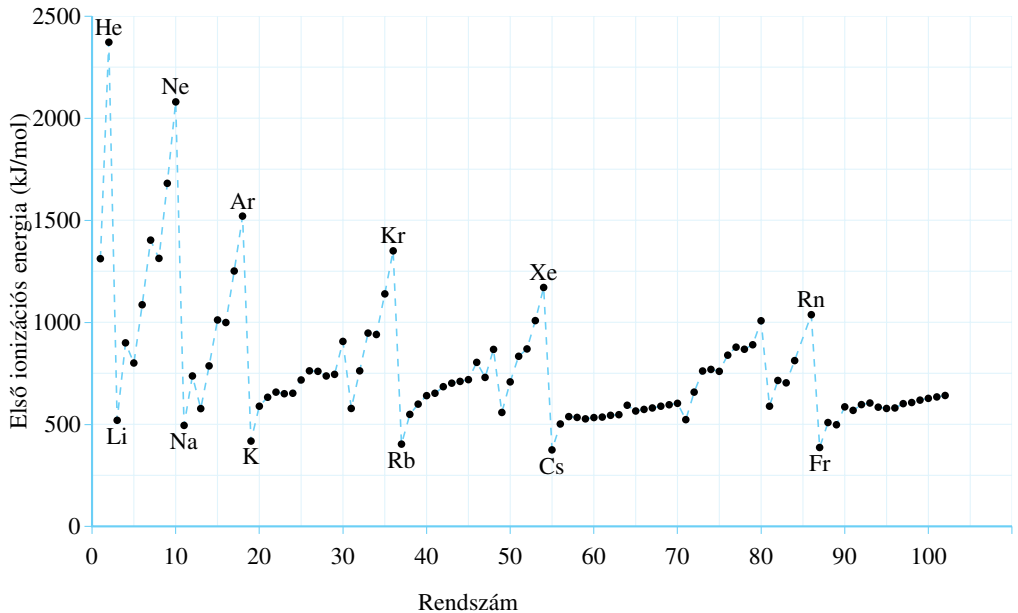
## 2.11. Az elektronegativitás változása a rendszám függvényében



## 2.12. Az első ionizációs energia a periódusos rendszerben

1 H																	2 He														
3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne														
11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar														
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr														
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe														
55 Cs	56 Ba	57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
87 Fr	88 Ra	89 Ac	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Uun	111 Uuu	112 Uub																				
																		90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr

## 2.13. Az első ionizációs energia változása a rendszám függvényében



2.14. Az atomok részletes elektronszerkezete

Rend- szám	Vegy- jel	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s
1	H	1																	
2	He	2																	
3	Li	2	1																
4	Be	2	2																
5	B	2	2	1															
6	C	2	2	2															
7	N	2	2	3															
8	O	2	2	4															
9	F	2	2	5															
10	Ne	2	2	6															
11	Na	2	8		1														
12	Mg	2	8		2														
13	Al	2	8		2	1													
14	Si	2	8		2	2													
15	P	2	8		2	3													
16	S	2	8		2	4													
17	Cl	2	8		2	5													
18	Ar	2	8		2	6													
19	K	2	8		2	6			1										
20	Ca	2	8		2	6			2										
21	Sc	2	8		2	6	1	2											
22	Ti	2	8		2	6	2	2											
23	V	2	8		2	6	3	2											
24	Cr	2	8		2	6	5	1											
25	Mn	2	8		2	6	5	2											
26	Fe	2	8		2	6	6	2											
27	Co	2	8		2	6	7	2											
28	Ni	2	8		2	6	8	2											
29	Cu	2	8		2	6	10	1											
30	Zn	2	8		2	6	10	2											
31	Ga	2	8			18		2	1										
32	Ge	2	8			18		2	2										
33	As	2	8			18		2	3										
34	Se	2	8			18		2	4										
35	Br	2	8			18		2	5										
36	Kr	2	8			18		2	6										
37	Rb	2	8			18		2	6				1						
38	Sr	2	8			18		2	6				2						
39	Y	2	8			18		2	6	1		2							
40	Zr	2	8			18		2	6	2		2							

2.14. Az atomok részletes elektronszerkezete (folytatás)

Rend- szám	Vegy- jel	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s
41	Nb	2	8		18			2	6	4		1							
42	Mo	2	8		18			2	6	5		1							
43	Tc	2	8		18			2	6	5		2							
44	Ru	2	8		18			2	6	7		1							
45	Rh	2	8		18			2	6	8		1							
46	Pd	2	8		18			2	6	10									
47	Ag	2	8		18			2	6	10		1							
48	Cd	2	8		18			2	6	10		2							
49	In	2	8		18			2	6	10		2	1						
50	Sn	2	8		18			2	6	10		2	2						
51	Sb	2	8		18			2	6	10		2	3						
52	Te	2	8		18			2	6	10		2	4						
53	I	2	8		18			2	6	10		2	5						
54	Xe	2	8		18			2	6	10		2	6						
55	Cs	2	8		18			2	6	10		2	6			1			
56	Ba	2	8		18			2	6	10		2	6			2			
57	La	2	8		18			2	6	10		2	6	1		2			
58	Ce	2	8		18			2	6	10	2	2	6			2			
59	Pr	2	8		18			2	6	10	3	2	6			2			
60	Nd	2	8		18			2	6	10	4	2	6			2			
61	Pm	2	8		18			2	6	10	5	2	6			2			
62	Sm	2	8		18			2	6	10	6	2	6			2			
63	Eu	2	8		18			2	6	10	7	2	6			2			
64	Gd	2	8		18			2	6	10	7	2	6	1		2			
65	Tb	2	8		18			2	6	10	9	2	6			2			
66	Dy	2	8		18			2	6	10	10	2	6			2			
67	Ho	2	8		18			2	6	10	11	2	6			2			
68	Er	2	8		18			2	6	10	12	2	6			2			
69	Tm	2	8		18			2	6	10	13	2	6			2			
70	Yb	2	8		18			2	6	10	14	2	6			2			
71	Lu	2	8		18			2	6	10	14	2	6	1		2			
72	Hf	2	8		18					32		2	6	2		2			
73	Ta	2	8		18					32		2	6	3		2			
74	W	2	8		18					32		2	6	4		2			
75	Re	2	8		18					32		2	6	5		2			
76	Os	2	8		18					32		2	6	6		2			
77	Ir	2	8		18					32		2	6	7		2			
78	Pt	2	8		18					32		2	6	9		1			
79	Au	2	8		18					32		2	6	10		1			
80	Hg	2	8		18					32		2	6	10		2			

Rend- szám	Vegy- jel	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s
81	Tl	2	8		18				32			2	6	10		2	1		
82	Pb	2	8		18				32			2	6	10		2	2		
83	Bi	2	8		18				32			2	6	10		2	3		
84	Po	2	8		18				32			2	6	10		2	4		
85	At	2	8		18				32			2	6	10		2	5		
86	Rn	2	8		18				32			2	6	10		2	6		
87	Fr	2	8		18				32			2	6	10		2	6		1
88	Ra	2	8		18				32			2	6	10		2	6		2
89	Ac	2	8		18				32			2	6	10		2	6	1	2
90	Th	2	8		18				32			2	6	10		2	6	2	2
91	Pa	2	8		18				32			2	6	10	2	2	6	1	2
92	U	2	8		18				32			2	6	10	3	2	6	1	2
93	Np	2	8		18				32			2	6	10	4	2	6	1	2
94	Pu	2	8		18				32			2	6	10	6	2	6		2
95	Am	2	8		18				32			2	6	10	7	2	6		2
96	Cm	2	8		18				32			2	6	10	7	2	6	1	2
97	Bk	2	8		18				32			2	6	10	9	2	6		2
98	Cf	2	8		18				32			2	6	10	10	2	6		2
99	Es	2	8		18				32			2	6	10	11	2	6		2
100	Fm	2	8		18				32			2	6	10	12	2	6		2
101	Md	2	8		18				32			2	6	10	13	2	6		2
102	No	2	8		18				32			2	6	10	14	2	6		2
103	Lr	2	8		18				32			2	6	10	14	2	6	1	2
104	Rf	2	8		18				32			2	6	10	14	2	6	2	2
105	Db	2	8		18				32			2	6	10	14	2	6	3	2

### 2.15. A kvantumszámok és az elektroneloszlás kapcsolata

Főkvantumszám	Héj	Mellék- kvantumszám	Alhéj	Mágneses kvantumszám	Az atom- pályák száma	Az elektronok maximális száma
$n = 1$	K	$l = 0$	1s	0	1	2
$n = 2$	L	$l = 0$	2s	0	1	2 } 6 } 8
		$l = 1$	2p	-1, 0, +1	3	
$n = 3$	M	$l = 0$	3s	0	1	2 } 6 } 10 } 18
		$l = 1$	3p	-1, 0, +1	3	
		$l = 2$	3d	-2, -1, 0, +1, +2	5	
$n = 4$	N	$l = 0$	4s	0	1	2 } 6 } 10 } 14 } 32
		$l = 1$	4p	-1, 0, +1	3	
		$l = 2$	4d	-2, -1, 0, +1, +2	5	
		$l = 3$	4f	-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3	7	

## 2.16. Az atomok lehetséges és jellemző oxidációs állapotai

Egyes vegyületekben bizonyos atomok oxidációs száma törtszám is lehet. Ezeket a lehetőségeket a táblázat nem tartalmazza. A gyakori (különösen stabil) oxidációs állapotokat csillag jelöli. A vegyjel alatti számok negatív, a felettiek pozitív értéket jelentenek.

																		7*
																	6*	6
						5*									5*	5	5*	
				4*	4								4*	4	4*	4		
			3*	3	3							3*	3	3*	3	3*		
		2*	2	2	2	2					2*		2	2	2*	2		
1*		1*		1	1	1	1			1*		1	1	1	1	1	1*	
H	He	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar	
1		1			1	1	1	1*		1			1	1	1	1*		
					2	2	2*						2	2	2*			
					3	3*							3	3*				
					4*								4*					

																		7
						6*	6	6									6*	
					5*	5	5	5	5						5*		5*	
			4*	4	4*	4*	4	4	4	4			4*		4*	4		
		3*	3	3	3	3	3*	3*	3	3		3*	3	3*		3*		
	2*	2	2	2	2	2*	2*	2*	2*	2*	2*	2	2*	2	2*		2*	
1*		1		1	1	1	1	1	1	1		1	1				1*	
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr	
			1	1	1	1	1	1	1							1*		
					2	2	2								3*			
						3								3*				
													4*					

																		8
																		7*
						6*	6	6	6							6*	6*	
					5*	5	5	5	5					5*	5	5*		
			4*	4	4*	4*	4*	4	4*				4*		4*		4*	
		3*	3	3	3	3	3*	3*		3		3*		3*		3*		
	2*	2	2	2	2	2	2	2	2*	2	2*	2	2*		2*		2*	
1*			1		1	1	1	1		1*		1					1*	
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe	
				1	1	1		1								1*		
					2		2								2			
						3								3				
													4					



			4*	4						4							4*
		3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3
	2*	2	2	2	2		2	2*	2		2			2	2		2
1*									1	1							
Cs	Ba	La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu	Hf

			8															
		7	7								7							
	6*	6	6	6	6						6							
5*	5	5	5	5	5					5		5						
4	4*	4*	4*	4*	4*				4*		4*						4*	
3	3	3	3	3	3		3*		3*		3*		3				3*	3
2	2	2	2	2	2*	2	2*		2*		2*				2*			2
	1	1	1	1		1	1*	1*				1*		1*				
Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn	Fr	Ra	Ac	Th	
1	1	1		1								1*						
	2		2									2*						
		3								3								
									4									

		7	7															
	6*	6	5	6														
5*	5	5*	5	5														
4	4	4	4*	4	4	4	4						4*					
3	3	3	3	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*						
				2			2	2	2	2	2	2						
Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr	Rf	Db	Sg	Bh	Hs	

2.17. Az elektronok kötési energiája (eV-ban) a szabad atomok egyes alhéjain, pályáin

**Atompálya:** az atomban található elektron egy adott energiaszintjéhez tartozó állapot. Fizikailag többé-kevésbé egy térrésznek feleltethető meg, amelyben az elektron 90 százalékos valószínűséggel tartózkodik.

**Pályaenergia:** a szabad atom az adott pályáján levő elektron kiszakításához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Szokásos mértékegysége kJ/mol. Számértéke megegyezik azzal a kJ-ban kifejezett energiával, amelyet ahhoz kell befektetnünk, hogy 1 mol atomból az adott pályán lévő 1 mol elektront kiszakítsuk. Egyetlen atomra is megadható, ekkor eV (elektronvolt) vagy aJ (attozsul) egységeket használunk.

A táblázat adatai gerjesztett atomok vizsgálatából keletkeztek. A csillaggal jelölt hiányok azért vannak, mert az elektron a gerjesztés következtében elhagyta az atomot.

2.17. Az elektronok kötési energiája (eV-ban)... (folytatás)

Atom	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p
H	14							
He	26							
Li	66	*						
Be	111	*						
B	188	*	6					
C	284	*	7					
N	399	*	9					
O	632	24	7					
F	686	31	9					
Ne	887	46	18					
Na	1072	63	31	1				
Mg	1306	89	52	2				
Al	1660	118	73	1	*			
Si	1839	149	100	8	3			
P	2149	189	136	16	10			
S	2472	229	165	16	8			
Cl	2823	270	202	18	7			
Ar	3203	320	247	26	12			
K	3608	377	297	34	18		*	
Ca	4038	438	360	44	26		*	
Sc	4493	600	407	64	32	7	*	
Ti	4966	664	461	69	34	3	*	
V	5465	628	520	66	38	2	*	
Cr	6989	696	684	74	43	2	*	
Mn	6639	769	662	84	49	4	*	
Fe	7114	846	723	96	66	6	*	
Co	7709	926	794	101	60	3	*	
Ni	8333	1008	872	112	68	4	*	
Cu	8979	1096	961	120	74	2	*	
Zn	9659	1194	1044	137	87	9	*	
Ga	10 367	1298	1143	168	107	18	*	1
Ge	11 104	1413	1249	181	129	29	*	3
As	11 867	1627	1359	204	147	41	*	3
Se	12 658	1664	1476	232	168	67	*	6
Br	13 474	1782	1696	257	189	70	27	5
Kr	14 326	1921	1727	289	223	89	24	11

### 3. IONOK

**Ion:** olyan kémiai részecske, amelyben a protonok és az elektronok száma különböző, vagyis a részecske töltéssel rendelkezik.

**Atomsugár:** a legkülső atompálya sugara. Az atompálya az atomban található elektron adott energiaszintjéhez tartozó állapot. Fizikailag többé-kevésbé egy olyan térrésznek felel meg, amelyen belül az elektron 90 százalékos valószínűséggel tartózkodik. Tekintve, hogy az atompálya térbeli kiterjedése rosszul definiált, az atomsugár is egyfajta átlagértéknek tekintendő.

**Ionsugár:** meghatározása azonos az atomsugáréval, de természetesen különböző töltésszámú ionokra vonatkozik. A pozitív ionok mérete mindig kisebb, a negatív ionoké mindig nagyobb a megfelelő semleges atoménál. A 3.2. táblázatban feltüntetett kationok sok esetben nem tényleges pozitív töltéssel rendelkező ionok, hanem kovalens kötésekben pozitív oxidációs állapotú részecskék. Ezért a töltéseket nem felső indexben és nem a szám és az előjel sorrendjében adjuk meg, hanem oxidációs számként, index nélkül, előjel és szám sorrendben.

**Koordinációs szám:** a kristályrácsban a közvetlen szomszédok száma.

#### 3.1. Anionok ionsugara

**Anion:** negatív töltésű ion.

Ion	Koordinációs szám	Ionsugár (pm)
F <sup>-</sup>	6	133
Cl <sup>-</sup>	6	181
Br <sup>-</sup>	6	196
I <sup>-</sup>	6	220
OH <sup>-</sup>	6	137

Ion	Koordinációs szám	Ionsugár (pm)
O <sup>2-</sup>	3	136
	6	140
S <sup>2-</sup>	6	184
Se <sup>2-</sup>	6	198
Te <sup>2-</sup>	6	107

### 3.2. Kationok\* ionsugara

**Kation:** pozitív töltésű ion.

Ion	Koordinációs szám	Ionsugár (pm)	Ion	Koordinációs szám	Ionsugár (pm)	Ion	Koordinációs szám	Ionsugár (pm)
Ag(+1)	4	100		4	60		9	124
	6	115	Cu(+2)	4	57	Ni(+2)	4	44
Ag(+2)	4	79		6	73		6	69
	6	94	Fe(+2)	6	61	Ni(+3)	6	56
Al(+3)	4	39	Fe(+3)	4	49	P(+5)	4	17
	6	54		6	55	Pb(+2)	6	119
As(+3)	6	58	Ga(+3)	4	47		10	140
As(+5)	4	34		6	62	Pb(+4)	4	65
	6	46	Ge(+4)	4	39		6	78
Au(+1)	6	137		6	53	Pt(+2)	4	60
Au(+3)	4	64	Hg(+1)	6	119	Pt(+4)	6	63
	6	85	Hg(+2)	2	69	Ra(+2)	8	162
Ba(+2)	8	142		6	102		12	184
	12	161	I(+5)	3	44	Rb(+1)	8	161
Be(+2)	4	27	I(+7)	4	42		12	172
	6	45		6	53	S(+4)	6	37
Bi(+3)	6	103	K(+1)	8	151	S(+6)	4	37
Bi(+5)	6	76		12	164		6	29
Br(+5)	3	31	La(+3)	8	116	Sb(+3)	6	76
Br(+7)	4	25	Li(+1)	4	59	Sb(+5)	6	60
Ca(+2)	6	100		6	76	Se(+4)	6	50
	8	112	Mg(+2)	6	72	Se(+6)	4	50
Cd(+2)	4	78	Mn(+2)	6	67		6	42
	6	95	Mn(+3)	6	58	Si(+4)	4	26
	8	110	Mn(+4)	4	39	Sr(+2)	8	126
Cl(+5)	3	12		6	53		12	144
Cl(+7)	4	8	Mn(+5)	4	33	Ti(+3)	6	67
Co(+2)	6	65	Mn(+6)	4	26	Ti(+4)	6	61
Co(+3)	6	55	Mn(+7)	4	25	U(+3)	6	103
Cr(+2)	6	73	Mo(+3)	6	69	U(+4)	6	89
Cr(+3)	6	62	Mo(+4)	6	65	U(+5)	6	76
Cr(+6)	4	26	Mo(+5)	6	61	U(+6)	2	45
Cs(+1)	8	174	Mo(+6)	6	59		7	81
	12	188		7	73	Zn(+2)	4	60
Cu(+1)	2	46	Na(+1)	6	102		6	74

\* kationok, illetve pozitív oxidációs számú poláris kovalens kötésben lévő atomok

### 3.3. A leggyakoribb összetett ionok jellemzői

A meghatározásokat lásd a 313. oldalon.

Név	Képlet	Kötésszerkezet	Kötéshossz (pm)	Kötésszög	Alak
karbonátion	$\text{CO}_3^{2-}$		129	120°	síkháromszög
nitrátion	$\text{NO}_3^-$		122	120°	síkháromszög
nitrition	$\text{NO}_2^-$		115	114,9°	V alak
szulfátion	$\text{SO}_4^{2-}$		150	109,5°	tetraéder
szulfítion	$\text{SO}_3^{2-}$		139	108,7°	piramis
foszfátion	$\text{PO}_4^{3-}$		156	109,5°	tetraéder
perklorátion	$\text{ClO}_4^-$		144	109,5°	tetraéder
klorátion	$\text{ClO}_3^-$		148	107,7°	piramis
klorítion	$\text{ClO}_2^-$		157	110,5°	V alak
ammóniumion	$\text{NH}_4^+$		107	109,5°	tetraéder
oxóniumion	$\text{H}_3\text{O}^+$		95	106,2°	piramis
hidroxidion	$\text{OH}^-$		106	–	–

### 3.4. Néhány ionkristályos vegyület rácsenergiája

**Rácsenergia:** az adott kristályos anyag szabad részecskékké (gáz-halmazállapotú ionokká, molekulákká, atomokká) való felbontásához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. Számértéke megegyezik az 1 mol kristályos anyagnak szabad részecskékké (gáz-halmazállapotú ionokká, molekulákká, atomokká) való felbontásához szükséges, kJ-ban kifejezett energiával.

Vegyület	Rácsenergia (kJ/mol)	Vegyület	Rácsenergia (kJ/mol)	Vegyület	Rácsenergia (kJ/mol)
<i>acetátok</i>		<i>nitrátok</i>		NaF	923
LiCH <sub>3</sub> COO	881	LiNO <sub>3</sub>	848	NaCl	786
NaCH <sub>3</sub> COO	763	NaNO <sub>3</sub>	756	NaBr	747
KCH <sub>3</sub> COO	682	KNO <sub>3</sub>	687	NaI	704
RbCH <sub>3</sub> COO	656	RbNO <sub>3</sub>	658	KF	821
CsCH <sub>3</sub> COO	682	CsNO <sub>3</sub>	625	KCl	715
Ca(CH <sub>3</sub> COO) <sub>2</sub>	2294	Mg(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	2503	KBr	682
Sr(CH <sub>3</sub> COO) <sub>2</sub>	2166	Ca(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	2228	KI	649
Ba(CH <sub>3</sub> COO) <sub>2</sub>	2033	Sr(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	2132	RbF	785
<i>ammóniumsók</i>		Ba(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	2016	RbCl	689
NH <sub>4</sub> HCO <sub>3</sub>	741	Mn(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	2519	RbBr	660
NH <sub>4</sub> NO <sub>3</sub>	676	Fe(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	2563	RbI	630
NH <sub>4</sub> HSO <sub>4</sub>	640	<i>szulfátok</i>		CsF	740
(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> S	2008	Li <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	2142	CsCl	657
(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	1777	Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	1938	CsBr	631
<i>hidrogénkarbonátok</i>		K <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	1796	CsI	604
NaHCO <sub>3</sub>	818	Rb <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	1748	FrF	715
KHCO <sub>3</sub>	736	Cs <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	1658	FrCl	632
Ca(HCO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	2402	CaSO <sub>4</sub>	2480	FrBr	611
<i>karbonátok</i>		SrSO <sub>4</sub>	2484	FrI	582
Li <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	2269	BaSO <sub>4</sub>	2374	BeF <sub>2</sub>	3150
Na <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	2030	MnSO <sub>4</sub>	2825	BeCl <sub>2</sub>	3004
K <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	1858	FeSO <sub>4</sub>	2921	BeBr <sub>2</sub>	2950
Rb <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	1795	CuSO <sub>4</sub>	3066	BeI <sub>2</sub>	2653
Cs <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	1702	ZnSO <sub>4</sub>	3006	MgF <sub>2</sub>	2913
MgCO <sub>3</sub>	3122	Ag <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	1989	MgCl <sub>2</sub>	2326
CaCO <sub>3</sub>	2810	PbSO <sub>4</sub>	2534	MgBr <sub>2</sub>	2097
SrCO <sub>3</sub>	2688	<i>halogenidek</i>		MgI <sub>2</sub>	1944
BaCO <sub>3</sub>	2554	LiF	1036	CaF <sub>2</sub>	2609
MnCO <sub>3</sub>	3151	LiCl	853	CaCl <sub>2</sub>	2223
FeCO <sub>3</sub>	3171	LiBr	807	CaBr <sub>2</sub>	2132
ZnCO <sub>3</sub>	3273	LiI	757	CaI <sub>2</sub>	1905

Vegyület	Rácsenergia (kJ/mol)	Vegyület	Rácsenergia (kJ/mol)	Vegyület	Rácsenergia (kJ/mol)
SrF <sub>2</sub>	2476	BaCl <sub>2</sub>	2033	CuI <sub>2</sub>	835
SrCl <sub>2</sub>	2127	BaBr <sub>2</sub>	1950	AgF	953
SrBr <sub>2</sub>	2008	BaI <sub>2</sub>	1831	AgCl	864
SrI <sub>2</sub>	1937	CuCl <sub>2</sub>	921	AgBr	830
BaF <sub>2</sub>	2341	CuBr <sub>2</sub>	879	AgI	881

### 3.5. Hidratált ionok képződéshője 25 °C-on

**Képződéshő:** egy adott vegyület 25 °C-on stabil elemeiből való képződése során tapasztalható energiaváltozás és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. Számértéke megegyezik 1 mol anyagnak standard állapotú elemeiből való képződését kísérő, kJ-ban kifejezett energiaváltozással. Megállapodás szerint a szobahőmérsékleten stabil elemek képződéshője 0. A képződéshők és a reakcióhő között az energiamegmaradás törvényének kémiai megfelelője, a Hess-tétel teremt kapcsolatot.

Ion	Képződéshő (kJ/mol)
Ag <sup>+</sup>	-127,01
Al <sup>3+</sup>	-538,40
Br <sup>-</sup>	-121,41
CO <sub>3</sub> <sup>2-</sup>	-675,23
Ca <sup>2+</sup>	-543,00
Cd <sup>2+</sup>	-75,92
Cl <sup>-</sup>	-167,08
ClO <sub>4</sub> <sup>-</sup>	-128,10
Cs <sup>+</sup>	-258,00
Cu <sup>2+</sup>	64,9
F <sup>-</sup>	-335,35
H <sup>+</sup>	0,0000
HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	-689,93
HPO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	-1299,0
HS <sup>-</sup>	-16,3
HSO <sub>4</sub> <sup>-</sup>	-886,9

Ion	Képződéshő (kJ/mol)
H <sub>2</sub> PO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	-1302,6
Hg <sup>2+</sup>	170,21
Hg <sub>2</sub> <sup>2+</sup>	166,87
I <sup>-</sup>	-56,78
K <sup>+</sup>	-252,14
Li <sup>+</sup>	-278,47
Mg <sup>2+</sup>	-467,0
NH <sub>4</sub> <sup>+</sup>	-133,26
NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	-206,85
Na <sup>+</sup>	-240,34
OH <sup>-</sup>	-230,01
Pb <sup>2+</sup>	0,92
Rb <sup>+</sup>	-251,12
SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	-909,34
Sn <sup>2+</sup>	-8,9
Zn <sup>2+</sup>	-153,39

## 4. MOLEKULÁK

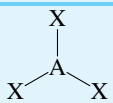
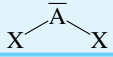
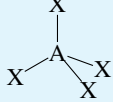
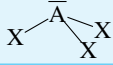
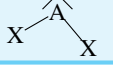
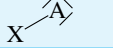
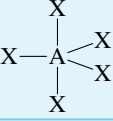
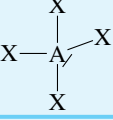
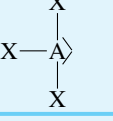
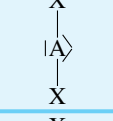
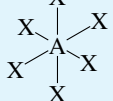
### 4.1. A molekulageometria alapszerkezetei

**Molekula:** meghatározott számú atomból kovalens kötéssel összekapcsolt, töltés nélküli kémiai részecske.

**Molekulaalak:** a molekula atomjainak összekapcsolódási formája.

**Kötésszög:** három atom között kialakuló kovalens kötések esetén a központi atom és a két kapcsolódó atom tömegközéppontjait összekötő egyenesek által bezárt szög.

X = ligandum (nem feltétlenül azonos), E = nemkötő elektronpár

Összetétel	Térszerkezet	Kötésszög	Molekulaalak
AX <sub>2</sub>	X—A—X	180°	lineáris (egyenes)
AX <sub>3</sub>		~ 120°	síkháromszög
AX <sub>2</sub> E			V alak
AX <sub>4</sub>		~ 109,5°	tetraéder
AX <sub>3</sub> E			trigonális piramis
AX <sub>2</sub> E <sub>2</sub>			V alak
AXE <sub>3</sub>		–	–
AX <sub>5</sub>		~ 120° és ~ 90°	trigonális bipiramis
AX <sub>4</sub> E			–
AX <sub>3</sub> E <sub>2</sub>		90°	T alak
AX <sub>2</sub> E <sub>3</sub>		180°	lineáris
AX <sub>6</sub>		~ 90°	oktaédres



#### 4.2. Egyszerű molekulák, illetve kovalens kötések jellemzői

**Kötéshossz:** két, kovalens kötéssel kapcsolódó atom tömegközéppontjai közötti távolság. Mértékegysége: pm.

**Kötési energia:** a kovalens kötés felbontásához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol.

A molekula jellemzői			A kötés jellemzői		
képlet	alak	kötésszög (°)	jelölés	kötéshossz (pm)	kötési energia (kJ/mol)
H <sub>2</sub>	–	–	H–H	74	436
N <sub>2</sub>	–	–	N≡N	110	946
P <sub>4</sub>	–	60	P–P	225	200
O <sub>2</sub>	–	–	O=O	121	493
O <sub>3</sub>	V	116,8	O–O	128	297
F <sub>2</sub>	–	–	F–F	142	158
Cl <sub>2</sub>	–	–	Cl–Cl	198	243
Br <sub>2</sub>	–	–	Br–Br	228	193
I <sub>2</sub>	–	–	I–I	266	151
HF	–	–	H–F	92	570
HCl	–	–	H–Cl	127	432
HBr	–	–	H–Br	141	366
HI	–	–	H–I	161	298
CH <sub>4</sub>	tetraéder	109,5	C–H	109	439
CCl <sub>4</sub>	tetraéder	109,5	C–Cl	177	328
H <sub>2</sub> O	V	104,5	H–O	96	498
S <sub>8</sub>	„korona”	107,8	S–S	204	?
SO <sub>2</sub>	V	119	S=O	143	548
SO <sub>3</sub>	síkháromszög	120	S=O	142	?
SF <sub>6</sub>	oktaéder	90	S–F	158	420
H <sub>2</sub> S	V	92,3	H–S	134	382
NH <sub>3</sub>	trigonális piramis	107,8	H–N	102	449
PH <sub>3</sub>	trigonális piramis	93,6	H–P	142	351
PF <sub>3</sub>	trigonális piramis	96,3	F–P	156	?
PF <sub>5</sub>	trigonális bipiramis	120 és 90	F–P	153 (ekv.), 158 (ax.)	?
PCl <sub>3</sub>	trigonális piramis	100	Cl–P	204	?
PCl <sub>5</sub>	trigonális bipiramis	120 és 90	Cl–P	202 (ekv.), 214 (ax.)	?
PBr <sub>3</sub>	trigonális piramis	101	Br–P	222	?
PI <sub>3</sub>	trigonális piramis	102	I–P	243	?
CO	–	–	C≡O	113	1071
CO <sub>2</sub>	lineáris	180	C=O	116	725
CS <sub>2</sub>	lineáris	180	C=S	155	430

### 4.3. A kötési energiák nagyságrendje

Elsőrendű kémiai kötések	80–850 kJ/mol
Másodrendű kémiai kötések hidrogénkötés	8–40 kJ/mol
dipólus–dipólus és diszperziós	0,8–12 kJ/mol

## 5. KEVERÉKEK, OLDATOK, ELEGYEK

**Elegy:** olyan többkomponensű rendszer, amelyben az alkotók aránya nem kötött, és határfelület sincs benne.

**Keverék:** olyan többkomponensű rendszer, amelyben a komponenseket határfelület választja el.

**Oldat:** olyan többkomponensű rendszer, amelyben legalább az egyik komponens folyadék (ez az oldószer), az oldott anyagnak pedig nincs határfelülete.

### 5.1. A levegő összetétele

Összetevő	Mennyiség
<i>állandó összetevők</i>	
N <sub>2</sub>	78,085 térfogat%
O <sub>2</sub>	20,946 térfogat%
Ar	0,934 térfogat%
Ne	18,18 ppm
He	5,24 ppm
Kr	1,14 ppm
Xe	0,087 ppm
<i>változó összetevők</i>	
CO <sub>2</sub>	0,032 térfogat% = 320 ppm
CH <sub>4</sub>	2 ppm
H <sub>2</sub>	0,5 ppm
N <sub>2</sub> O	0,25 ppm
O <sub>3</sub>	(0–5) · 10 <sup>-2</sup> ppm
<i>erősen változó összetevők</i>	
H <sub>2</sub> O	(0,4–400) · 10 <sup>2</sup> ppm
CO	(1–20) · 10 <sup>-2</sup> ppm
NO <sub>2</sub>	(0–3) · 10 <sup>-3</sup> ppm
NH <sub>3</sub>	(0–2) · 10 <sup>-2</sup> ppm
SO <sub>2</sub>	(0–2) · 10 <sup>-3</sup> ppm
H <sub>2</sub> S	(0–2) · 10 <sup>-3</sup> ppm

A „ppm” jelentése milliomodrész (**p**art **p**er **m**illion); például cm<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>-t jelent.

A kémiai gyakorlatban a levegő átlagos moláris tömegét 29 g/mol-nak vesszük. További adatok a 191. oldalon találhatóak.

5.2. Néhány gáz oldhatósága vízben (g/100 g víz) a hőmérséklet függvényében ( $10^5$  Pa nyomáson)

Képlet	0 °C	20 °C	40 °C	60 °C	80 °C	90 °C	100 °C
H <sub>2</sub>	$1,92 \cdot 10^{-4}$	$1,60 \cdot 10^{-4}$	$1,38 \cdot 10^{-4}$	$1,18 \cdot 10^{-4}$	$0,79 \cdot 10^{-4}$	$0,46 \cdot 10^{-4}$	0
O <sub>2</sub>	$6,90 \cdot 10^{-3}$	$4,34 \cdot 10^{-3}$	$3,08 \cdot 10^{-3}$	$2,27 \cdot 10^{-3}$	$1,38 \cdot 10^{-3}$	$0,79 \cdot 10^{-3}$	0
N <sub>2</sub>	$2,94 \cdot 10^{-3}$	$1,90 \cdot 10^{-3}$	$1,39 \cdot 10^{-3}$	$1,05 \cdot 10^{-3}$	$0,66 \cdot 10^{-3}$	$0,38 \cdot 10^{-3}$	0
Cl <sub>2</sub>	1,46	0,729	0,459	0,330	0,223	0,127	0
HCl	82,3	72,1	63,3	56,1	–	–	–
H <sub>2</sub> S	0,707	0,385	0,236	0,148	0,077	0,041	–
SO <sub>2</sub>	22,8	11,3	5,41	–	–	–	–
NH <sub>3</sub>	87,5	52,6	30,7	–	15,4	–	7,4
CO <sub>2</sub>	0,335	0,169	0,097	0,058	–	–	–

5.3. Az ammónia vizes oldatának sűrűsége és ammóniatartalma (20 °C-on,  $10^5$  Pa nyomáson)

Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )	Ammóniatartalom	
	tömeg- százalék	tömeg- koncentráció (g/dm <sup>3</sup> )
0,998	0,047	0,463
0,990	1,89	18,71
0,980	4,27	41,85
0,970	6,75	65,48
0,960	9,34	89,66
0,950	12,03	114,29
0,940	14,88	139,87

Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )	Ammóniatartalom	
	tömeg- százalék	tömeg- koncentráció (g/dm <sup>3</sup> )
0,930	17,85	166,01
0,920	20,88	192,10
0,910	24,03	218,67
0,900	27,33	245,97
0,890	30,68	273,05
0,880	34,35	302,28

5.4. Etanol-víz elegy etanoltartalma és sűrűsége (20 °C-on)

Tömeg%	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
1	0,9964
3	0,9928
5	0,9894
10	0,9819
15	0,9751
20	0,9686

Tömeg%	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
25	0,9617
30	0,9538
35	0,9449
40	0,9352
45	0,9247
50	0,9138

Tömeg%	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
55	0,9026
60	0,8911
65	0,8795
70	0,8677
75	0,8556
80	0,8434

Tömeg%	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
85	0,8310
90	0,8180
95	0,8042
97	0,7985
99	0,7924
100	0,7893

### 5.5. Néhány folyadék molális fagyáspontcsökkenése és forráspont-emelkedése

**Molalitás** (Raoult-koncentráció): olyan koncentrációfajta, amely az 1000 g oldószerben oldott anyag anyagmennyiségét adja meg mólból.

Oldószer	Krioszkópos állandó (molális fagyáspontcsökkenés) ( $K \cdot \text{kg/mol}$ )	Ebullioszkópos állandó (molális forráspont-emelkedés) ( $K \cdot \text{kg/mol}$ )
anilin	5,23	3,82
benzol	5,07	2,64
ciklohexán	20,8	2,92
ciklohexanol	42,2	3,5
dimetil-szulfoxid	3,85	3,22
1,4-dioxán	4,63	3,01
ecetsav	3,63	3,22
etilénglikol	3,11	2,26
fenol	6,84	3,54
nitrobenzol	6,87	5,2
piridín	4,26	2,83
toluol	3,55	3,40
víz	1,86	0,513

## 5.6. Szervetlen vegyületek oldhatósága vízben különböző hőmérsékleteken

(A számok az adott hőmérsékleten telített oldat tömegszázalékos összetételét mutatják.)

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
AgClO <sub>2</sub>	0,17	0,31	0,47	0,55	0,64	0,82	1,02	1,22	1,44	1,66	1,88	2,11
AgClO <sub>4</sub>	81,6	83,0	84,2	84,8	85,3	86,3	86,9	87,5	87,9	88,3	88,6	88,8
AgNO <sub>3</sub>	55,9	62,3	67,8	70,1	72,3	76,1	79,2	81,7	83,8	85,4	86,7	87,8
Ag <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	0,56	0,67	0,78	0,83	0,88	0,97	1,05	1,13	1,20	1,26	1,32	1,39
AlCl <sub>3</sub>	30,84	30,91	31,03	31,10	31,18	31,37	31,60	31,87	32,17	32,51	32,90	33,32
AlF <sub>3</sub>	0,25	0,34	0,44	0,50	0,56	0,68	0,81	0,96	1,11	1,28	1,45	1,64
Al(NO <sub>3</sub> ) <sub>3</sub>	37,0	38,2	39,9	40,8	42,0	44,5	47,3	50,4	53,8			61,5
Al <sub>2</sub> (SO <sub>4</sub> ) <sub>3</sub>	27,5			27,8	28,2	29,2	30,7	32,6	34,9	37,6	40,7	44,2
As <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1,19	1,48	1,80	2,01	2,27	2,86	3,43	4,11	4,89	5,77	6,72	7,71
BaBr <sub>2</sub>	47,6	48,5	49,5	50,0	50,4	51,4	52,5	53,5	54,5	55,5	56,6	57,6
Ba(BrO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	0,285	0,442	0,656	0,788	0,935	1,30	1,74	2,27	2,90	3,61	4,40	5,25
BaCl <sub>2</sub>	23,30	24,88	26,33	27,03	27,70	29,00	30,27	31,53	32,81	34,14	35,54	37,05
Ba(ClO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	16,90	21,23	23,66	27,50	29,43	33,16	36,69	40,05	43,04	45,90	48,70	51,17
Ba(ClO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>	67,30	70,96	74,30	75,75	77,05	79,23	80,92	82,21	83,16	83,88	84,43	84,90
BaI <sub>2</sub>	62,5	64,7	67,3	68,8	69,1	69,5	70,1	70,7	71,3	72,0	72,7	73,4
Ba(IO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	0,0182	0,0262	0,0342	0,0396	0,045	0,058	0,073	0,090	0,109	0,131	0,156	0,182
Ba(NO <sub>2</sub> ) <sub>2</sub>	31,1	36,6	41,8	44,3	46,8	51,6	56,2	60,5	64,6	68,5	72,1	75,6
Ba(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	4,7	6,3	8,2	9,3	10,2	12,4	14,7	17,0	19,3	21,5	23,5	25,5
Ba(OH) <sub>2</sub>	1,67			4,68	8,4	19	33	52	74	100		
BaS	2,79	4,78	6,97	8,21	9,58	12,67	16,18	20,05	24,19	28,55	33,04	37,61
BeSO <sub>4</sub>	26,69	27,58	28,61	29,22	29,90	31,51	33,39	35,50	37,78	40,21	42,72	45,28
CaBr <sub>2</sub>	55	56	59	61	63	68	71	73				
CaCl <sub>2</sub>	36,70	39,19	42,13	44,83	49,12	52,85	56,05	56,73	57,44	58,21	59,04	59,94
Ca(ClO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	63,2	64,2	65,5	66,3	67,2	69,0	71,0	73,2	75,5	77,4	77,7	78,0

5.6. Szervetlen vegyületek oldhatósága vízben különböző hőmérsékleteken (folytatás)

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
CaI <sub>2</sub>	64,6	66,0	67,6	68,3	69,0	70,8	72,4	74,0	76,0	78,0	79,6	81,0
Ca(IO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	0,082	0,155	0,243	0,305	0,384	0,517	0,590	0,652	0,811	0,665	0,668	
Ca(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	50,1	53,1	56,7	59,0	60,9	65,4	77,8	78,1	78,2	78,3	78,4	78,5
CaSO <sub>3</sub>			0,0059	0,0054	0,0049	0,0041	0,0035	0,0030	0,0026	0,0023	0,0020	0,0019
CaSO <sub>4</sub>	0,174	0,191	0,202	0,205	0,208	0,210	0,207	0,201	0,193	0,184	0,173	0,163
CdBr <sub>2</sub>	36,0	43,0	49,9	53,4	56,4	60,3	60,3	60,5	60,7	60,9	61,3	61,6
CdCl <sub>2</sub>	47,2	50,1	53,2	54,6	56,3	57,3	57,5	57,8	58,1	58,51	58,98	59,5
CdI <sub>2</sub>	44,1	44,9	45,8	46,3	46,8	47,9	49,0	50,2	51,5	52,7	54,1	55,4
Cd(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	55,4	57,1	59,6	61,0	62,8	66,5	70,6	86,1	86,5	86,8	87,1	87,4
CdSO <sub>4</sub>	43,1	43,1	43,2	43,4	43,6	44,1	43,5	42,5	41,4	40,2	38,5	36,7
CdSeO <sub>4</sub>	42,04	40,59	39,02	38,18	37,29	35,35	33,15	30,65	27,84	24,69	21,24	17,49
Ce(NO <sub>3</sub> ) <sub>3</sub>	57,99	59,80	61,89	63,05	64,31	67,0	68,6	71,1	74,9	79,2	80,9	83,1
CoCl <sub>2</sub>	30,30	32,60	34,87	35,99	37,10	39,27	41,38	43,46	45,50	47,51	49,51	51,50
CoI <sub>2</sub>	58,00	61,78	65,35	66,99	68,51	71,17	73,41	75,29	76,89	78,28	79,52	80,70
Co(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	45,5	47,0	49,4	50,8	52,4	56,0	60,1	62,6	64,9	67,7		
CoSO <sub>4</sub>	19,9	23,0	26,1	27,7	29,2	32,3	34,4	35,9	35,5	33,2	30,6	27,8
CrO <sub>3</sub>	62,2	62,3	62,6	62,8	63,0	63,5	64,1	64,7	65,5	66,2	67,1	67,9
CsBrO <sub>3</sub>	1,16	1,93	3,01	3,69	4,46	6,32	8,60	11,32	14,45	17,96	21,83	25,98
CsCl	61,83	63,48	64,96	65,64	66,29	67,50	68,60	69,61	70,54	71,40	72,21	72,96
CsClO <sub>3</sub>	2,40	3,87	5,94	7,22	8,69	12,15	16,33	21,14	26,45	32,10	37,89	43,42
CsClO <sub>4</sub>	0,79	1,01	1,51	1,96	2,57	4,28	6,55	9,29	12,41	15,80	19,39	23,07
CsI	30,9	37,2	43,2	45,9	48,6	53,3	57,3	60,7	63,6	65,9	67,7	69,2
CsIO <sub>3</sub>	1,08	1,58	2,21	2,59	3,02	3,96	5,06	6,29	7,70	9,20	10,79	12,45
CsNO <sub>3</sub>	8,46	13,0	18,6	21,8	25,1	32,0	39,0	45,7	51,9	57,3	62,1	66,2

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
Cs <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	62,6	63,4	64,1	64,5	64,8	65,5	66,1	66,7	67,3	67,8	68,3	68,8
CuCl <sub>2</sub>	40,8	41,7	42,6	43,1	43,7	44,8	46,0	47,2	48,5	49,9	51,3	52,7
Cu(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	45,2	49,8	56,3	59,2	61,1	62,0	63,1	64,5	65,9	67,5	69,2	71,0
CuSO <sub>4</sub>	12,4	14,4	16,7	18,0	19,3	22,2	25,4	28,8	32,4	36,3	40,3	43,5
FeCl <sub>3</sub>	42,7	44,9	47,9	47,7	51,6	74,8	76,7	84,6	84,3	84,3	84,4	84,7
FeSO <sub>4</sub>	13,5	17,0	20,8	22,8	24,8	28,8	32,8	35,5	33,6	30,4	27,1	24,0
Gd(NO <sub>3</sub> ) <sub>3</sub>	56,3	57,7	59,2	60,1	61,0	62,9	65,2	67,9	71,5			
HIO <sub>3</sub>	73,45	74,10	74,98	75,48	76,03	77,20	78,46	79,78	81,13	82,48	83,82	85,14
H <sub>3</sub> BO <sub>3</sub>	2,61	3,57	4,77	5,48	6,27	8,10	10,3	12,9	15,9	19,3	23,1	27,3
HgBr <sub>2</sub>	0,26	0,37	0,52	0,61	0,72	0,96	1,26	1,63	2,08	2,61	3,23	3,95
Hg(CN) <sub>2</sub>	6,57	7,83	9,33	10,2	11,1	13,1	15,5	18,2	21,2	24,6	28,3	32,3
HgCl <sub>2</sub>	4,24	5,05	6,17	6,81	7,62	9,53	12,02	15,18	19,16	24,06	29,90	36,62
HgI <sub>2</sub>			0,0041	0,0055	0,0072	0,0122	0,0199					
Hg <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	0,038	0,043	0,048	0,051	0,054	0,059	0,065	0,070	0,076	0,082	0,088	0,093
KBF <sub>4</sub>	0,28	0,34	0,45	0,55	0,75	1,38	2,09	2,82	3,58	4,34	5,12	5,90
KBr	35,0	37,3	39,4	40,4	41,4	43,2	44,8	46,2	47,6	48,8	49,8	50,8
KBrO <sub>3</sub>	2,97	4,48	6,42	7,55	8,79	11,57	14,71	18,14	21,79	25,57	29,42	33,28
KCH <sub>3</sub> COO	68,40	70,29	72,09	72,92	73,70	75,08	76,27	77,31	78,22	79,04	79,80	80,55
KCl	21,74	23,61	25,39	26,22	27,04	28,59	30,04	31,40	32,66	33,86	34,99	36,05
KClO <sub>3</sub>	3,03	4,67	6,74	7,93	9,21	12,06	15,26	18,78	22,65	26,88	31,53	36,65
KClO <sub>4</sub>	0,70	1,10	1,67	2,04	2,47	3,54	4,94	6,74	8,99	11,71	14,94	18,67
KF	30,90	39,8	47,3	50,41	53,2	60,0						
KHCO <sub>3</sub>	18,62	21,73	24,92	26,6	28,13	31,32	34,46	37,51	40,45			
KHSO <sub>4</sub>	27,1	29,7	32,3	33,6	35,0	37,8	40,5	43,4	46,2	49,02	51,82	54,6

5.6. Szervetlen vegyületek oldhatósága vízben különböző hőmérsékleteken (folytatás)

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
KH <sub>2</sub> PO <sub>4</sub>	11,74	14,91	18,25	19,97	21,77	25,28	28,95	32,76	36,75	40,96	45,41	50,12
KI	56,0	57,6	59,0	59,7	60,4	61,6	62,8	63,8	64,8	65,7	66,6	67,4
KIO <sub>3</sub>	4,53	5,96	7,57	8,44	9,34	11,09	13,22	15,29	17,41	19,58	21,78	24,03
KIO <sub>4</sub>	0,16	0,22	0,37	0,51	0,70	1,24	1,96	2,83	3,82	4,89	6,02	7,17
KMnO <sub>4</sub>	2,74	4,12	5,96	7,06	8,28	11,11	14,42	18,16				
KNO <sub>2</sub>	73,7	74,6	75,3	75,7	76,0	76,7	77,4	78,0	78,5	79,1	79,6	80,1
KNO <sub>3</sub>	12,0	17,6	24,2	27,7	31,3	38,6	45,7	52,2	58,0	63,0	67,3	70,8
KOH	48,7	50,8	53,2	54,7	56,1	57,9	58,6	59,5	60,6	61,8	63,1	64,6
KSCN	63,8	66,4	69,1	70,4	71,6	74,1	76,5	78,9	81,1	83,3	85,3	87,3
K <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	51,3	51,7	52,3	52,7	53,1	54,0	54,9	56,0	57,2	58,4	59,6	61,0
K <sub>2</sub> CrO <sub>4</sub>	37,1	38,1	38,9	39,4	39,8	40,5	41,3	41,9	42,6	43,2	43,8	44,3
K <sub>2</sub> Cr <sub>2</sub> O <sub>7</sub>	4,30	7,12	10,9	13,1	15,5	20,8	26,3	31,7	36,9	41,5	45,5	48,9
K <sub>2</sub> HPO <sub>4</sub>	57,0	59,1	61,5	62,7	64,1	67,7		72,7				
K <sub>2</sub> SO <sub>3</sub>	51,30	51,39	51,49	51,55	51,62	51,76	51,93	52,11	52,32	52,54	52,79	53,06
K <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	7,11	8,46	9,95	10,7	11,4	12,9	14,2	15,5	16,7	17,7	18,6	19,3
K <sub>2</sub> S <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	22,1	26,7	31,1	33,1	35,2	39,0	42,6	46,0	49,1	52,0	54,6	
K <sub>2</sub> SeO <sub>4</sub>	52,70	52,93	53,17	53,30	53,43	53,70	53,99	54,30	54,61	54,94	55,26	55,60
K <sub>3</sub> [Fe(CN) <sub>6</sub> ]	23,9	27,6	31,1	32,8	34,3	37,2	39,6	41,7	43,5	45,0	46,1	47,0
K <sub>3</sub> PO <sub>4</sub>	44,3			51,4								
K <sub>4</sub> [Fe(CN) <sub>6</sub> ]	12,5	17,3	22,0	23,9	25,6	29,2	32,5	35,5	38,2	40,6	41,4	43,1
LaCl <sub>3</sub>	49,0	48,5	48,6	48,9	49,3	50,5	52,1	54,0	56,3	58,9	61,7	
La(NO <sub>3</sub> ) <sub>3</sub>	55,0	56,9	58,9	60,0	61,1	63,6	66,3	69,9	74,1			
LiBr	58,4	60,1	62,7	64,4	65,9	67,8	68,3	69,0	69,8	70,7	71,7	72,8
LiBrO <sub>3</sub>	61,03	62,62	64,44	65,44	66,51	68,90	71,68	73,24	74,43	75,66	76,93	78,32



	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
LiCH <sub>3</sub> COO	23,76	26,49	29,42	31,02	32,72	36,48	40,65	45,15	49,93	54,91	60,04	65,26
LiCl	40,45	42,46	45,29	45,81	46,25	47,30	48,47	49,78	51,27	52,98	54,98	56,34
LiClO <sub>3</sub>	73,2	75,6	80,8	82,1	83,4	85,9	87,1	88,2	89,6	91,3	93,4	95,7
LiClO <sub>4</sub>	30,1	32,6	35,5	37,0	38,6	41,9	45,5	49,2	53,2	57,2	61,3	71,4
LiI	59,4	60,5	61,7	62,3	63,0	64,3	65,8	67,3	68,8	81,3	81,7	82,6
LiNO <sub>2</sub>	41	45	49	51	53	56	60	63	66	68		
LiNO <sub>3</sub>	34,8	37,6	42,7	50,5	57,9	60,1	62,2	64,0	65,7	67,2	68,5	69,7
LiOH	10,8	10,8	11,0	11,1	11,3	11,7	12,2	12,7	13,4	14,2	15,1	16,1
Li <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	1,54	1,43	1,33	1,28	1,24	1,15	1,07	0,99	0,92	0,85	0,78	0,72
Li <sub>2</sub> HPO <sub>3</sub>	9,07	8,40	7,77	7,47	7,18	6,64	6,16	5,71	5,30	4,91	4,53	4,16
Li <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	26,3	25,9	25,6	25,5	25,3	25,0	24,8	24,5	24,3	24,0	23,8	23,6
MgBr <sub>2</sub>	49,3	49,8	50,3	50,6	50,9	51,5	52,1	52,8	53,5	54,2	55,0	55,7
Mg(BrO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	43,0	45,2	48,0	49,4	51,0	54,3	57,9	61,6	65,3	69,0	70,9	71,7
Mg(CH <sub>3</sub> COO) <sub>2</sub>	36,18	37,55	38,92	39,61								
MgCl <sub>2</sub>	33,96	34,85	35,58	35,90	36,20	36,77	37,34	37,97	38,71	39,62	40,75	42,15
Mg(ClO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	53,35	54,40	56,81	58,66	60,91	65,46	67,33	69,27	71,01	72,44	73,48	
Mg(ClO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>	47,8	48,7	49,6	50,1	50,5	51,3	52,1					
MgI <sub>2</sub>	54,7	56,1	58,2	59,4	60,8	63,9	65,0	65,0	65,0	65,0	65,1	65,2
Mg(IO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	3,19	6,70	7,92	8,52	9,11	10,45	11,99	13,7	15,6	17,6	19,6	
Mg(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	38,4	39,5	40,8	41,6	42,4	44,1	45,9	47,9	50,0	52,2	70,6	72,0
MgSO <sub>3</sub>	0,32	0,37	0,46	0,52	0,61	0,87	0,85	0,76	0,69	0,64	0,62	0,60
MgSO <sub>4</sub>	18,2	21,7	25,1	26,3	28,2	30,9	33,4	35,6	36,9	35,9	34,7	33,3
MnBr <sub>2</sub>	56,00	57,72	59,39	60,19	60,96	62,41	63,75	65,01	66,19	67,32	68,42	69,50
MnCl <sub>2</sub>	38,7	40,6	42,5	43,6	44,7	47,0	49,4	54,1	54,7	55,2	55,7	56,1

5.6. Szervetlen vegyületek oldhatósága vízben különböző hőmérsékleteken (folytatás)

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
MnSO <sub>4</sub>	34,6	37,3	38,6	38,9	38,9	37,7	36,3	34,6	32,8	30,8	28,8	26,7
NH <sub>4</sub> Br	37,5	40,2	42,7	43,9	45,1	47,3	49,4	51,3	53,0	54,6	56,1	57,4
NH <sub>4</sub> Cl	22,92	25,12	27,27	28,34	29,39	31,46	33,50	35,49	37,46	39,40	41,33	43,24
NH <sub>4</sub> ClO <sub>4</sub>	10,8	14,1	17,8	19,7	21,7	25,8	29,8	33,6	37,3	40,7	43,8	46,6
NH <sub>4</sub> F	41,7	43,2	44,7	45,5	46,3	47,8	49,3	50,9	52,5	54,1		
NH <sub>4</sub> HCO <sub>3</sub>	10,6	13,7	17,6	19,9	22,4	27,9	34,2	41,4	49,3	58,1	67,6	78,0
NH <sub>4</sub> H <sub>2</sub> AsO <sub>4</sub>	25,2	29,0	32,7	34,5	36,3	39,7	43,1	46,2	49,3	52,2	55,0	
NH <sub>4</sub> H <sub>2</sub> PO <sub>4</sub>	17,8	22,0	26,4	28,8	31,2	36,2	41,6	47,2	53,0	59,2	65,7	72,4
NH <sub>4</sub> I	60,7	62,1	63,4	64,0	64,6	65,8	66,8	67,8	68,7	69,6	70,4	71,1
NH <sub>4</sub> NO <sub>3</sub>	54,0	60,1	65,5	68,0	70,3	74,3	77,7	80,8	83,4	85,8	88,2	90,3
(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> C <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	2,31	3,11	4,25	4,94	5,73	7,56	9,73	12,2	15,1	18,3	21,8	25,7
(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> HPO <sub>4</sub>	36,4	38,2	40,0	41,0	42,0	44,1	46,2	48,5	50,9	53,3	55,9	58,6
(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> S <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	65,5	67,9	69,8	70,5	71,3	72,3	72,9	73,1				
(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> S <sub>2</sub> O <sub>8</sub>	37,00	40,45	43,84	45,49	47,11	50,25	53,28	56,23	59,13	62,00		
(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> SO <sub>3</sub>	32,2	34,9	37,7	39,1	40,6	43,7	47,0	50,6	54,5	58,9		
(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	41,3	42,1	42,9	43,3	43,8	44,7	45,6	46,6	47,5	48,5	49,5	50,5
NaBr	44,4	45,9	47,7	48,6	49,6	51,6	53,7	54,1	54,3	54,5	54,7	54,9
NaBrO <sub>3</sub>	20,0	23,22	26,65	28,28	29,86	32,83	35,55	38,05	40,37	42,52		
NaHCOO	30,8	37,9	45,7	48,7	50,6	52,0	53,5	55,0				
NaCH <sub>3</sub> COO	26,5	28,8	31,8	33,5	35,5	39,9	45,1	58,3	59,3	60,5	61,7	62,9
NaCl	26,28	26,32	26,41	26,45	26,52	26,67	26,84	27,03	27,25	27,50	27,78	28,05
NaClO <sub>3</sub>	44,27	46,67	49,3	50,1	51,2	53,6	55,5	57,0	58,5	60,5	63,3	67,1
NaClO <sub>4</sub>	61,9	64,1	66,2	67,2	68,3	70,4	72,5	74,1	74,7	75,4	76,1	76,7
NaF	3,52	3,72	3,89	3,97	4,05	4,20	4,34	4,46	4,57	4,66	4,75	4,82

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
NaHCO <sub>3</sub>	6,48	7,59	8,73	9,32	9,91	11,13	12,40	13,70	15,02	16,37	17,73	19,10
NaH <sub>2</sub> PO <sub>4</sub>	36,54	41,07	46,00	48,68	51,54	57,89	61,7	62,3	65,9	68,7		
NaI	61,2	62,4	63,9	64,8	65,7	67,7	69,8	72,0	74,7	74,8	74,9	75,1
NaIO <sub>3</sub>	2,43	4,40	7,78	8,65	9,60	11,67	13,99	16,52	19,25	21,1	22,9	24,7
NaNO <sub>2</sub>	41,9	43,4	45,1	45,9	46,8	48,7	50,7	52,8	55,0	57,2	59,5	61,8
NaNO <sub>3</sub>	42,2	44,4	46,6	47,7	48,8	51,0	53,2	55,3	57,5	59,6	61,7	63,8
NaOH	30	39	46	50	53	58	63	67	71	74	76	79
NaSCN	52,9	57,1	60,2	62,7	63,5	64,2	65,0	65,9	66,9	67,9	69,0	
Na <sub>2</sub> B <sub>4</sub> O <sub>7</sub>	1,23	1,71	2,50	3,07	3,82	6,02	9,7	14,9	17,1	19,9	23,5	28,0
Na <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	6,44	10,8	17,9	23,5	28,7	32,8	32,2	31,7	31,3	31,1	30,9	30,9
Na <sub>2</sub> C <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	2,62	2,95	3,30	3,48	3,65	4,00	4,36	4,71	5,06	5,41	5,75	6,08
Na <sub>2</sub> CrO <sub>4</sub>	22,6	32,3	44,6	46,7	46,9	48,9	51,0	53,4	55,3	55,5	55,8	56,1
Na <sub>2</sub> Cr <sub>2</sub> O <sub>7</sub>	62,1	63,1	64,4	65,2	66,1	68,0	70,1	72,3	74,6	77,0	79,6	80,7
Na <sub>2</sub> HPO <sub>4</sub>	1,66	4,19	7,51	10,55	16,34	35,17	44,64	45,20	46,81	48,78	50,52	51,53
Na <sub>2</sub> MoO <sub>4</sub>	30,6	38,8	39,4	39,4	39,8	40,3	41,0	41,7	42,6	43,5	44,5	45,5
Na <sub>2</sub> S	11,1	13,2	15,7	17,1	18,6	22,1	26,7	28,1	30,2	33,0	36,4	41,0
Na <sub>2</sub> SO <sub>3</sub>	12,0	16,1	20,9	23,5	26,3	27,3	25,9	24,8	23,7	22,8	22,1	21,5
Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>			16,13	21,94	29,22	32,35	31,55	30,90	30,39	30,02	29,79	29,67
Na <sub>2</sub> S <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	33,1	36,3	40,6	43,3	45,9	52,0	62,3	65,7	68,8	69,4	70,1	71,0
Na <sub>2</sub> S <sub>2</sub> O <sub>5</sub>			39,5	40,0	40,6	41,8	43,0	44,2	45,5	46,8	48,1	49,5
Na <sub>2</sub> WO <sub>4</sub>	41,6	41,9	42,3	42,6	42,9	43,6	44,4	45,3	46,2	47,3	48,4	49,5
Na <sub>3</sub> PO <sub>4</sub>	4,28	7,30	10,8	12,6	14,1	16,6	22,9	28,4	32,4	37,6	40,4	43,5
Na <sub>4</sub> P <sub>2</sub> O <sub>7</sub>	2,23	3,28	4,81	6,62	7,00	10,10	14,38	20,07	27,31	36,03	32,37	30,67
NaCl <sub>3</sub>	49,0	49,3	49,7	50,0	50,4	51,2	52,2	53,3	54,5	55,8	57,1	58,5

5.6. Szervetlen vegyületek oldhatósága vízben különböző hőmérsékleteken (folytatás)

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
Nd(NO <sub>3</sub> ) <sub>3</sub>	55,76	57,49	59,37	60,38	61,43	63,69	66,27	69,47				
NiCl <sub>2</sub>	34,7	36,1	38,5	40,3	41,7	42,1	43,2	45,0	46,1	46,2	46,4	46,6
NiI <sub>2</sub>	55,40	57,68	59,78	60,69	61,50	62,80	63,73	64,38	64,80	65,09	65,30	
Ni(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	44,1	46,0	48,4	49,8	51,3	54,6	58,3	61,0	63,1	65,6	67,9	69,0
NiSO <sub>4</sub>	21,4	24,4	27,4	28,8	30,3	32,0	34,1	35,8	37,7	39,9	42,3	44,8
PbBr <sub>2</sub>	0,449	0,620	0,841	0,966	1,118	1,46	1,89					
PbCl <sub>2</sub>	0,66	0,81	0,98	1,07	1,17	1,39	1,64	1,93	2,24	2,60	2,99	3,42
PbI <sub>2</sub>	0,041	0,052	0,067	0,076	0,086	0,112	0,144	0,187	0,243	0,315		
Pb(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	28,46	32,13	35,67	37,38	39,05	42,22	45,17	47,90	50,42	52,72	54,82	56,75
PbSO <sub>4</sub>	0,0033	0,0038	0,0042	0,0044	0,0047	0,0052	0,0058					
RbBr	47,4	50,1	52,6	53,8	54,9	57,0	58,8	60,6	62,1	63,5	64,8	65,9
RbBrO <sub>3</sub>	0,97	1,55	2,36	2,87	3,45	4,87	6,64	8,78	11,29	14,15	17,32	20,76
RbCl	43,58	45,65	47,53	48,42	49,27	50,86	52,34	53,67	54,92	56,08	57,16	58,15
RbClO <sub>3</sub>	2,10	3,38	5,14	6,22	7,45	10,35	13,85	17,93	22,53	27,57	32,96	38,60
RbI	55,8	58,6	61,1	62,3	63,4	65,4	67,2	68,8	70,3	71,6	72,7	73,8
RbIO <sub>3</sub>	1,09	1,53	2,07	2,38	2,74	3,52	4,41	5,42	6,52	7,74	9,00	10,36
RbNO <sub>3</sub>	16,4	25,0	34,6	39,4	44,2	53,1	60,8	67,2	72,2	76,1	79,0	81,2
Rb <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	27,3	30,0	32,5	33,7	34,8	36,9	38,7	40,3	41,8	43,0	44,1	44,9
Sc(NO <sub>3</sub> ) <sub>3</sub>	57,0	59,3	61,6	62,8	63,9	66,2	68,5					
Sm(NO <sub>3</sub> ) <sub>3</sub>	54,83	56,33	58,08	59,05	60,08	62,38	65,05	68,1	70,8	74,2		
SmCl <sub>3</sub>	48,0	48,2	48,4	48,6	49,2	50,0						
SnCl <sub>2</sub>	46	64										
SnI <sub>2</sub>		0,97										3,87
SrBr <sub>2</sub>	46,0	48,3	50,6	51,7	52,9	55,2	57,6	59,9	62,3	64,6	66,8	69,0

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
Sr(BrO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	18,53	22,00	25,39	27,02	28,59	31,55	34,21	36,57	38,64	40,2	40,8	41,0
SrCl <sub>2</sub>	31,94	32,93	34,43	35,37	36,43	38,93	41,94	45,44	46,81	47,69	48,70	49,87
Sr(ClO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	63,29	63,42	63,64	63,77	63,93	64,29	64,70	65,16	65,65	66,18	66,74	67,31
SrF <sub>2</sub>	0,011			0,021								
SrI <sub>2</sub>	62,5	62,8	63,5	63,9	64,5	65,8	67,3	69,0	70,8	72,7	74,7	79,2
Sr(IO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	0,102	0,126	0,152	0,165	0,179	0,206	0,233	0,259	0,284	0,307	0,328	0,346
Sr(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	28,2	34,6	41,0	44,5	47,0	47,4	47,9	48,4	48,9	49,5	50,1	50,7
SrS <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	8,8	13,2	17,7	20,0	22,2	26,8						
Tl <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	2,65	3,56	4,61	5,19	5,80	7,09	8,46	9,89	11,33	12,77	14,18	15,53
UO <sub>2</sub> (NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	49,52	51,82	54,42	55,85	57,55	61,59	67,07					
Y(NO <sub>3</sub> ) <sub>3</sub>	55,57	56,93	58,75	59,86	61,11	63,3	64,9	67,9	72,5			
ZnBr <sub>2</sub>	79,3	80,1	81,8	83,0	84,1	85,6	85,8	86,1	86,3	86,6	86,8	87,1
ZnC <sub>2</sub> O <sub>4</sub>		0,0010	0,0019	0,0026								
ZnCl <sub>2</sub>	76,6	79,0	80,3	81,4	81,8	82,4	83,0	83,7	84,4	85,2	86,0	
Zn(ClO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>	44,29			46,27			48,70					
ZnF <sub>2</sub>				1,53								
ZnI <sub>2</sub>	81,1	81,2	81,3	81,4	81,5	81,7	82,0	82,3	82,6	83,0	83,3	83,7
Zn(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	47,8	50,8	54,4	54,6	58,5	79,1	80,1	87,5	89,9			
ZnSO <sub>4</sub>	29,1	32,0	35,0	36,6	38,2	41,3	43,0	42,1	41,0	39,9	38,8	37,6

5.7. A kénsav-, sósav-, salétromsav-, nátrium-hidroxid- és kálium-hidroxid-oldatok összetétele a sűrűség függvényében (15 °C-on)

Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )	Tömegszázalékos összetétel					Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )	Tömegszázalékos összetétel				
	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> -oldat	HCl -oldat	HNO <sub>3</sub> -oldat	NaOH -oldat	KOH -oldat		H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> -oldat	HCl -oldat	HNO <sub>3</sub> -oldat	NaOH -oldat	KOH -oldat
1,000	0,09	0,16	0,00	0,08	0,10	1,170	23,47	33,46	27,88	15,32	18,12
1,005	0,95	1,15	1,00	0,51	0,94	1,175	24,12	34,42	28,63	15,77	18,63
1,010	1,57	2,14	1,90	0,95	1,78	1,180	24,76	35,39	29,38	16,22	19,14
1,015	2,30	3,12	2,80	1,39	2,02	1,185	25,40	36,31	30,13	16,67	19,65
1,020	3,03	4,13	3,70	1,83	2,27	1,190	26,04	37,23	30,88	17,12	20,16
1,025	3,76	5,15	4,60	2,27	2,81	1,195	26,68	38,16	31,62	17,57	20,66
1,030	4,49	6,15	5,50	2,72	3,36	1,200	27,32	39,11	32,36	18,02	21,16
1,035	5,23	7,15	6,38	3,16	3,90	1,205	27,95	–	33,09	18,47	21,66
1,040	5,96	8,16	7,26	3,61	4,44	1,210	28,58	–	33,82	18,93	22,17
1,045	6,67	9,16	8,13	4,06	4,98	1,215	29,21	–	34,55	19,38	22,66
1,050	7,37	10,17	8,99	4,51	5,52	1,220	29,84	–	35,28	19,83	23,16
1,055	8,07	11,18	9,84	4,96	6,06	1,225	30,48	–	36,03	20,28	23,65
1,060	8,77	12,19	10,68	5,41	6,60	1,230	31,11	–	36,78	20,73	24,15
1,065	9,48	13,19	11,51	5,86	7,14	1,235	31,70	–	37,53	21,18	24,64
1,070	10,19	14,17	12,33	6,31	7,68	1,240	32,28	–	38,29	21,64	25,13
1,075	10,90	15,16	13,15	6,76	8,21	1,245	32,86	–	39,05	22,09	25,62
1,080	11,60	16,15	13,95	7,21	8,75	1,250	33,43	–	39,82	22,55	26,11
1,085	12,30	17,13	14,74	7,65	9,27	1,255	34,00	–	40,58	23,00	26,60
1,090	12,99	18,11	15,53	8,10	9,79	1,260	34,57	–	41,34	23,46	27,10
1,095	13,67	19,06	16,32	8,55	10,32	1,265	35,14	–	42,10	23,91	27,58
1,100	14,35	20,01	17,11	9,00	10,86	1,270	35,71	–	42,87	24,36	28,07
1,105	15,03	20,97	17,89	9,45	11,39	1,275	36,29	–	43,64	24,82	28,53
1,110	15,71	21,92	18,67	9,90	11,92	1,280	36,87	–	44,41	25,28	29,00
1,115	16,36	22,86	19,95	10,35	12,44	1,285	37,45	–	45,18	25,73	29,47
1,120	17,01	23,82	20,23	10,80	12,97	1,290	38,03	–	45,95	26,19	29,95
1,125	17,66	24,78	21,00	11,25	13,50	1,295	38,61	–	46,72	26,65	30,42
1,130	18,31	25,74	21,77	11,70	14,03	1,300	39,19	–	47,49	27,11	30,90
1,135	18,96	26,70	22,54	12,15	14,55	1,305	39,77	–	48,26	27,57	31,37
1,140	19,61	27,66	23,31	12,60	15,07	1,310	40,35	–	49,07	28,03	31,84
1,145	20,26	28,61	24,08	13,05	15,58	1,315	40,93	–	49,89	28,49	32,31
1,150	20,91	29,57	24,84	13,50	16,09	1,320	41,50	–	50,71	28,96	32,78
1,155	21,55	30,55	25,60	13,95	16,69	1,325	42,08	–	51,53	29,43	33,24
1,160	22,19	31,52	26,36	14,40	17,30	1,330	42,66	–	52,37	29,90	33,71
1,165	22,83	32,49	27,12	14,86	17,71	1,335	43,20	–	53,22	30,37	34,17

Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )	Tömegszázalékos összetétel				
	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> -oldat	HCl -oldat	HNO <sub>3</sub> -oldat	NaOH -oldat	KOH -oldat
1,340	43,74	–	54,07	30,84	34,63
1,345	44,28	–	54,93	31,31	35,09
1,350	44,82	–	55,79	31,79	35,55
1,355	45,35	–	56,66	32,26	36,00
1,360	45,88	–	57,57	32,74	36,46
1,365	46,41	–	58,48	33,22	36,91
1,370	46,94	–	59,39	33,70	37,37
1,375	47,47	–	60,30	34,18	37,82
1,380	48,00	–	61,27	34,66	38,28
1,385	48,53	–	62,24	35,15	38,73
1,390	49,06	–	63,23	35,64	39,19
1,395	49,59	–	64,25	36,13	39,63
1,400	50,11	–	65,30	36,62	40,08
1,405	50,63	–	66,40	37,11	40,52
1,410	51,15	–	67,50	37,60	40,97
1,415	51,66	–	68,63	38,10	41,42
1,420	52,15	–	69,80	38,60	41,87
1,425	52,63	–	70,98	39,10	42,31
1,430	53,11	–	72,17	39,61	42,75
1,435	53,59	–	73,39	40,11	43,18
1,440	54,07	–	74,68	40,62	43,62
1,445	54,55	–	75,98	41,13	44,06
1,450	55,03	–	77,28	41,65	44,50
1,455	55,50	–	78,60	42,17	44,93
1,460	55,97	–	79,98	42,69	45,37
1,465	56,43	–	81,42	43,21	45,80
1,470	56,90	–	82,90	43,73	46,23
1,475	57,37	–	84,45	44,25	46,66
1,480	57,83	–	86,05	44,77	47,09
1,485	58,29	–	87,70	45,29	47,51
1,490	58,75	–	89,60	45,81	47,94
1,495	59,22	–	91,60	46,33	48,36
1,500	59,70	–	94,09	46,86	48,79
1,505	60,18	–	96,39	47,39	49,21
1,510	60,65	–	98,10	47,92	49,64
1,515	61,12	–	99,07	48,44	–
1,520	61,59	–	99,67	48,97	–

Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )	Tömeg%
	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> -oldat
1,525	62,06
1,530	62,53
1,535	63,00
1,540	63,43
1,545	63,85
1,550	64,26
1,555	64,67
1,560	65,20
1,565	65,65
1,570	66,09
1,575	66,53
1,580	66,95
1,585	67,40
1,590	67,83
1,595	68,26
1,600	68,70
1,605	69,13
1,610	69,56
1,615	70,00
1,620	70,42
1,625	70,85
1,630	71,27
1,635	71,70
1,640	72,12
1,645	72,55
1,650	72,97
1,655	73,40
1,660	73,82
1,665	74,24
1,670	74,66
1,675	75,08
1,680	75,50
1,685	75,94
1,690	76,38
1,695	76,78
1,700	77,17
1,705	77,60

Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )	Tömeg%
	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> -oldat
1,710	78,04
1,715	78,48
1,720	78,92
1,725	79,36
1,730	79,80
1,735	80,24
1,740	80,68
1,745	81,12
1,750	81,56
1,755	82,00
1,760	82,44
1,765	83,01
1,770	83,51
1,775	84,02
1,780	84,50
1,785	85,10
1,790	85,70
1,795	86,30
1,800	86,92
1,805	87,60
1,810	88,30
1,815	89,16
1,820	90,05
1,825	91,00
1,830	92,10
1,835	93,56
1,840	95,60
1,8405	95,95
1,8410	96,38
1,8415	97,35
1,8420	98,20
1,8425	98,52

5.8. Savoldatok sűrűsége az összetétel függvényében (20 °C-on)

Tömeg%	HCl -oldat	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> -oldat	HNO <sub>3</sub> -oldat	H <sub>3</sub> PO <sub>4</sub> -oldat
1	1,0032	1,0051	1,00364	1,004
2	1,0082	1,0118	1,00909	1,009
3	1,0132	1,0184	1,01457	1,014
4	1,0181	1,0250	1,02008	1,020
5	1,0230	1,0317	1,02563	1,025
6	1,0279	1,0385	1,03122	1,031
7	1,0327	1,0453	1,0369	1,036
8	1,0376	1,0522	1,0427	1,042
9	1,0425	1,0591	1,0485	1,047
10	1,0474	1,0661	1,0543	1,053
11	1,0524	1,0731	1,0602	1,058
12	1,0574	1,0802	1,0661	1,065
13	1,0624	1,0874	1,0721	1,070
14	1,0675	1,0947	1,0781	1,076
15	1,0725	1,1020	1,0842	1,082
16	1,0776	1,1094	1,0903	1,088
17	1,0827	1,1165	1,0964	1,094
18	1,0878	1,1243	1,1026	1,101
19	1,0929	1,1318	1,1088	1,106
20	1,0980	1,1394	1,1150	1,113
21	1,1031	1,1471	1,1213	1,120
22	1,1083	1,1548	1,1276	1,126
23	1,1135	1,1626	1,1340	1,133
24	1,1187	1,1704	1,1404	1,140
25	1,1239	1,1783	1,1469	1,146
26	1,1290	1,1862	1,1534	1,153
27	1,1341	1,1942	1,1600	1,160
28	1,1392	1,2023	1,1666	1,167
29	1,1443	1,2104	1,1733	1,174
30	1,1493	1,2185	1,1800	1,181
31	1,1543	1,2267	1,1867	1,188
32	1,1593	1,2349	1,1934	1,195
33	1,1642	1,2432	1,2002	1,202
34	1,1691	1,2515	1,2071	1,208



Tömeg%	HCl -oldat	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> -oldat	HNO <sub>3</sub> -oldat	H <sub>3</sub> PO <sub>4</sub> -oldat
35	1,1740	1,2599	1,2140	1,216
36	1,1789	1,2684	1,2205	1,223
37	1,1837	1,2769	1,2270	1,231
38	1,1885	1,2855	1,2335	1,238
39	1,1933	1,2941	1,2399	1,246
40	1,1980	1,3028	1,2463	1,254
41	–	1,3116	1,2527	1,262
42	–	1,3205	1,2591	1,269
43	–	1,3294	1,2655	1,277
44	–	1,3384	1,2719	1,285
45	–	1,3476	1,2783	1,293
46	–	1,3569	1,2847	1,301
47	–	1,3663	1,2911	1,309
48	–	1,3758	1,2975	1,318
49	–	1,3854	1,3040	1,327
50	–	1,3951	1,3100	1,335
51	–	1,4049	1,3160	1,344
52	–	1,4148	1,3219	1,352
53	–	1,4248	1,3278	1,361
54	–	1,4350	1,3336	1,370
55	–	1,4453	1,3393	1,379
56	–	1,4557	1,3449	1,388
57	–	1,4662	1,3505	1,398
58	–	1,4768	1,3560	1,408
59	–	1,4875	1,3614	1,417
60	–	1,4983	1,3667	1,426
61	–	1,5091	1,3719	1,436
62	–	1,5200	1,3769	1,446
63	–	1,5310	1,3818	1,455
64	–	1,5421	1,3866	1,465
65	–	1,5533	1,3913	1,475
66	–	1,5646	1,3959	1,485
67	–	1,5760	1,4004	1,495
68	–	1,5874	1,4048	1,505
69	–	1,5989	1,4091	1,515
70	–	1,6105	1,4134	1,526

5.8. Savoldatok sűrűsége az összetétel függvényében (20 °C-on) (folytatás)

Tömeg%	HCl -oldat	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> -oldat	HNO <sub>3</sub> -oldat	H <sub>3</sub> PO <sub>4</sub> -oldat
71	–	1,6221	1,4176	1,536
72	–	1,6338	1,4218	1,547
73	–	1,6456	1,4258	1,557
74	–	1,6574	1,4298	1,563
75	–	1,6692	1,4337	1,579
76	–	1,6810	1,4375	1,590
77	–	1,6927	1,4413	1,601
78	–	1,7043	1,4450	1,612
79	–	1,7158	1,4486	1,623
80	–	1,7272	1,4522	1,633
81	–	1,7383	1,4555	1,644
82	–	1,7491	1,4589	1,656
83	–	1,7594	1,4622	1,667
84	–	1,7693	1,4655	1,678
85	–	1,7786	1,4686	1,689
86	–	1,7872	1,4716	1,700
87	–	1,7951	1,4745	1,712
88	–	1,8022	1,4773	1,724
89	–	1,8087	1,4800	1,735
90	–	1,8144	1,4826	1,746
91	–	1,8195	1,4850	1,758
92	–	1,8240	1,4873	1,770
93	–	1,8279	1,4892	1,782
94	–	1,8312	1,4912	1,794
95	–	1,8337	1,4932	1,807
96	–	1,8355	1,4952	1,819
97	–	1,8364	1,4974	1,832
98	–	1,8361	1,5008	1,844
99	–	1,8342	1,5056	1,857
100	–	1,8305	1,5129	1,870

5.9. Sóoldatok sűrűsége az összetétel függvényében (20 °C-on)

Tömeg%	NaCl -oldat	KCl -oldat	KBr -oldat	KI -oldat	KNO <sub>3</sub> -oldat	K <sub>2</sub> CO <sub>3</sub> -oldat	CuSO <sub>4</sub> -oldat	AgNO <sub>3</sub> -oldat
1	1,005	1,005	1,005	1,006	1,005	1,007	1,009	1,007
2	1,013	1,011	1,013	1,013	1,011	1,016	1,019	1,015
4	1,027	1,024	1,028	1,028	1,023	1,035	1,040	1,033
6	1,041	1,037	1,043	1,044	1,036	1,053	1,062	1,050
8	1,056	1,050	1,058	1,060	1,049	1,072	1,083	1,069
10	1,071	1,063	1,074	1,076	1,063	1,090	1,107	1,088
12	1,086	1,077	1,090	1,093	1,076	1,109	1,131	1,108
14	1,101	1,091	1,107	1,110	1,090	1,129	1,155	1,128
16	1,116	1,104	1,124	1,128	1,104	1,149	1,180	1,150
18	1,132	1,119	1,142	1,147	1,118	1,169	1,206	1,172
20	1,148	1,133	1,160	1,166	1,133	1,190	–	1,194
30	–	–	1,260	1,271	–	1,298	–	1,320
40	–	–	1,375	1,396	–	1,414	–	1,474
50	–	–	–	1,546	–	1,540	–	1,658
60	–	–	–	1,731	–	–	–	1,916

Tömeg%	NH <sub>4</sub> NO <sub>3</sub> -oldat	Na <sub>2</sub> CO <sub>3</sub> -oldat	Na <sub>2</sub> S <sub>2</sub> O <sub>3</sub> -oldat	K <sub>2</sub> CrO <sub>4</sub> -oldat	CaCl <sub>2</sub> -oldat	Al <sub>2</sub> (SO <sub>4</sub> ) <sub>3</sub> -oldat	FeCl <sub>2</sub> -oldat	FeCl <sub>3</sub> -oldat
1	1,002	1,007	1,007	1,007	1,007	1,009	1,007	1,007
2	1,006	1,018	1,015	1,015	1,015	1,019	1,017	1,015
4	1,015	1,038	1,032	1,031	1,032	1,040	1,035	1,032
6	1,023	1,059	1,048	1,048	1,049	1,061	1,054	1,049
8	1,031	1,080	1,065	1,065	1,066	1,083	1,073	1,067
10	1,040	1,101	1,083	1,082	1,084	1,105	1,092	1,085
12	1,048	1,122	1,100	1,099	1,102	1,129	1,113	1,104
14	1,057	1,144	1,118	1,118	1,120	1,152	1,134	1,123
16	1,065	1,164	1,137	1,137	1,139	1,176	1,155	1,142
18	1,074	1,186	1,155	1,156	1,158	1,201	1,177	1,162
20	1,083	1,209	1,174	1,175	1,178	1,226	1,199	1,182
30	1,128	1,327	1,274	1,278	1,282	–	–	1,291
40	1,175	–	1,383	1,396	1,396	–	–	1,417
50	1,226	–	–	–	–	–	–	1,551

### 5.10. Néhány vegyület végtelen híg oldatra vonatkozó oldáshője

**Oldáshő:** a moláris oldáshő az adott anyag adott oldószerben való feloldódása során tapasztalható energiaváltozás és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. Az oldáshőt megadott tömegre is vonatkoztathatjuk. Ekkor az oldáshő az adott anyag adott oldószerben való feloldódása során tapasztalható energiaváltozás és a tömeg hányadosa. Mértékegysége kJ/kg. Számértéke megegyezik az egységnyi mennyiségű anyag (pl.: 1 mol vagy 1 kg) adott oldószerben való feloldását kísérő, kJ-ban kifejezett energiaváltozással.

Értéke erősen függ attól, hogy a folyamat végén milyen koncentrációjú oldat keletkezik. Táblázatokban ennek megfelelően meg kell adni a felhasznált oldószer mennyiségét, vagy a végső összetételt is. Ez alól csupán a végtelen hígításra vonatkozó oldáshő a kivétel, ahol az anyagból annyira híg oldatot készítünk, hogy további oldószer hozzáadása mérhető hőeffektust már nem okoz.

Vegyület	Oldáshő (kJ/mol)
<i>savak</i>	
HF	-61,50
HCl	-74,84
HBr	-85,14
HI	-81,67
HNO <sub>3</sub>	-33,28
H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	-74,40
HCOOH	-0,86
CH <sub>3</sub> COOH	-1,51
<i>bázisok</i>	
NH <sub>3</sub>	-30,50
NaOH	-44,51
KOH	-57,61
Ca(OH) <sub>2</sub>	-11,70
Ba(OH) <sub>2</sub>	-48,80
<i>halogenidek</i>	
LiF	4,73
NaF	0,91
KF	-17,73
RbF	-26,11
LiCl	-37,03

Vegyület	Oldáshő (kJ/mol)
NaCl	3,88
KCl	17,22
RbCl	17,28
LiBr	-48,83
NaBr	-0,60
KBr	19,87
RbBr	21,88
LiI	-63,30
NaI	-7,53
KI	20,33
RbI	25,10
<i>nitrátok</i>	
LiNO <sub>3</sub>	-2,51
NaNO <sub>3</sub>	20,50
KNO <sub>3</sub>	34,89
RbNO <sub>3</sub>	36,48
Ca(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	-17,75
Sr(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	20,67
Ba(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	39,67
NH <sub>4</sub> NO <sub>3</sub>	25,69
AgNO <sub>3</sub>	22,95

## 6. REAKCIÓK

### 6.1. Néhány csapadék oldhatósági szorzata (25 °C közelében)

**Oldhatósági szorzat:** a rosszul oldódó sók telítési egyensúlyának jellemzésére használható mennyiség.  $K_x A_y$  összetételű só esetén  $L_{K_x A_y} = [K]^x \cdot [A]^y$ . (A telített oldat ionjainak mol/dm<sup>3</sup>-ben kifejezett koncentrációit a képletben szereplő indexszámoknak megfelelő hatványon vesszük és összeszorozzuk.) A szögletes zárójel azt jelöli, hogy az ion koncentrációját mol/dm<sup>3</sup>-ben kell kifejezni. A pL az L értékének negatív logaritmus.

Anyag	L	pL
AgBr	$4,898 \cdot 10^{-13}$	12,31
AgCl	$1,738 \cdot 10^{-10}$	9,76
Ag <sub>2</sub> CrO <sub>4</sub>	$2,754 \cdot 10^{-12}$	11,56
AgI	$1 \cdot 10^{-16}$	16,0
Ag <sub>2</sub> S	$1,479 \cdot 10^{-51}$	50,83
AgSCN	$5,012 \cdot 10^{-11}$	10,3
Al(OH) <sub>3</sub>	$1,148 \cdot 10^{-33}$	32,94
As <sub>2</sub> S <sub>3</sub>	$3,981 \cdot 10^{-29}$	28,4
As <sub>2</sub> S <sub>5</sub>	$1 \cdot 10^{-30}$	30
BaSO <sub>4</sub>	$1,905 \cdot 10^{-10}$	9,72
Bi <sub>2</sub> S <sub>3</sub>	$1,585 \cdot 10^{-72}$	71,8
CaF <sub>2</sub>	$1,259 \cdot 10^{-12}$	11,09
Ca <sub>3</sub> (PO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>	$1,202 \cdot 10^{-29}$	28,92
CaSO <sub>4</sub>	$5,370 \cdot 10^{-5}$	4,27
CdS	$5,012 \cdot 10^{-28}$	27,3
CuI	$5,012 \cdot 10^{-12}$	11,3

Anyag	L	pL
Cu <sub>2</sub> S	$1,995 \cdot 10^{-47}$	46,7
CuS	$8,511 \cdot 10^{-45}$	44,07
CuSCN	$1,585 \cdot 10^{-11}$	10,80
Cr(OH) <sub>3</sub>	$5,012 \cdot 10^{-31}$	30,30
Hg <sub>2</sub> Br <sub>2</sub>	$1,514 \cdot 10^{-21}$	20,82
Hg <sub>2</sub> Cl <sub>2</sub>	$1,995 \cdot 10^{-18}$	17,7
Hg <sub>2</sub> I <sub>2</sub>	$5,012 \cdot 10^{-40}$	39,3
HgI <sub>2</sub>	$3,162 \cdot 10^{-29}$	28,5
HgS	$5,012 \cdot 10^{-53}$	52,3
Hg <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	$8,128 \cdot 10^{-7}$	6,09
MgNH <sub>4</sub> PO <sub>4</sub>	$2,512 \cdot 10^{-13}$	12,6
NiS	$1,585 \cdot 10^{-18}$	17,8
PbCrO <sub>4</sub>	$1,778 \cdot 10^{-14}$	13,75
PbS	$7,943 \cdot 10^{-27}$	26,1
SrCO <sub>3</sub>	$1,585 \cdot 10^{-9}$	8,80
ZnS	$1,995 \cdot 10^{-22}$	21,7

### 6.2. A vízionszorzat értéke

(Az értékek negatív logaritmusai különböző hőmérsékleteken vízre és nehézvízre)

**A víz ionszorzata:** a tiszta víz autoprotolízise során keletkező oxónium- és hidroxidionok mol/dm<sup>3</sup>-ben kifejezett egyensúlyi koncentrációjának szorzata.  $K_v = [H_3O^+] \cdot [OH^-]$ . Értéke függ a hőmérséklettől.

t (°C)	-lg(K <sub>v</sub> )H <sub>2</sub> O	-lg(K <sub>v</sub> )D <sub>2</sub> O
0	14,938	15,972
5	14,727	15,743
10	14,528	15,527
15	14,340	15,324
20	14,163	15,132
25	13,995	14,951
30	13,836	14,779
35	13,685	14,616
40	13,542	14,462
45	13,405	14,316

t (°C)	-lg(K <sub>v</sub> )H <sub>2</sub> O	-lg(K <sub>v</sub> )D <sub>2</sub> O
50	13,275	14,176
55	13,152	14,044
60	13,034	13,918
65	12,921	13,798
70	12,814	13,683
75	12,712	13,574
80	12,613	13,470
85	12,520	13,371
90	12,428	13,276
95	12,345	13,186
100	12,265	13,099

### 6.3. Szervetlen savak savállandói

**Sav:** proton (hidrogénion) leadására képes anyag.

**Savállandó:** egy sav disszociációjának egyensúlyi állandója.  $K_s$  értéke 25 °C-on értendő. A  $pK_s$  a  $K_s$  értékének negatív logaritmus.

Név	Képlet	$K_s$	$pK_s$
arzénessav (20 °C-on)	$H_3AsO_3$	$K_1$ $3,981 \cdot 10^{-10}$	9,40
		$K_2$ $3,020 \cdot 10^{-14}$	13,52
arzénsav	$H_3AsO_4$	$K_1$ $6,166 \cdot 10^{-3}$	2,21
		$K_2$ $1,175 \cdot 10^{-7}$	6,93
		$K_3$ $3,090 \cdot 10^{-12}$	11,51
bórsav (20 °C-on)	$H_3BO_3$	$K_1$ $7,244 \cdot 10^{-10}$	9,14
		$K_2$ $1,820 \cdot 10^{-12}$	11,74
		$K_3$ $1,585 \cdot 10^{-14}$	13,80
difoszforsav	$H_4P_2O_7$	$K_1$ 0,1995	0,70
		$K_2$ $6,457 \cdot 10^{-3}$	2,19
		$K_3$ $1,585 \cdot 10^{-7}$	6,80
		$K_4$ $2,570 \cdot 10^{-10}$	9,59
foszforossav (orto)	$H_3PO_3$	$K_1$ $3,715 \cdot 10^{-2}$	1,43
		$K_2$ $2,884 \cdot 10^{-7}$	6,54
foszforsav (orto)	$H_3PO_4$	$K_1$ $7,244 \cdot 10^{-3}$	2,14
		$K_2$ $6,310 \cdot 10^{-8}$	7,20
		$K_3$ $4,571 \cdot 10^{-13}$	12,34
hidrogén-cianid	HCN	$K_1$ $3,311 \cdot 10^{-10}$	9,48
hidrogén-fluorid	HF	$K_1$ $6,761 \cdot 10^{-4}$	3,17
hidrogén-[hexaciano-ferrát(II)]	$H_4[Fe(CN)_6]$	$K_1$ $6,026 \cdot 10^{-3}$	2,22
		$K_2$ $6,761 \cdot 10^{-5}$	4,17
hidrogén-peroxid	$H_2O_2$	$K_1$ $2,138 \cdot 10^{-12}$	11,67
hidrogén-szelenid	$H_2Se$	$K_1$ $1,549 \cdot 10^{-4}$	3,81
		$K_2$ $1 \cdot 10^{-15}$	15,0
hidrogén-szulfid	$H_2S$	$K_1$ $9,333 \cdot 10^{-8}$	7,03
		$K_2$ $3,981 \cdot 10^{-14}$	13,4
hidrogén-[tetrahydroxo-aluminát]	$H[Al(OH)_4]$	$K_1$ $6,026 \cdot 10^{-12}$	11,22
hipojódossav (20 °C-on)	HOI	$K_1$ $2,399 \cdot 10^{-11}$	10,64
hipoklórossav	HOCl	$K_1$ $6,761 \cdot 10^{-8}$	7,17
jódsav	$HIO_3$	$K_1$ 0,1660	0,78

Név	Képlet	$K_s$	$pK_s$	
kénessav	$H_2SO_3$	$K_1$	$1,660 \cdot 10^{-2}$	1,78
		$K_2$	$6,310 \cdot 10^{-8}$	7,20
kénsav	$H_2SO_4$	$K_2$	0,0105	1,98
kovasav (meta)	$H_2SiO_3$	$K_1$	$1,175 \cdot 10^{-10}$	9,93
		$K_2$	$2,042 \cdot 10^{-12}$	11,69
krómsav	$H_2CrO_4$	$K_1$	0,6918	0,16
		$K_2$	$3,236 \cdot 10^{-7}$	6,49
molibdénsav	$H_2MoO_4$	$K_1$	$1,122 \cdot 10^{-4}$	3,95
		$K_2$	$6,166 \cdot 10^{-5}$	4,21
nitrogén-hidrogénsav	$HN_3$	$K_1$	$1,023 \cdot 10^{-5}$	4,99
ónsav	$H_2SnO_3$	$K_1$	$3,981 \cdot 10^{-10}$	9,40
perjódsvav	$HIO_4$	$K_1$	$2,291 \cdot 10^{-2}$	1,64
salétromossav (12,5 °C-on)	$HNO_2$	$K_1$	$4,571 \cdot 10^{-4}$	3,34
szelénssav	$H_2SeO_3$	$K_1$	$2,455 \cdot 10^{-3}$	2,61
		$K_2$	$4,786 \cdot 10^{-9}$	8,32
szelénsav	$H_2SeO_4$	$K_1$	$1,778 \cdot 10^{-2}$	1,75
szénsav	$H_2CO_3$	$K_1$	$4,37 \cdot 10^{-7}$	6,36
		$K_2$	$4,68 \cdot 10^{-11}$	10,33
tellúrossav	$H_2TeO_3$	$K_1$	$1,35 \cdot 10^{-4}$	3,87
		$K_2$	$1,995 \cdot 10^{-11}$	10,70
tellúrsav	$H_2TeO_4$	$K_1$	$1,91 \cdot 10^{-8}$	7,72
		$K_2$	$1,1 \cdot 10^{-11}$	10,96
tiokénsav	$H_2S_2O_3$	$K_1$	0,251 189	0,60
		$K_2$	0,019 055	1,72
víz	$H_2O$	$K_1$	$1,02 \cdot 10^{-14}$	13,99

A szerves savak adatai a 358. oldalon találhatók.

#### 6.4. Bázisok bázisállandói

**Bázis:** proton (hidrogénion) felvételére képes anyag.

**Bázisállandó:** egy bázis disszociációjának egyensúlyi állandója.  $K_b$  értéke 25 °C-on értendő.

A  $pK_b$  a  $K_b$  értékének negatív logaritmus.

Név		$K_b$	$pK_b$
ammónium-hidroxid	$K_1$	$7,762 \cdot 10^{-6}$	5,11
anilin	$K_1$	$3,802 \cdot 10^{-10}$	9,42
benzidin	$K_1$	$9,333 \cdot 10^{-10}$	9,03
	$K_2$	$5,623 \cdot 10^{-11}$	10,25
<i>n</i> -butil-amin	$K_1$	$4,074 \cdot 10^{-4}$	3,39
<i>szek</i> -butil-amin	$K_1$	$3,631 \cdot 10^{-4}$	3,44
<i>terc</i> -butil-amin	$K_1$	$2,818 \cdot 10^{-4}$	3,55
dietil-amin	$K_1$	$1,259 \cdot 10^{-3}$	2,90
dimetil-amin	$K_1$	$5,129 \cdot 10^{-4}$	3,29
etil-amin	$K_1$	$5,623 \cdot 10^{-4}$	3,25
etilén-diamin	$K_1$	$8,511 \cdot 10^{-5}$	4,07
<i>o</i> -fenilén-diamin	$K_1$	$3,311 \cdot 10^{-10}$	9,48
<i>p</i> -fenilén-diamin	$K_1$	$1,096 \cdot 10^{-8}$	7,96
	$K_2$	$3,467 \cdot 10^{-12}$	11,46
fenil-hidrazin	$K_1$	$1,585 \cdot 10^{-9}$	8,80
izobutil-amin	$K_1$	$2,570 \cdot 10^{-4}$	3,59
izopropil-amin	$K_1$	$4,266 \cdot 10^{-4}$	3,37
karbamid	$K_1$	$1,514 \cdot 10^{-14}$	13,82
metil-amin	$K_1$	$4,365 \cdot 10^{-4}$	3,36
metil-dietil-amin	$K_1$	$2,692 \cdot 10^{-4}$	3,57
piridin	$K_1$	$1,413 \cdot 10^{-9}$	8,85
<i>n</i> -propil-amin	$K_1$	$3,890 \cdot 10^{-4}$	3,41
tetrametilén-diamin	$K_1$	$4,074 \cdot 10^{-4}$	3,39
trietil-amin	$K_1$	$5,623 \cdot 10^{-4}$	3,25
trimetil-amin	$K_1$	$5,248 \cdot 10^{-5}$	4,28
tripropil-amin	$K_1$	$5,012 \cdot 10^{-4}$	3,30



## 6.5. Vizes közegben használatos sav-bázis indikátorok

Indikátor	Savas/bázikus szín	Átcsapási pH-tartomány
timolkék	vörös-sárga	1,2 ... 2,8
dimetilsárga	vörös-sárga	2,9 ... 4,0
lakmusz	vörös-kék	5,0 ... 8,0
metilnarancs	vörös-sárga	3,1 ... 4,4
<i>p</i> -etoxi-krizoidin	vörös-sárga	3,5 ... 5,5
brómkrezolzöld	sárga-kék	3,8 ... 5,4
metilvörös	vörös-sárga	4,4 ... 6,2
klórfenolvörös	sárga-vörös	4,8 ... 6,4
kongóvörös	kék-vörös	3,0 ... 5,2
brómkrezolbíbor	sárga-bíbor	5,2 ... 6,8
brómtimolkék	sárga-kék	6,0 ... 7,6
neutrálvörös	vörös-sárga	6,8 ... 8,0
fenolvörös	sárga-vörös	6,4 ... 8,2
krezolvörös	sárga-bíbor	7,2 ... 8,8
1-naftolftalein	narancssárga-zöldeskék	7,3 ... 8,7
<i>o</i> -krezolftalein	színtelen-vörösesibolya	8,2 ... 9,8
fenolftalein	színtelen-bíbor	8,2 ... 10,0
timolkék	sárga-kék	8,0 ... 9,6
timolftalein	színtelen-kék	9,3 ... 10,5
alizarinsárga	halványsárga-barnásvörös	10,0 ... 12,1
tropeolin	sárga-vörösbarna	11,1 ... 12,7
trinitro-benzoészav	színtelen-narancs	12,0 ... 13,4

## 6.6. Fémek standardpotenciáljai

**Elektród:** olyan rendszer, amely egyszerre tartalmazza egy anyag oxidált és redukált formáját.

**Elektródpotenciál:** önkényes skálán mért, feszültség jellegű mennyiség. A skála önkényes nullpontja a standard hidrogénelektrod. Az elektródpotenciál annak a galvánelemnek az elektromotoros ereje, amelynek egyik pólusa a vizsgálandó, a másik a standard hidrogénelektrod.

**Standard elektródpotenciál ( $E^\circ$ ):**  $10^5$  Pa nyomáson,  $25^\circ\text{C}$ -on, egységnyi koncentrációjú ( $\text{mol}/\text{dm}^3$ -ben) oldatot tartalmazó elektród elektródpotenciálja.

Redoxi-rendszer	$E^\circ(\text{V})$	Redoxi-rendszer	$E^\circ(\text{V})$	Redoxi-rendszer	$E^\circ(\text{V})$	Redoxi-rendszer	$E^\circ(\text{V})$
Li/Li <sup>+</sup>	-3,045	Sm/Sm <sup>3+</sup>	-2,30	Nb/Nb <sup>3+</sup>	-1,10	Pb/Pb <sup>2+</sup>	-0,1251
K/K <sup>+</sup>	-2,925	Mg/Mg <sup>2+</sup>	-2,356	Zn/Zn <sup>2+</sup>	-0,7626	H <sub>2</sub> /2H <sup>+</sup>	0,0000
Rb/Rb <sup>+</sup>	-2,925	Lu/Lu <sup>3+</sup>	-2,30	Ga/Ga <sup>3+</sup>	-0,529	Cu/Cu <sup>2+</sup>	0,340
Cs/Cs <sup>+</sup>	-2,923	Be/Be <sup>2+</sup>	-1,97	Fe/Fe <sup>2+</sup>	-0,44	Cu/Cu <sup>+</sup>	0,520
Ba/Ba <sup>2+</sup>	-2,92	Zr/Zr <sup>4+</sup>	-1,70	Cd/Cd <sup>2+</sup>	-0,4025	Rh/Rh <sup>3+</sup>	0,76
Ra/Ra <sup>2+</sup>	-2,916	Al/Al <sup>3+</sup>	-1,67	In/In <sup>3+</sup>	-0,3382	Hg/Hg <sub>2</sub> <sup>2+</sup>	0,7960
Sr/Sr <sup>2+</sup>	-2,89	U/U <sup>3+</sup>	-1,66	Tl/Tl <sup>+</sup>	-0,3363	Ag/Ag <sup>+</sup>	0,7991
Ca/Ca <sup>2+</sup>	-2,84	Ti/Ti <sup>2+</sup>	-1,63	Co/Co <sup>2+</sup>	-0,277	Hg/Hg <sup>2+</sup>	0,9110
Na/Na <sup>+</sup>	-2,714	Hf/Hf <sup>4+</sup>	-1,56	Ni/Ni <sup>2+</sup>	-0,257	Pd/Pd <sup>2+</sup>	0,915
La/La <sup>3+</sup>	-2,37	Mn/Mn <sup>2+</sup>	-1,18	Mo/Mo <sup>3+</sup>	-0,200	Au/Au <sup>3+</sup>	1,52
Ce/Ce <sup>3+</sup>	-2,34	V/V <sup>2+</sup>	-1,13	Sn/Sn <sup>2+</sup>	-0,136	Au/Au <sup>+</sup>	1,83

## 6.7. A fontosabb gázelektrodok, valamint egyes nemfémes elemek standardpotenciáljai

Elektródreakció	$E^\circ(\text{V})$
$\text{CO}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^- = \text{HCOOH}$	-0,16
$2\text{H}^+ + 2\text{e}^- = \text{H}_2$	0,0000
$2\text{D}^+ + 2\text{e}^- = \text{D}_2$	0,013
$\text{I}_2 + 2\text{e}^- = 2\text{I}^-$	0,5355
$\text{O}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^- = \text{H}_2\text{O}_2$	0,695
$\text{NO}_3^- + 4\text{H}^+ + 3\text{e}^- = \text{NO} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,957
$\text{Br}_2 + 2\text{e}^- = 2\text{Br}^-$	1,065
$\text{O}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e}^- = 2\text{H}_2\text{O}$	1,229
$\text{Cl}_2 + 2\text{e}^- = 2\text{Cl}^-$	1,3583
$\text{O}_3 + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^- = \text{O}_2 + \text{H}_2\text{O}$	2,075
$\text{O} + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^- = \text{H}_2\text{O}$	2,430
$\text{F}_2 + 2\text{e}^- = 2\text{F}^-$	2,87

### 6.8. A fontosabb redoxielektrodok standard redoxpotenciálja

**Redoxielektrod:** olyan elektrokémiai rendszer, amely oldott állapotban egyszerre tartalmazza egy anyag oxidált és redukált formáját.

**Redoxpotenciál** (redoxielektrod-potenciál): önkényes skálán mért, feszültség jellegű mennyiség. A skála önkényes nullpontja a standard hidrogénelektrod. A redoxpotenciál annak a galvánelemnek az elektromotoros ereje, amelynek egyik pólusa a vizsgálandó, a másik a standard hidrogénelektrod.

**Standard redoxpotenciál** ( $E^\circ$ ):  $10^5$  Pa nyomáson,  $25^\circ\text{C}$ -on, mindkét iont azonos koncentrációban ( $\text{mol}/\text{dm}^3$ -ben) tartalmazó redoxielektrod redoxpotenciálja.

Redoxirendszer	$E^\circ$ (V)
$\text{U}^{4+}/\text{U}^{3+}$	-0,52
$\text{Cr}^{3+}/\text{Cr}^{2+}$	-0,424
$\text{Ti}^{3+}/\text{Ti}^{2+}$	-0,37
$\text{Eu}^{3+}/\text{Eu}^{2+}$	-0,35
$\text{V}^{3+}/\text{V}^{2+}$	-0,255
$\text{Sn}^{4+}/\text{Sn}^{2+}$	0,15
$\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}^+$	0,159
$\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}$	0,771
$\text{Mn}^{3+}/\text{Mn}^{2+}$	1,5
$\text{Ce}^{4+}/\text{Ce}^{3+}$	1,72
$\text{Co}^{3+}/\text{Co}^{2+}$	1,92

### 6.9. Gyakrabban használt redoxiindikátorok

Indikátor	Redukált/oxidált forma színe	Átcsapási potenciál (V)
nitroferroin	vörös/kék	+1,25
<i>para</i> -nitro-difenil-amin	színtelen/ibolya	+1,05
ferroin	vörös/halványkék	+1,06
eriolaucin A	zöld/rózsaszín	+1,00
eriozöld B	sárga/narancs	+1,01
<i>para</i> -etoxi-krizoidin	vörös/sárga	+1,00
variaminkék	kék/ibolyászivörös	+0,71
metilénkék	színtelen/kék	+0,12
indigókármin	színtelen/kék	-0,25
neutrálsvörös	színtelen/vörösesibolya	-0,20

## 7. SZERVETLEN VEGYÜLETEK

### 7.1. Szervetlen vegyületek tulajdonságai

**Képződéshő:** egy adott vegyület 25 °C-on stabil elemeiből való képződése során tapasztalható energiaváltozás és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. Számértéke megegyezik 1 mol anyagnak standard állapotú elemeiből való képződését kísérő, kJ-ban kifejezett energiaváltozással. Megállapodás szerint a szobahőmérsékleten stabil elemek képződéshője 0. A képződéshők és a reakcióhő között az energiamegmaradás törvényének kémiai megfelelője, a Hess-tétel teremt kapcsolatot.

Anyag	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Sűrűség* (g/cm <sup>3</sup> )	Képződéshő (kJ/mol)
<i>A hidrogén vegyületei</i>					
H <sub>2</sub> O	18,01528	0,000	100,000	**1,000 (f)	-285,8 (f)
H <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	34,01	-0,41	150,2	1,438	-187,8 (f)
H <sub>2</sub> S	34,08	-85,5	-60,7	1,539 (f)	-20,6 (g)
HF	20,01	-83,1	19,54	0,991 (f)	-299,8 (f)
HCl	36,46	-114,8	-84,9	1,187 (f)	-92,3 (g)
HBr	80,91	-88,5	-67,0	2,77 (f)	-36,3 (g)
HI	127,91	-50,8	-35,38	2,85 (f)	26,5 (g)
<i>Az s-mező elemeinek vegyületei</i>					
LiF	25,94	845	1676	2,635	-616,0 (sz)
LiCl	42,39	605	1325	2,068	-408,6 (sz)
LiBr	86,85	550	1265	3,464	-351,2 (sz)
LiI	133,85	449	1180	4,076	-270,4 (sz)
Li <sub>3</sub> PO <sub>4</sub>	115,79	837	-	2,537	-2095,8 (sz)
Li <sub>2</sub> O	29,88	1700	-	2,013	-597,9 (sz)
Li <sub>2</sub> S	45,94	900-975	-	1,66	-441,4 (sz)
NaF	41,99	993	1695	2,558	-576,6 (sz)
NaCl	58,44	801	1413	2,165	-411,2 (sz)
NaBr	102,89	747	1390	3,203	-361,1 (sz)
NaI	149,89	661	1304	3,667	-287,8 (sz)
Na <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	105,99	851	bomlik	2,532	-1130,7 (sz)
NaNO <sub>3</sub>	84,99	306,8	380, bomlik	2,261	-467,9 (sz)
Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	142,04	884	-	2,68	-1387,1 (sz)
Na <sub>3</sub> PO <sub>4</sub> ·12 H <sub>2</sub> O	380,12	73,3	100, vízvesztés	1,446	-
Na <sub>2</sub> O	61,98	1275, szublimál	-	2,27	-414,2 (sz)
Na <sub>2</sub> S	78,04	1180	-	1,856	-364,8 (sz)

\* A gázok sűrűségét lásd a 193. oldalon.

\*\* 4 °C-on; lásd még a 191. oldalon.

Anyag	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Sűrűség* (g/cm <sup>3</sup> )	Képződéshő (kJ/mol)
KF	58,10	858	1505	2,48	-567,3 (sz)
KCl	74,55	770	1500	1,984	-436,5 (sz)
KBr	119,00	734	1435	2,75	-393,8 (sz)
KI	166,00	723	1330	3,13	-327,9 (sz)
K <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	138,21	891	bomlik	2,428	-1151,0 (sz)
KNO <sub>3</sub>	101,10	334	400, bomlik	2,109	-494,6 (sz)
K <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	174,25	1069	1689	2,662	-1437,8 (sz)
K <sub>3</sub> PO <sub>4</sub>	212,27	1340	-	2,564	-1950,2 (sz)
K <sub>2</sub> O	94,20	350, bomlik	-	2,32	-361,5 (sz)
K <sub>2</sub> S	110,26	840	-	1,805	-380,7 (sz)
BeCl <sub>2</sub>	79,917	415	482	1,90	-490,4 (sz)
MgF <sub>2</sub>	62,30	1261	2239	-	-1124,2 (sz)
MgCl <sub>2</sub>	95,21	714	1412	2,316	-641,3 (sz)
MgBr <sub>2</sub>	184,11	700	-	3,72	-524,3 (sz)
MgI <sub>2</sub>	278,11	637	bomlik	4,43	-364,0 (sz)
MgCO <sub>3</sub>	84,31	350, bomlik	-	3,009	-1095,8 (sz)
Mg(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ·6H <sub>2</sub> O	256,41	89	-	1,6363	-790,7 (sz)
MgSO <sub>4</sub>	120,36	1124	-	2,66	-1284,9 (sz)
Mg <sub>3</sub> (PO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>	262,86	1184	-	-	-
MgO	40,30	2852	3600	3,58	-601,6 (sz)
MgS	56,37	2000	bomlik	2,84	-346,0 (sz)
CaH <sub>2</sub>	42,094	675, bomlik	-	1,7	-181,5 (sz)
CaF <sub>2</sub>	78,08	1423	2500	3,180	-1228,0 (sz)
CaCl <sub>2</sub>	110,99	782	1600	2,15	-795,4 (sz)
CaBr <sub>2</sub>	199,89	742	815	3,353	-682,8 (sz)
CaI <sub>2</sub>	293,89	575	718	3,956	-533,5 (sz)
CaCO <sub>3</sub>	100,09	1339 (100 bar)	bomlik	2,710	-1207,6 (sz)
Ca(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	164,09	561	-	2,504	-938,3 (sz)
CaSO <sub>4</sub>	136,14	1450	-	2,96	-1434,5 (sz)
Ca <sub>3</sub> (PO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>	310,18	1670	-	3,14	-4120,8 (sz)
CaO	56,08	2614	-	3,25	-634,9 (sz)
CaS	72,14	bomlik	-	2,5	-482,4 (sz)
SrF <sub>2</sub>	125,62	1473	2489	4,24	-1216,3 (sz)
SrCl <sub>2</sub>	158,53	875	1250	3,052	-828,9 (sz)
SrBr <sub>2</sub>	247,43	643	bomlik	4,216	-717,6 (sz)
SrI <sub>2</sub>	341,43	515	bomlik	4,549	-558,1 (sz)

7.1. Szervetlen vegyületek tulajdonságai (folytatás)

Anyag	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Sűrűség* (g/cm <sup>3</sup> )	Képződéshő (kJ/mol)
<i>Az s-mező elemeinek vegyületei (folytatás)</i>					
SrCO <sub>3</sub>	147,63	1497	bomlik	3,70	-1220,1 (sz)
Sr(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	211,63	570	-	2,986	-978,2 (sz)
SrSO <sub>4</sub>	183,68	1605, bomlik	-	3,96	-1453,1 (sz)
SrO	103,62	2430	3000	4,7	-592,0 (sz)
SrS	119,68	2000	-	3,70	-472,4 (sz)
BaF <sub>2</sub>	175,33	1355	2137	4,89	-1207,1 (sz)
BaCl <sub>2</sub>	208,24	963	1560	3,917	-858,6 (sz)
BaBr <sub>2</sub>	297,14	847	-	4,781	-757,3 (sz)
BaI <sub>2</sub>	391,14	740	-	5,15	-602,1 (sz)
BaCO <sub>3</sub>	197,34	1740	bomlik	4,43	-1216,3 (sz)
Ba(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	261,34	592	bomlik	3,24	-992,1 (sz)
BaSO <sub>4</sub>	233,39	1580	-	4,49	-1473,2 (sz)
Ba <sub>3</sub> (PO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>	601,93	-	-	4,1	-
BaO	153,3	1918	2000	5,72	-553,5 (sz)
BaS	169,39	1200	-	4,25	-460,0 (sz)
RaCl <sub>2</sub>	297	1000	-	4,9	-
<i>Az p-mező elemeinek vegyületei</i>					
BCl <sub>3</sub>	117,17	-107,3	12,5	1,349	-427,2 (f)
B <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	27,67	-165,5	-92,5	0,447 (f)	35,6 (g)
AlCl <sub>3</sub>	133,34	190, szublimál	-	2,44	-704,2 (sz)
AlF <sub>3</sub>	83,98	1291, szublimál	-	2,882	-1510,4 (sz)
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	101,96	2072	2980	3,965	-1675,7 (sz)
Al(OH) <sub>3</sub>	78,00	300, vizet veszít	-	3,98	-
CO	28,01	-199	-191,5	1,250 (f)	-110,5 (g)
CO <sub>2</sub>	44,01	-56,6 (5,2 bar)	-78,1, szublimál	1,56 (sz)	-393,5 (g)
CS <sub>2</sub>	76,13	-110,8	46,3	1,261	89,0 (f)
SiF <sub>4</sub>	104,08	-90,2	-86	4,254 (f)	-
SiBr <sub>4</sub>	347,702	5,39	154	2,8	-
SiI <sub>4</sub>	535,704	120,5	287,35	4,1	-
SiH <sub>4</sub>	32,12	-185	-111,8	0,68 (f)	34,3 (g)
Si <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	62,22	-132,5	-14,5	0,686 (f)	80,3 (g)
Si <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	92,32	-117,4	52,9	0,743	92,5 (f)
SiCl <sub>4</sub>	169,90	-70	57,57	1,483	-687,0 (f)
SiO <sub>2</sub>	60,08	1703	2230	2,26	-910,7 (sz)

Anyag	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Sűrűség* (g/cm <sup>3</sup> )	Képződéshő (kJ/mol)
SnO	134,69	1080	bomlik	6,446	-280,7 (sz)
SnCl <sub>2</sub>	189,60	246	652	3,95	-325,1 (sz)
SnCl <sub>4</sub>	260,50	-33	114,1	2,226	-511,3
Pb(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	331,21	470	bomlik	4,53	-451,9 (sz)
PbO	223,20	886	-	9,53	-217,3 (sz)
PbO <sub>2</sub>	239,20	290	bomlik	9,375	-277,4 (sz)
Pb <sub>3</sub> O <sub>4</sub>	685,60	500	bomlik	9,1	-718,4 (sz)
PbS	239,26	1114	-	7,5	-100,4 (sz)
PbSO <sub>4</sub>	303,26	1170	-	6,2	-920,0 (sz)
NH <sub>3</sub>	17,03	-77,7	-33,35	0,7710 (f)	-45,9 (g)
NH <sub>4</sub> Cl	53,49	340, szublimál	520	1,527	-314,4 (sz)
NH <sub>4</sub> NO <sub>3</sub>	80,04	169,6	210, bomlik	1,725	-365,6 (sz)
(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	132,13	235	-	1,769	-1180,0 (sz)
NO	30,01	-163,6	-151,8	1,340 (f)	-
NO <sub>2</sub>	46,01	-11,20	21,2	1,4494	33,2 (g)
N <sub>2</sub> O	44,01	-102	-88,48	1,977 (f)	82,1 (g)
N <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	76,01	-101,1	bomlik	1,447	50,3 (f)
N <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	108,01	bomlik	-	1,642	-43,1 (sz)
HNO <sub>3</sub>	63,01	-42	86	1,503	-174,1 (f)
HNO <sub>2</sub>	47,01	-	-	csak oldatban létezik -	
PH <sub>3</sub>	34,00	-133,5	-87,4	0,746 (f)	5,4 (g)
PCl <sub>3</sub>	137,33	-112	75,5	1,574	-319,7 (f)
PCl <sub>5</sub>	208,24	167 (hármaspont)	szublimál	2,1	-443,5 (sz)
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	141,94	580, szublimál	-	2,39	-
H <sub>3</sub> PO <sub>4</sub>	98,00	42,3	bomlik	1,88	-1284,4 (sz)
AsH <sub>3</sub>	77,95	-116,3	-55	2,695 (f)	66,4 (g)
AsCl <sub>3</sub>	181,28	-8,5	130,2	2,163	-305,0 (f)
As <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	197,84	312,3	-	3,738	-
As <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	229,84	315, bomlik	-	4,32	-924,9 (sz)
As <sub>2</sub> S <sub>3</sub>	246,03	300	707	3,43	-169,0 (sz)
As <sub>2</sub> S <sub>5</sub>	310,14	500, bomlik	-	-	-
SbH <sub>3</sub>	124,77	-88,5	-17	5,30 (f)	145,1 (g)
SbCl <sub>3</sub>	228,11	73,4	223	3,140	-382,2 (sz)
SbCl <sub>5</sub>	299,02	2,8	79	2,336 (f)	-
Sb <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	291,50	656	1550, szublimál	5,2	-
Sb <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	323,50	380, O-t veszít	-	3,80	-

7.1. Szervetlen vegyületek tulajdonságai (folytatás)

Anyag	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Sűrűség* (g/cm <sup>3</sup> )	Képződéshő (kJ/mol)
<i>Az p-mező elemeinek vegyületei (folytatás)</i>					
Sb <sub>2</sub> S <sub>3</sub>	339,68	550	1150	4,12	–
Sb <sub>2</sub> S <sub>5</sub>	403,80	75, bomlik	–	4,120	–
Bi <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	465,96	825	1890	8,9	–573,9 (sz)
Bi <sub>2</sub> S <sub>3</sub>	514,14	685	bomlik	7,39	–143,1 (sz)
BiCl <sub>3</sub>	315,34	232	447	4,75	–379,1 (sz)
Bi <sub>2</sub> (SO <sub>4</sub> ) <sub>3</sub>	706,13	405	–	5,08	–2544,4 (sz)
SO <sub>2</sub>	64,06	–72,7	–10	1,434 (f)	–296,8 (g)
SO <sub>3</sub>	80,06	16,83	44,8	1,97	–454,5 (sz)
H <sub>2</sub> SO <sub>3</sub>	82,07	–	–	csak oldatban létezik –	
H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	98,07	10,36	330	1,841	–814,0 (f)
Na <sub>2</sub> S <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	158,10	–	–	1,667	–
<i>A d-mező elemeinek vegyületei</i>					
TiCl <sub>2</sub>	118,79	szublimál	–	3,13	–513,8 (sz)
TiCl <sub>4</sub>	189,69	–25	136,4	1,726 (f)	–804,2 (f)
TiO	63,85	1750	3000	4,93	–519,7 (sz)
TiO <sub>2</sub>	79,88	1775	–	3,84	–944,7 (sz)
V <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	181,88	690	1750, bomlik	3,357	–1550,6 (sz)
CrCl <sub>3</sub>	158,36	1150	1300, bomlik	2,76	–556,5 (sz)
CrO <sub>2</sub>	83,99	300	bomlik	–	–598,0 (sz)
Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	151,99	2329	~ 3000	5,21	–1139,7 (sz)
CrO <sub>3</sub>	99,99	196, bomlik	–	2,70	–
K <sub>2</sub> CrO <sub>4</sub>	194,19	968,3	–	2,732	–
K <sub>2</sub> Cr <sub>2</sub> O <sub>7</sub>	294,18	398	500	2,676	–
Na <sub>2</sub> CrO <sub>4</sub>	161,97	–	–	2,710	–
Na <sub>2</sub> Cr <sub>2</sub> O <sub>7</sub> ·2H <sub>2</sub> O	298,00	*356,7	400, bomlik	2,52	–
(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> CrO <sub>4</sub>	152,7	180, bomlik	–	1,91	–
(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> Cr <sub>2</sub> O <sub>7</sub>	252,06	170, bomlik	–	2,15	–
MnCl <sub>2</sub>	125,84	650	1190	2,977	–481,3 (sz)
MnSO <sub>4</sub>	151,00	700	850, bomlik	3,25	–
KMnO <sub>4</sub>	158,03	240, bomlik	–	2,703	–837,2 (sz)
K <sub>2</sub> MnO <sub>4</sub>	197,13	190, bomlik	–	–	–
MnO	70,94	1650	–	5,43	–385,2 (sz)
MnO <sub>2</sub>	86,94	535, bomlik	–	5,026	–520,0 (sz)
Mn <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	157,87	1080, bomlik	–	4,50	–959,0 (sz)

84 °C-on elveszti a kristályvizét.



Anyag	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Sűrűség* (g/cm <sup>3</sup> )	Képződéshő (kJ/mol)
Mn <sub>2</sub> O <sub>7</sub>	221,87	5,9	55, bomlik	2,396	–
FeCl <sub>2</sub>	126,75	667	1023	3,16	–341,8 (sz)
FeCl <sub>3</sub>	162,21	304	315	2,898	–399,5 (sz)
Fe <sub>2</sub> (SO <sub>4</sub> ) <sub>3</sub>	399,87	480, bomlik	–	3,097	–
FeO	71,85	1369	–	5,7	–272,0 (sz)
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	159,69	1565, bomlik	–	5,24	–824,2 (sz)
Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub>	231,54	1594	–	5,18	–1118,4 (sz)
CoCl <sub>2</sub>	129,84	724	1049	3,356	–312,5 (sz)
CoCl <sub>3</sub>	165,29	szublimál	–	2,94	–
NiCl <sub>2</sub>	129,60	1001	szublimál	3,55	–305,3 (sz)
NiSO <sub>4</sub>	154,75	848, bomlik	–	3,68	–872,9 (sz)
NiS	90,75	797	–	5,3	–82,0 (sz)
NiO	74,69	1984, bomlik	–	6,67	–
PtCl <sub>2</sub>	265,99	581, bomlik	–	6,05	–123,4 (sz)
PtCl <sub>3</sub>	301,44	435	–	5,256	–182,0 (sz)
PtCl <sub>4</sub>	336,89	370, bomlik	–	4,303	–231,8 (sz)
PtO	211,08	550	bomlik	14,9	–
CuCl <sub>2</sub>	134,45	630, bomlik	–	3,386	–220,1 (sz)
CuCl	99,00	430	1490	4,14	–137,2 (sz)
CuO	79,55	1326	–	6,3	–157,3 (sz)
Cu <sub>2</sub> O	143,09	1235	1800	6,0	–168,6 (sz)
CuSO <sub>4</sub>	159,60	bomlik	–	3,606	–771,4 (sz)
Ag <sub>2</sub> O	231,74	230, bomlik	–	7,143	–31,1 (sz)
Ag <sub>2</sub> S	247,80	825	bomlik	7,326	–32,6 (sz)
AgNO <sub>3</sub>	169,87	212	444, bomlik	4,35	–171,1 (sz)
Ag <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	311,79	652	1085, bomlik	5,45	–715,9 (sz)
Ag <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	275,75	218, bomlik	–	6,077	–505,8 (sz)
AgF	126,87	435	1159	5,852	–204,6 (sz)
AgCl	143,32	455	1550	5,56	–127,0 (sz)
AgBr	187,77	432	700, bomlik	6,473	–100,4 (sz)
AgI	234,77	558, bomlik	1506	5,67	–81,8 (sz)
AuCl	232,42	289, bomlik	–	7,4	–34,7 (sz)
ZnCl <sub>2</sub>	136,29	283	732	2,91	–415,1 (sz)
ZnSO <sub>4</sub>	161,44	600, bomlik	–	3,74	–982,8 (sz)
ZnO	81,38	1975	–	5,606	–350,5 (sz)
ZnS	97,44	1700 (1,5·10 <sup>7</sup> Pa)	–	3,98	–192,6 (sz)

7.1. Szervetlen vegyületek tulajdonságai (folytatás)

Anyag	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Sűrűség* (g/cm <sup>3</sup> )	Képződéshő (kJ/mol)
<i>A d-mező elemeinek vegyületei (folytatás)</i>					
Cd(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	236,42	350	–	–	–
CdSO <sub>4</sub>	208,47	1000	–	4,691	–933,3 (sz)
CdS	144,47	1750 (10 <sup>7</sup> Pa)	szublimál	4,82	–161,9 (sz)
Hg(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	324,60	79	bomlik	4,39	–
Hg <sub>2</sub> (NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ·2H <sub>2</sub> O	561,22	70	–	4,79	–
HgSO <sub>4</sub>	296,65	bomlik	–	6,47	–707,5 (sz)
Hg <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	497,24	bomlik	–	7,56	–743,1 (sz)
HgCl <sub>2</sub>	271,50	276	302	5,44	–224,3 (sz)
Hg <sub>2</sub> Cl <sub>2</sub>	472,09	400, szublimál	–	7,150	–265,4 (sz)
HgS	232,65	583,5, szublimál	–	8,10	–58,2 (sz)
Hg <sub>2</sub> S	433,24	bomlik	–	–	–
<i>Az f-mező elemeinek vegyületei</i>					
Ce <sub>2</sub> (SO <sub>4</sub> ) <sub>3</sub>	568,41	920	bomlik	3,912	–
Ce(SO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub>	332,24	195	bomlik	3,91	–
ThO <sub>2</sub>	264,04	3220	4400	9,86	–1226,4 (sz)
UO <sub>2</sub>	270,03	2178	–	10,96	–1085,0 (sz)
UF <sub>4</sub>	314,02	960	–	6,70	–1914,2 (sz)
UF <sub>6</sub>	352,02	64,5	56,2	4,68	–2197,0 (sz)

7.2. Néhány vegyület bomlási hőmérséklete

Vegyület	Bomlási hőmérséklet (°C)
Au <sub>2</sub> O <sub>3</sub> /Au	160
Ag <sub>2</sub> O/Ag	182
HgO/Hg	480
CaCO <sub>3</sub> /CaO	882
Cu <sub>2</sub> O/Cu	1800
PbO/Pb	2240

## 8. SZERVES VEGYÜLETEK

8.1. Kisebb atomcsoportok és atomok között kialakuló kovalens kötések kötési energiája (kJ/mol)

	-H	-CH <sub>3</sub>	-C <sub>2</sub> H <sub>5</sub>	-i-C <sub>3</sub> H <sub>7</sub>	-C <sub>4</sub> H <sub>9</sub> ( <i>terc.</i> )	-C <sub>6</sub> H <sub>5</sub>	-CH <sub>2</sub> C <sub>6</sub> H <sub>5</sub>	-CCl <sub>3</sub>	-CF <sub>3</sub>	-C <sub>2</sub> F <sub>5</sub>	-COCH <sub>3</sub>	-CN	-C <sub>6</sub> F <sub>5</sub>
H-	435,990	439	421	412	401	464	368	393	446	430	360	518	477
F-	570,3	472	463	460	-	524	-	435	545	531	499	470	477
Cl-	431,62	349	351	355	352	399	303	288	362	347	340	422	385
Br-	366,35	293	292	299	293	337	248	225	295	287	278	367	-
I-	298,407	239	233	237	227	274	207	167	224	219	209	305	276
OH-	498	387	393	401	400	465	340	-	-	-	447	-	448
NH <sub>2</sub> -	449	354	351	358	355	427	-	-	-	-	399	-	-
CH <sub>3</sub> O-	437	348	353	359	350	415	-	-	-	-	403	-	-
CH <sub>3</sub> -	439	376	369	370	362	425	332	362	427	-	339	-	444
CH <sub>3</sub> CO-	360	339	335	327	314	391	274	-	-	-	282	-	-
NO-	207	167	-	153	165	213	-	134	199	-	-	121	209
CF <sub>3</sub> -	446	427	-	-	-	-	-	335	413	-	-	-	-
CCl <sub>3</sub> -	393	362	-	-	-	-	-	292	335	-	-	-	-

8.2. Szerves molekulákban gyakori atomkapcsolatokra jellemző átlagos kötéstávolságok és átlagos kötési energiák

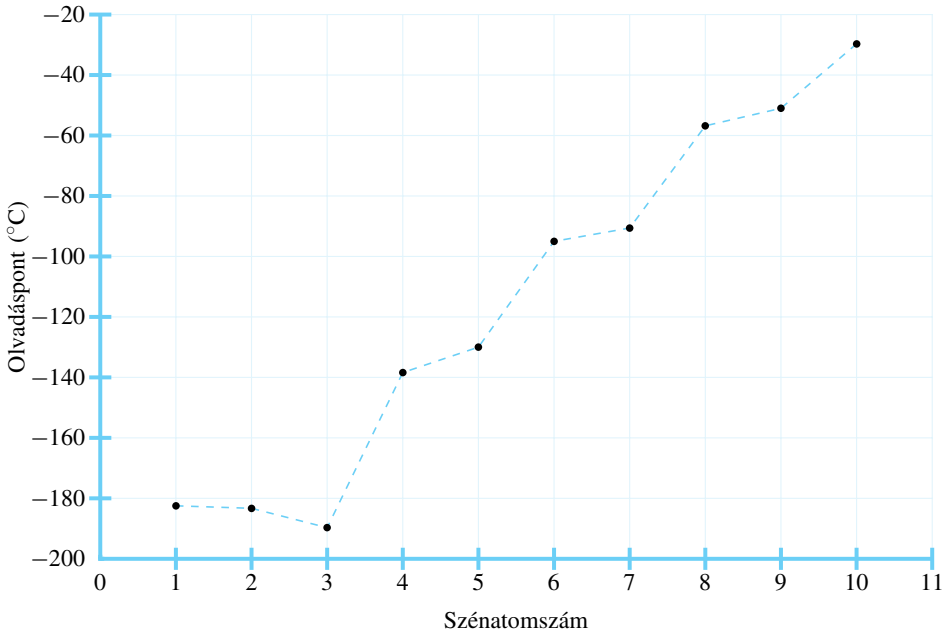
Kapcsolat	Átlagos kötэшossz (pm)	Átlagos kötési energia (kJ/mol)
C–C	153	~ 350
C=C	134	~ 600
C≡C	120	~ 800
C $\cdots$ C (aromás)	140	~ 500
C–H	110	~ 400
C–O	140	~ 350
C=O	121	~ 700

8.3. Az első húsz alkán tulajdonságai

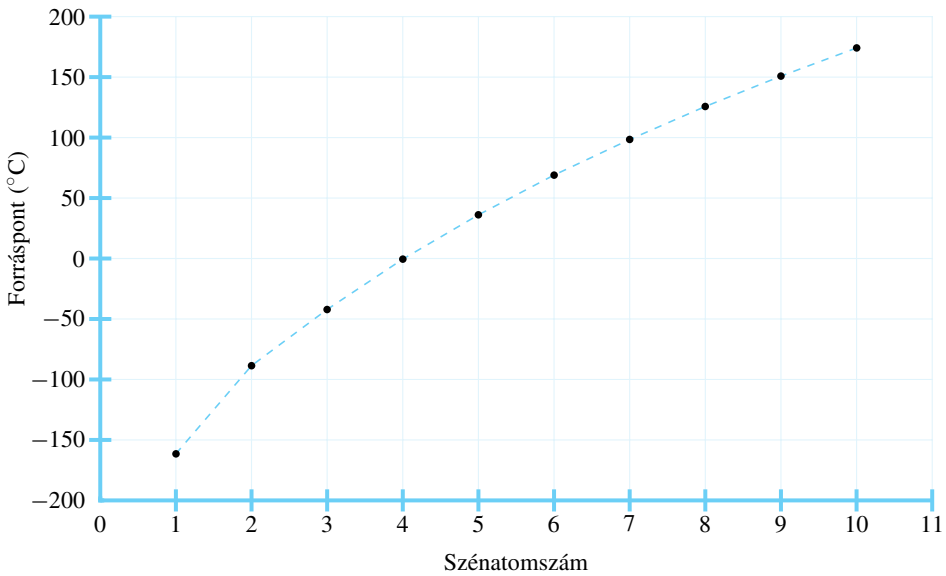
Név	Összegképlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
metán	CH <sub>4</sub>	16,043	–182,47	–161,45	–74,4 (g)	890,9 (g)	0,466
etán	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	30,070	–183,3	–88,6	–83,8 (g)	1560,7 (g)	0,572
propán	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	44,097	–189,7	–42,1	–104,7 (g)	2219,2 (g)	0,5853
bután	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	58,123	–138,4	–0,5	–125,6 (g)	2877,6 (g)	0,6012
pentán	C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	72,150	–130	36,1	–146,9 (g)	3535,6 (g)	0,6262
hexán	C <sub>6</sub> H <sub>14</sub>	86,177	–95	69	–167,1 (g)	4163,2 (f)	0,6603
heptán	C <sub>7</sub> H <sub>16</sub>	100,204	–90,6	98,4	–187,7 (g)	4817,0 (f)	0,6837
oktán	C <sub>8</sub> H <sub>18</sub>	114,231	–56,8	125,7	–208,6 (g)	5470,5 (f)	0,7025
nonán	C <sub>9</sub> H <sub>20</sub>	128,258	–51	150,8	–228,2 (g)	6125,2 (f)	0,7176
dekán	C <sub>10</sub> H <sub>22</sub>	142,285	–29,7	174,1	–249,5 (g)	6778,3 (f)	0,7300
undekán	C <sub>11</sub> H <sub>24</sub>	156,309	–25,5	195,9	–327,2 (f)	–	0,7402
dodekán	C <sub>12</sub> H <sub>26</sub>	170,334	–9,57	216,32	–350,9 (f)	–	0,7495
tridekán	C <sub>13</sub> H <sub>28</sub>	184,361	–5,4	235,47	–	–	0,7564
tetradekán	C <sub>14</sub> H <sub>30</sub>	198,388	5,82	253,58	–	–	0,7596
pentadekán	C <sub>15</sub> H <sub>32</sub>	212,415	9,95	270,6	–	–	0,7685
hexadekán (cetán)	C <sub>16</sub> H <sub>34</sub>	226,441	18,12	286,86	–456,1 (f)	–	0,7701
heptadekán	C <sub>17</sub> H <sub>36</sub>	240,468	22,0	302,0	–	–	0,7780
oktadekán	C <sub>18</sub> H <sub>38</sub>	254,495	28,2	316,3	–567,4 (sz)	–	0,7768
nonadekán	C <sub>19</sub> H <sub>40</sub>	268,521	32,0	329,9	–	–	0,7855
eikozán	C <sub>20</sub> H <sub>42</sub>	282,547	36,6	343	–	–	0,7886

A táblázat adatai normál láncú szénhidrogénekre vonatkoznak. A sűrűségadatok általában 25 °C-on értendők. Az első négy alkán esetében a sűrűség nagyobb nyomáson, folyadék halmazállapotban értendő. Lásd még a 193. oldalon is.

8.4. A normál alkánok olvadáspontjának változása a szénatomszámmal



8.5. A normál alkánok forráspontjának változása a szénatomszámmal



## 8.6. Szerves anyagok tulajdonságai vegyületcsoportok szerint

Az égéshő és képződéshő értékei 25 °C-ra vonatkoznak. A számok után álló betű az anyag halmazállapotára utal. A 25 °C-on gáz-halmazállapotú anyagok sűrűsége nagyobb nyomáson mért folyadék halmazállapotra vonatkozik.

### Telített nyílt láncú szénhidrogének

Név	Összegképlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvasópont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
2,2-dimetilbután	C <sub>6</sub> H <sub>14</sub>	86,175	-98,8	49,73	-213,8 (f)	-	0,6444
2,3-dimetilbután	C <sub>6</sub> H <sub>14</sub>	86,175	-128,10	57,93	-207,4 (f)	-	0,6616
2-metilbután (izopentán)	C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	72,149	-159,77	27,88	-	-	0,6201
2,2-dimetilpropán	C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	72,149	-16,4	9,48	-	-	0,5852
2-metilpentán	C <sub>6</sub> H <sub>14</sub>	86,175	-153,6	60,26	-204,6	-	0,650
3-metilpentán	C <sub>6</sub> H <sub>14</sub>	86,175	-162,90	63,27	-202,4	-	0,6598

### Telített gyűrűs szénhidrogének

Név	Összegképlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvasópont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
ciklopropán	C <sub>3</sub> H <sub>6</sub>	42,081	-127,6	-32,7	53,3 (g)	2091,3 (g)	0,720
ciklobután	C <sub>4</sub> H <sub>8</sub>	56,107	-50	12	28,4 (g)	2745,8 (g)	0,720
ciklopentán	C <sub>5</sub> H <sub>10</sub>	70,134	-93,9	49,2	-76,4 (g)	3320,3 (g)	0,7457
ciklohexán	C <sub>6</sub> H <sub>12</sub>	84,161	6,5	80,7	-123,4 (g)	3952,6 (g)	0,7785
cikloheptán	C <sub>7</sub> H <sub>14</sub>	98,188	-12	118,5	-118,1 (g)	4637,3 (g)	0,8098
<i>cisz</i> -1,2-dimetilciklopropán	C <sub>5</sub> H <sub>10</sub>	70,133	-140,9	37,0	-26,3 (f)	-	0,6889
<i>transz</i> -1,2-dimetilciklopropán	C <sub>5</sub> H <sub>10</sub>	70,133	-149,6	28,2	-30,7 (f)	-	0,6648

### Telítetlen nyílt láncú szénhidrogének

Név	Összegképlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvasópont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
etén	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	28,052	-169	-103,7	52,5 (g)	1411,2 (g)	-
etin	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	26,038	-80,8*	-84,7	228,2 (g)	1301,1 (g)	0,3771
propén	C <sub>3</sub> H <sub>6</sub>	42,081	-185,2	-47,4	20,0 (g)	2058,0 (g)	0,5193
but-1-én	C <sub>4</sub> H <sub>8</sub>	56,107	-185,3	-6,3	0,1 (g)	2717,5 (g)	0,5951
<i>cisz</i> -but-2-én	C <sub>4</sub> H <sub>8</sub>	56,107	-138,9	3,7	-7,1 (g)	2710,3 (g)	0,6213
<i>transz</i> -but-2-én	C <sub>4</sub> H <sub>8</sub>	56,107	-105,5	0,9	-11,4 (g)	2706,0 (g)	0,6042
buta-1,3-dién	C <sub>4</sub> H <sub>6</sub>	54,092	-108,9	-4,4	110,0 (g)	2541,5 (g)	0,6211
pent-1-én	C <sub>5</sub> H <sub>10</sub>	70,134	-138	30	-21,3 (g)	3375,4 (g)	0,6405

\* (hármasponton)

Név	Összeg- képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadás- pont (°C)	Forrás- pont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
hex-1-én	C <sub>6</sub> H <sub>12</sub>	84,159	-139,76	63,48	-74,2 (f)	-	0,6685
hept-1-én	C <sub>7</sub> H <sub>14</sub>	98,186	-118,9	93,64	-97,9 (f)	-	0,6970
okt-1-én	C <sub>8</sub> H <sub>16</sub>	112,213	-101,7	121,29	-124,5 (f)	-	0,7149
non-1-én	C <sub>9</sub> H <sub>18</sub>	126,239	-81,3	146,9	-	-	0,7253
dec-1-én	C <sub>10</sub> H <sub>20</sub>	140,266	-66,3	170,5	-173,8 (f)	-	0,7408
propin	C <sub>3</sub> H <sub>4</sub>	40,064	-102,7	-23,2	184,9 (g)	-	0,607
but-1-in	C <sub>4</sub> H <sub>6</sub>	50,091	-125,7	8,08	141,1 (f)	-	0,6783
pent-1-in	C <sub>5</sub> H <sub>8</sub>	68,118	-90	40,1	-	-	0,6901
hex-1-in	C <sub>6</sub> H <sub>10</sub>	82,143	-131,9	71,3	-	-	0,7155
hept-1-in	C <sub>7</sub> H <sub>12</sub>	96,17	-81	99,7	-	-	0,7328
okt-1-in	C <sub>8</sub> H <sub>14</sub>	110,197	-79,3	126,3	-	-	0,7461
non-1-in	C <sub>9</sub> H <sub>16</sub>	124,223	-50	150,8	16,3 (f)	-	0,7658
dec-1-in	C <sub>10</sub> H <sub>18</sub>	138,25	-44	174	-	-	0,7655

### Aromás szénhidrogének

Név	Összeg- képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadás- pont (°C)	Forrás- pont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
benzol	C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>	78,11	5,5	80,1	82,6 (g)	3267,6 (f)	0,8736
toluol	C <sub>7</sub> H <sub>8</sub>	92,14	-95	110,6	50,4 (g)	3910,3 (f)	0,8669
orto-xilol	C <sub>8</sub> H <sub>10</sub>	106,17	-25,2	144,4	19,1 (g)	4552,8 (f)	0,8802
meta-xilol	C <sub>8</sub> H <sub>10</sub>	106,17	-47,9	139,1	17,3 (g)	4551,8 (f)	0,8642
para-xilol	C <sub>8</sub> H <sub>10</sub>	106,17	13,3	138,3	18,0 (g)	4552,8 (f)	0,8611
naftalin	C <sub>10</sub> H <sub>8</sub>	128,17	80,5	218	77,9 (sz)	5156,3 (sz)	0,9625
sztirol	C <sub>8</sub> H <sub>8</sub>	104,05	-30,65	145	103,8 (f)	-	0,9016

### Halogénezett szénhidrogének

Név	Összeg- képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadás- pont (°C)	Forrás- pont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
klórmetán	CH <sub>3</sub> Cl	50,49	-97,1	-24,2	-81,9 (g)	-	0,9159
diklórmetán	CH <sub>2</sub> Cl <sub>2</sub>	84,93	-95,1	40	-95,6 (g)	-	1,3266
triklórmetán (kloroform)	CHCl <sub>3</sub>	119,38	-63,5	61,7	-103,1 (g)	-	1,4832
tetraklórmetán	CCl <sub>4</sub>	153,82	-23	76,5	-95,8 (g)	-	1,5940
klórétán	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> Cl	64,514	-138,4	12,3	-136,8 (f)	-	0,8902
1,2-diklórétán	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> Cl <sub>2</sub>	98,959	-35,7	83,5	-166,8 (f)	-	1,2454
1-klórpropán	C <sub>3</sub> H <sub>7</sub> Cl	78,541	-122,9	46,5	-160,5 (f)	-	0,8899

*Halogénezett szénhidrogének (folytatás)*

Név	Összegképlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
1-klórbután	C <sub>4</sub> H <sub>9</sub> Cl	92,57	-123,1	78,4	-188,1 (f)	-	0,8857
1-klórpentán	C <sub>5</sub> H <sub>11</sub> Cl	106,60	-99,0	108,4	-213,2 (f)	-	0,8820
1-klórhexán	C <sub>6</sub> H <sub>13</sub> Cl	120,62	-94,0	135,1	-	-	0,8781
vinil-klorid	C <sub>2</sub> H <sub>3</sub> Cl	62,50	-153,84	-13,3	37,2 (g)	-	0,9106
difluór-diklórmetán (Freon-12)	CF <sub>2</sub> Cl <sub>2</sub>	120,91	-158	-29,8	-477,4 (g)	-	-
tetrafluoretén	C <sub>2</sub> F <sub>4</sub>	100,02	-131,15	-75,9	-658,9 (g)	-	1,519

*Oxigéntartalmú szerves vegyületek*

Név	Képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
<i>alkoholok</i>							
metanol	CH <sub>4</sub> O	32,04	-93,9	65,15	-239,2 (f)	726,1 (f)	0,7914
etanol	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> O	46,07	-117,3	78,5	-277,7 (f)	1366,8 (f)	0,7893
propan-1-ol	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> O	60,10	-126,5	97,4	-302,6 (f)	2021,3 (f)	0,8035
ciklohexanol	C <sub>6</sub> H <sub>12</sub> O	100,16	25,1	161,1	-348,2 (f)	3727,8 (f)	0,9624
butan-1-ol	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub> O	74,12	-88,6	117,73	-327,3 (f)	-	0,8095
butan-2-ol	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub> O	74,12	-88,5	99,51	-342,6 (f)	-	0,8063
2-metilpropan-1-ol	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub> O	74,12	-101,9	107,89	-334,7 (f)	-	0,8018
2-metilpropan-2-ol	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub> O	74,12	25,69	82,4	-359,2 (f)	-	0,7887
pentan-1-ol	C <sub>5</sub> H <sub>12</sub> O	88,15	-77,6	137,98	-351,6 (f)	3330,9	0,8144
glikol	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> O <sub>2</sub>	62,07	-12,69	197,3	-460,0 (f)	1189,2	1,1135
glicerin	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> O <sub>3</sub>	92,09	18,1	290	-669,6 (f)	1655,4	1,2613
<i>fenolok</i>							
fenol	C <sub>6</sub> H <sub>6</sub> O	94,11	43	181,7	-165,1 (sz)	3053,4 (sz)	1,0576
hidrokinon	C <sub>6</sub> H <sub>6</sub> O <sub>2</sub>	110,13	173	285	-364,5 (sz)	2854,1 (sz)	1,328
<i>éterek</i>							
dimetil-éter	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> O	46,07	-138,5	-25	-184,1 (g)	1460,4 (g)	-
dietil-éter	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub> O	74,12	-116,2	34,5	-279,3 (f)	2723,9 (f)	0,7138
etil-metil-éter	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> O	60,10	-113	7,4	-216,4 (g)	-	0,7251
izopropil-metil-éter	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub> O	74,12	-	30,77	-278,8 (f)	-	0,7237
tetrahidrofurán	C <sub>4</sub> H <sub>8</sub> O	72,11	-108,44	65	-216,2 (f)	-	0,8833
1,4-dioxán	C <sub>4</sub> H <sub>8</sub> O <sub>2</sub>	88,11	11,85	101,5	-353,9 (f)	-	1,0337



Név	Képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
<i>oxovegyületek</i>							
aceton	C <sub>3</sub> H <sub>6</sub> O	58,08	-95,35	56,2	-248,1 (f)	1789,9 (l)	0,7899
formaldehid	CH <sub>2</sub> O	30,03	-92	-21	-108,6 (g)	570,7 (g)	0,815
acetaldehid	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> O	44,05	-121	20,8	-191,8 (f)	1166,9 (f)	0,7834
propanal	C <sub>3</sub> H <sub>6</sub> O	58,08	-80	48	-215,6 (f)	1822,7	0,8657
ciklohexanon	C <sub>6</sub> H <sub>10</sub> O	98,14	-16,4	155,6	-271,2 (f)	3519,0 (f)	0,9478
<i>karbonsavak</i>							
hangyasav	CH <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	46,03	8,4	100,7	-424,7 (f)	254,6 (f)	1,220
ecetsav	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> O <sub>2</sub>	60,05	16,6	117,9	-484,5 (f)	874,2 (f)	1,0492
propionsav	C <sub>3</sub> H <sub>6</sub> O <sub>2</sub>	74,08	-20,8	141	-510,7 (f)	1527,3 (f)	0,9930
vajsav	C <sub>4</sub> H <sub>8</sub> O <sub>2</sub>	88,11	-4,5	165,5	-533,8 (f)	2183,6 (f)	0,9577
valeriánsav	C <sub>5</sub> H <sub>10</sub> O <sub>2</sub>	102,13	-33,8	186,82	-559,4 (f)	2837,3 (f)	0,9391
palmitinsav	C <sub>16</sub> H <sub>32</sub> O <sub>2</sub>	256,43	63	350	-891,5 (sz)	9977,9 (sz)	0,8527
sztearinsav	C <sub>18</sub> H <sub>36</sub> O <sub>2</sub>	284,48	71,2	360	-947,7 (sz)	11280,4 (sz)	0,9408
olajsav	C <sub>18</sub> H <sub>34</sub> O <sub>2</sub>	282,47	13,4	360	-	-	0,8935
oxálsav	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	90,04	189,5	szubl.	-821,7 (sz)	251,1 (sz)	1,900
L-borkősav	C <sub>4</sub> H <sub>6</sub> O <sub>6</sub>	150,09	171	-	-1567 (sz)	-1152	1,7598
L-aszkorbinsav	C <sub>6</sub> H <sub>8</sub> O <sub>6</sub>	176,13	192	-	-	-	1,65
orto-ftálsav	C <sub>6</sub> H <sub>4</sub> (CO <sub>2</sub> H) <sub>2</sub>	166,13	210	-	-782,0 (sz)	-	1,593
para-ftálsav	C <sub>6</sub> H <sub>4</sub> (CO <sub>2</sub> H) <sub>2</sub>	166,13	szubl.	-	-816,1 (sz)	-	-
malonsav (propándisav)	C <sub>3</sub> H <sub>4</sub> O <sub>4</sub>	104,06	135 bomlik	-	-	-	1,619
borostyánkősav (butándisav)	C <sub>4</sub> H <sub>6</sub> O <sub>4</sub>	118,19	187,9	235	-940,5 (sz)	-	1,572
glutársav (pentádisav)	C <sub>5</sub> H <sub>8</sub> O <sub>4</sub>	132,12	97,8	303	-960,0 (sz)	-	1,429
adipinsav (hexándisav)	C <sub>6</sub> H <sub>10</sub> O <sub>4</sub>	146,14	152,5	337,5	-994,3 (sz)	-	1,360
maleinsav	C <sub>4</sub> H <sub>4</sub> O <sub>4</sub>	116,07	130,5	-	-789,4 (sz)	-	1,590
fumársav	C <sub>4</sub> H <sub>4</sub> O <sub>4</sub>	116,07	165 szubl.	-	-811,7 (sz)	-	1,635
benzoesav	C <sub>7</sub> H <sub>6</sub> O <sub>2</sub>	122,12	122,13	249,133	-385,2 (sz)	3226,9 (sz)	1,2659
<i>észterek</i>							
metil-acetát metil-etanoát	C <sub>3</sub> H <sub>6</sub> O <sub>2</sub>	74,08	-98,1	57	-445,8 (f)	1592,2 (f)	0,933
etil-acetát etil-etanoát	C <sub>4</sub> H <sub>8</sub> O <sub>2</sub>	88,11	-83,6	77,06	-479,3 (f)	2238,1 (f)	0,9003
metil-formiát metil-metanoát	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> O <sub>2</sub>	60,05	-99	31,7	-386,1 (f)	972,6	0,9713

*Oxigéntartalmú szerves vegyületek (folytatás)*

Név	Képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
<i>észterek (folytatás)</i>							
etil-formiát etil-metanoát	C <sub>3</sub> H <sub>6</sub> O <sub>2</sub>	74,08	-79,6	54,4	-	-	0,9208
etil-propionát etil-propanoát	C <sub>5</sub> H <sub>10</sub> O <sub>2</sub>	102,13	-73,9	99,1	-502,7 (f)	-	0,8843
glicerin-trinitrát (nitroglicerin)	C <sub>3</sub> H <sub>5</sub> O <sub>3</sub> (NO <sub>2</sub> ) <sub>3</sub>	227,09	13,5	218 robban	-370,9 (f)	-	1,5931
<i>szénhidrátok</i>							
α-D-glükóz	C <sub>6</sub> H <sub>12</sub> O <sub>6</sub>	180,16	146	-	-1271	-2805	1,5620
β-D-glükóz	C <sub>6</sub> H <sub>12</sub> O <sub>6</sub>	180,16	150	-	-	-	1,5620
β-D-fruktóz	C <sub>6</sub> H <sub>12</sub> O <sub>6</sub>	180,16	103	-	-1262	-2814	1,60
D-ribóz	C <sub>5</sub> H <sub>10</sub> O <sub>5</sub>	150,13	95	-	-	-	-
szacharóz	C <sub>12</sub> H <sub>22</sub> O <sub>11</sub>	342,32	186	-	-2218	-5649	-
maltóz	C <sub>12</sub> H <sub>22</sub> O <sub>11</sub>	342,32	102	-	-2214	-5651	1,54
cellobióz	C <sub>12</sub> H <sub>22</sub> O <sub>11</sub>	342,32	225	-	-	-	-
laktóz	C <sub>12</sub> H <sub>22</sub> O <sub>11</sub>	342,32	214	-	-2213	-5653	-

*Aminok*

Név	Képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
metil-amin	CH <sub>3</sub> NH <sub>2</sub>	31,06	-93,5	-6,3	-22,5 (g)	1085,6 (g)	0,699
dimetil-amin	(CH <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> NH	45,08	-93	7,4	-18,5 (g)	1768,9 (g)	0,6804
trimetil-amin	(CH <sub>3</sub> ) <sub>3</sub> N	59,11	-117,2	2,9	-23,7 (g)	2443,1 (g)	0,6356
anilin	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> NH <sub>2</sub>	93,13	-6,3	184,68	31,3 (f)	3392,8 (f)	1,02173
etil-dimetil-amin	C <sub>4</sub> H <sub>11</sub> N	73,14	-140	36,5	-	-	0,675
izobutil-amin	C <sub>4</sub> H <sub>11</sub> N	73,14	-86,7	67,75	-132,6 (f)	-	0,724
metil-izopropil-amin	C <sub>4</sub> H <sub>11</sub> N	73,14	-	50,4	-	-	-

*Amidok*

Név	Képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
formamid	CH <sub>3</sub> NO	45,04	2,49	193	-254,0 (f)	-	1,1334
acetamid	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> NO	59,07	80,16	222,0	-317,0 (sz)	1184,6	1,16

### Nitrogéntartalmú heterociklusos vegyületek

Név	Képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )
piridin	C <sub>5</sub> H <sub>5</sub> N	79,10	-42	115,5	100,2 (f)	2782,3 (f)	0,9819
pirimidin	C <sub>4</sub> H <sub>4</sub> N <sub>2</sub>	80,09	22	123	145,9 (f)	2291,6 (f)	-
pirrol	C <sub>4</sub> H <sub>4</sub> NH	67,09	-	130	63,1 (f)	2351,7 (f)	0,9691
imidazol	C <sub>3</sub> H <sub>4</sub> N <sub>2</sub>	68,08	90	257	58,5 (sz)	1810,7 (sz)	1,0303
purin	C <sub>5</sub> H <sub>4</sub> N <sub>4</sub>	120,11	216	-	-	-	-
pirrolidin	C <sub>4</sub> H <sub>9</sub> N	71,12	-57,79	86,56	-41,1 (f)	-	0,8586
piperidin	C <sub>5</sub> H <sub>11</sub> N	85,15	-11,02	106,22	-86,4 (f)	-	0,8606

### Nukleotidok

Név	Képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)
adenin (A)	C <sub>5</sub> H <sub>5</sub> N <sub>5</sub>	135,13	-	-	96 (sz)	2778,1 (sz)
citozin (C)	C <sub>4</sub> H <sub>5</sub> N <sub>3</sub> O	111,10	-	-	-221,3 (sz)	2067,3 (sz)
uracil (U)	C <sub>4</sub> H <sub>4</sub> N <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	112,09	338	-	-429,4 (sz)	1716,3 (sz)
guanin (G)	C <sub>5</sub> H <sub>5</sub> N <sub>5</sub> O	151,13	-	-	-183,9 (sz)	2498,2 (sz)
timin (T)	C <sub>5</sub> H <sub>6</sub> N <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	126,12	-	-	-462,8 (sz)	2362,2 (sz)

### 8.7. A genetikai kód

Első pozíció	Második pozíció				Harmadik pozíció
	U	C	A	G	
U	Phe	Ser	Tyr	Cys	U
	Phe	Ser	Tyr	Cys	C
	Leu	Ser	STOP	STOP	A
	Leu	Ser	STOP	Trp	G
C	Leu	Pro	His	Arg	U
	Leu	Pro	His	Arg	C
	Leu	Pro	Gln	Arg	A
	Leu	Pro	Gln	Arg	G
A	Ile	Thr	Asn	Ser	U
	Ile	Thr	Asn	Ser	C
	Ile	Thr	Lys	Arg	A
	Met (START)	Thr	Lys	Arg	G
G	Val	Ala	Asp	Gly	U
	Val	Ala	Asp	Gly	C
	Val	Ala	Glu	Gly	A
	Val (START)	Ala	Glu	Gly	G

Az mRNS nukleotidjainak bázisai: U: uracil, C: citozin, A: adenin, G: guanin, START: „olvasás kezdete” jel, STOP: „olvasás vége” jel

### 8.8. Az aminosavak jelölése, képlete, moláris tömege

Név	Jelölés		Összegképlet	Az -R csoport képlete*	Moláris tömeg (g/mol)
alanin	Ala	A	C <sub>3</sub> H <sub>7</sub> NO <sub>2</sub>	-CH <sub>3</sub>	89,09
arginin	Arg	R	C <sub>6</sub> H <sub>14</sub> N <sub>4</sub> O <sub>2</sub>	-(CH <sub>2</sub> ) <sub>3</sub> -NH=CNH <sub>2</sub> -NH <sub>2</sub>	174,20
aszparagin	Asn	N	C <sub>4</sub> H <sub>8</sub> N <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-CH <sub>2</sub> -CONH <sub>2</sub>	132,12
aszparaginsav	Asp	D	C <sub>4</sub> H <sub>7</sub> NO <sub>4</sub>	-CH <sub>2</sub> -COOH	133,10
cisztein	Cys	C	C <sub>3</sub> H <sub>7</sub> NO <sub>2</sub> S	-CH <sub>2</sub> -SH	121,16
glutamin	Gln	Q	C <sub>5</sub> H <sub>10</sub> N <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-(CH <sub>2</sub> ) <sub>2</sub> -CONH <sub>2</sub>	146,15
glutaminsav	Glu	E	C <sub>5</sub> H <sub>9</sub> NO <sub>4</sub>	-(CH <sub>2</sub> ) <sub>2</sub> -COOH	147,13
glicin	Gly	G	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> NO <sub>2</sub>	-H	75,07
hisztidin	His	H	C <sub>6</sub> H <sub>9</sub> N <sub>3</sub> O <sub>2</sub>	-CH <sub>2</sub> -C <sub>3</sub> N <sub>2</sub> H <sub>3</sub>	155,16
izoleucin	Ile	I	C <sub>6</sub> H <sub>13</sub> NO <sub>2</sub>	-CHCH <sub>3</sub> -CH <sub>2</sub> -CH <sub>3</sub>	131,17
leucin	Leu	L	C <sub>6</sub> H <sub>13</sub> NO <sub>2</sub>	-CH <sub>2</sub> -CHCH <sub>3</sub> -CH <sub>3</sub>	131,17
lizin	Lys	K	C <sub>6</sub> H <sub>14</sub> N <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	-(CH <sub>2</sub> ) <sub>4</sub> -NH <sub>2</sub>	146,19
metionin	Met	M	C <sub>5</sub> H <sub>11</sub> NO <sub>2</sub> S	-(CH <sub>2</sub> ) <sub>2</sub> -S-CH <sub>3</sub>	149,21
fenilalanin	Phe	F	C <sub>9</sub> H <sub>11</sub> NO <sub>2</sub>	-CH <sub>2</sub> -C <sub>6</sub> H <sub>5</sub>	165,19
prolin	Pro	P	C <sub>5</sub> H <sub>9</sub> NO <sub>2</sub>	-CH <sub>2</sub> -CH=CH <sub>2</sub>	115,13
szerin	Ser	S	C <sub>3</sub> H <sub>7</sub> NO <sub>3</sub>	-CH <sub>2</sub> OH	105,09
treonin	Thr	T	C <sub>4</sub> H <sub>9</sub> NO <sub>3</sub>	-CHOH-CH <sub>3</sub>	119,12
triptofán	Trp	W	C <sub>11</sub> H <sub>12</sub> N <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	-CH <sub>2</sub> -C <sub>8</sub> NH <sub>6</sub>	204,23
tirozin	Tyr	Y	C <sub>9</sub> H <sub>11</sub> NO <sub>3</sub>	-CH <sub>2</sub> -C <sub>6</sub> H <sub>4</sub> -OH	181,19
valin	Val	V	C <sub>5</sub> H <sub>11</sub> NO <sub>2</sub>	-CHCH <sub>3</sub> -CH <sub>3</sub>	117,15

\* Az élőlényekben előforduló aminosavak általános képlete: NH<sub>2</sub> – CHR – COOH, ahol R különféle oldallánc lehet.

### 8.9. Az aminosavak fizikai és kémiai tulajdonságai

Jelölés	Olvadáspont* (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm <sup>3</sup> )	pK <sub>a</sub>	pK <sub>b</sub>	pK <sub>x</sub>	pI	S
Ala	297	-604,0(sz)	1576,9	1,432	2,34	9,69	-	6,00	167
Arg	238	-623,5(sz)	3738,4	-	2,17	9,04	12,48	10,76	181
Asn	236	-789,4(sz)	1928,0	1,543	2,02	8,80	-	5,41	25
Asp	270	-973,3(sz)	1601,6	1,6613	1,88	9,60	3,65	2,77	5
Cys	178	-515,5(sz)	-	-	1,96	10,28	8,18	5,07	-
Gln	185	-826,4(sz)	2570,3	-	2,17	9,13	-	5,65	42
Glu	249	-1009,7(sz)	2244,1	1,538	2,19	9,67	4,25	3,22	-
Gly	290	-528,5(sz)	973,1	1,607	2,34	9,60	-	5,97	251
His	277	-466,7(sz)	3180,6	-	1,82	9,17	6,00	7,59	43
Ile	284	-637,9(sz)	3581,1	-	2,36	9,60	-	6,02	34
Leu	393	-637,4(sz)	3581,6	1,293	2,36	9,60	-	5,98	23
Lys	225	-678,7(sz)	3683,2	-	2,18	8,95	10,53	9,74	6
Met	283	-	-	-	2,28	9,21	-	5,74	56
Phe	284	-466,9(sz)	4646,8	-	1,83	9,13	-	5,48	29
Pro	222	-512,2(sz)	2741,6	-	1,99	10,60	-	6,30	1622
Ser	228	-732,7(sz)	1448,2	-	2,21	9,15	-	5,68	422
Thr	253	-807,2(sz)	2053,1	-	2,09	9,10	-	5,60	97
Trp	282	-415,3(sz)	5628,3	-	2,38	9,39	-	5,89	12
Tyr	344	-685,5(sz)	4428,6	-	2,20	9,11	10,07	5,66	0,5
Val	295	-617,9(sz)	2921,7	-	2,32	9,62	-	5,96	58

\* Forráspontjuk nincs, elbomlanak.

pK<sub>a</sub>: az 1-es helyzetű karboxilcsoport disszociációállandójának negatív logaritmusa.

pK<sub>b</sub>: a 2-es helyzetű aminocsoport disszociációállandójának negatív logaritmusa.

pK<sub>x</sub>: A molekulában esetlegesen jelenlevő oldalcsoport disszociációállandójának negatív logaritmusa.

pI: az izoelektromos pontnak megfelelő pH.

S: vízdoldhatóság 25 °C-on (g/kg víz).

### 8.10. Szerves savak savállandói

Név	pK
L-aszkorbinsav	$K_1$ 4,04
	$K_2$ 11,34
barbitursav	$K_1$ 3,99
benzoesav	$K_1$ 4,20
D-borkősav	$K_1$ 3,03
	$K_2$ 4,46
citromsav	$K_1$ 2,87
	$K_2$ 4,35
ecetsav	$K_1$ 4,76
fluor-ecetsav	$K_1$ 2,72
klór-ecetsav	$K_1$ 2,86
bróm-ecetsav	$K_1$ 2,92
jód-ecetsav	$K_1$ 3,19
difluor-ecetsav	$K_1$ 1,34
diklór-ecetsav	$K_1$ 1,35
dibróm-ecetsav	$K_1$ 1,48
trifluor-ecetsav	$K_1$ 0,52
triklór-ecetsav	$K_1$ 0,51







Név	pK
tribróm-ecetsav	$K_1$ 0,72
fenol	$K_1$ 9,79
o-ftálsav	$K_1$ 2,76
	$K_2$ 4,92
fumársav	$K_1$ 3,03
	$K_2$ 4,47
hangyasav	$K_1$ 3,75
maleinsav	$K_1$ 2,0
	$K_2$ 6,26
malonsav	$K_1$ 2,77
	$K_2$ 4,44
oxálsav	$K_1$ 1,37
	$K_2$ 3,81
pikrinsav	$K_1$ 0,33
propionsav	$K_1$ 4,86
vajsav (butánsav)	$K_1$ 4,83
valeriánsav (pentánsav)	$K_1$ 4,83
szalicilsav	$K_1$ 2,70
	$K_2$ 13,90

### 8.11. A szerves vegyületek nevezéktanának rövid áttekintése

Vegyületcsoport	Funkciós csoport	Utótag	Előtag
Szénhidrogének	(többszörös kötés)	-án (-én, -in)	alkil-
Halogénezett vegyületek	halogén, pl. klór	-	klór-
Aminok	aminocsoport	-amin	amino-
Alkoholok	hidroxics csoport	-ol	hidroxi-
Éterek	étercsoport	(alkil-alkil-éter)	oxa-
Ketonok	oxocsoport	-on	oxo-
Aldehidek	aldehids csoport	-al	oxo-
Karbonsavak	karboxilcsoport	-sav	-

## 9. BALESETVÉDELEM

### 9.1. A figyelmeztető táblákon használatos piktogramok

						
toxikus	korrozív	irritatív	környezet- károsító	explozív	gyúlékony	oxidatív
T mérgező, T+ nagyon mérgező	C maró	Xn ártalmas, Xi irritatív, ingerlő	N környezeti veszély	E robbanás- veszélyes	F tűzveszélyes, F+ fokozottan tűzveszélyes	O égést tápláló, oxidáló

### 9.2. A vegyszerek csomagolásán feltüntetett R-mondatok

- R 1 Száraz állapotban robbanásveszélyes.
- R 2 Ütés, súrlódás, tűz vagy más gyújtóforrás robbanást okozhat.
- R 3 Ütés, súrlódás, tűz vagy egyéb gyújtóforrás rendkívüli mértékben növeli a robbanásveszélyt.
- R 4 Nagyon érzékeny, robbanásveszélyes fémvegyületeket képez.
- R 5 Hő hatására robbanhat.
- R 6 Levegővel érintkezve vagy anélkül is robbanásveszélyes.
- R 7 Tüzet okozhat.
- R 8 Éghető anyaggal érintkezve tüzet okozhat.
- R 9 Éghető anyaggal érintkezve robbanásveszélyes.
- R 10 Kevésbé tűzveszélyes.
- R 11 Tűzveszélyes.
- R 12 Fokozottan tűzveszélyes.
- R 14 Vízzel hevesen reagál.
- R 15 Vízzel érintkezve fokozottan tűzveszélyes gázok képződnek.
- R 16 Oxidáló anyaggal érintkezve robbanásveszélyes.
- R 17 Levegőn öngyulladó.
- R 18 A használat során robbanásveszélyes/tűzveszélyes gáz-levegő elegy keletkezhet.
- R 19 Robbanásveszélyes peroxidokat képezhet.
- R 20 Belélegezve ártalmas.
- R 21 Bőrrel érintkezve ártalmas.
- R 22 Lenyelve ártalmas.
- R 23 Belélegezve mérgező (toxikus).
- R 24 Bőrrel érintkezve mérgező (toxikus).
- R 25 Lenyelve mérgező (toxikus).
- R 26 Belélegezve nagyon mérgező (toxikus).
- R 27 Bőrrel érintkezve nagyon mérgező (toxikus).
- R 28 Lenyelve nagyon mérgező (toxikus).
- R 29 Vízzel érintkezve mérgező gázok képződnek.
- R 30 A használat során tűzveszélyessé válik.
- R 31 Savval érintkezve mérgező gázok képződnek.
- R 32 Savval érintkezve nagyon mérgező gázok képződnek.
- R 33 A halmozódó (kumulatív) hatások miatt veszélyes.

- R 34 Égési sérülést okoz.
- R 35 Súlyos égési sérülést okoz.
- R 36 Szemizgató hatású.
- R 37 Izgatja a légutakat.
- R 38 Bőrizgató hatású.
- R 39 Nagyon súlyos és maradandó egészségkárosodást okozhat.
- R 40 Maradandó egészségkárosodást okozhat.
- R 41 Súlyos szemkárosodást okozhat.
- R 42 Belélegezve túlérzékenységet okozhat (szenzibilizáló hatású lehet).
- R 43 Bőrrel érintkezve túlérzékenységet okozhat (szenzibilizáló hatású lehet).
- R 44 Zárt térben hő hatására robbanhat.
- R 45 Rákot okozhat (karcinogén hatású lehet).
- R 46 Öröklődő genetikai károsodást okozhat (mutagén hatású lehet).
- R 48 Hosszú időn át hatva súlyos egészségkárosodást okozhat.
- R 49 Belélegezve rákot okozhat (karcinogén hatású lehet).
- R 50 Nagyon mérgező a vízi szervezetekre.
- R 51 Mérgező a vízi szervezetekre.
- R 52 Ártalmas a vízi szervezetekre.
- R 53 A vízi környezetben hosszantartó károsodást okozhat.
- R 54 Mérgező a növényvilágra.
- R 55 Mérgező az állatvilágra.
- R 56 Mérgező a talaj szervezeteire.
- R 57 Mérgező a méhekre.
- R 58 A környezetben hosszantartó károsodást okozhat.
- R 59 Veszélyes az ózonrétegre.
- R 60 A fertilitást (fogamzóképeséget vagy nemzőképeséget) károsíthatja.
- R 61 A születendő gyermekre ártalmas lehet.
- R 62 A fertilitásra (fogamzóképeségre vagy nemzőképeségre) ártalmas lehet.
- R 63 A születendő gyermeket károsíthatja.
- R 64 Szoptatott újszülöttet és csecsemőt károsíthatja.
- R 65 Lenyelve ártalmas, aspiráció (idegen anyagnak a légutakba beszívása) esetén tüdőkárosodást okozhat.
- R 66 Ismételt expozíció a bőr kiszáradását vagy megrepedezését okozhatja.
- R 67 A gőzök álmoságot vagy szédülést okozhatnak.

### 9.3. A vegyszerek csomagolásán feltüntetett S-mondatok

- S 1 Elzárva tartandó.
- S 2 Gyermek kezébe nem kerülhet.
- S 3 Hűvös helyen tartandó.
- S 4 Lakóterülettől távol tartandó.
- S 5 ..... alatt tartandó (a folyadékot a gyártó határozza meg).
- S 6 ..... alatt tartandó (az inert gázt a gyártó határozza meg).
- S 7 Az edényzet hermetikusan lezárva tartandó.
- S 8 Az edényzet szárazon tartandó.
- S 9 Az edényzet jól szellőztethető helyen tartandó.
- S 12 A tartályt nem szabad légmentesen lezárni.
- S 13 Élelmiszertől, italtól és takarmánytól távol tartandó.
- S 14 .....-tól/-től távol tartandó [az összeférhetetlen anyago(ka)t a gyártó határozza meg].
- S 15 Hőhatástól távol tartandó.



- S 16 Gyújtóforrástól távol tartandó. – Tilos a dohányzás!
- S 17 Éghető anyagoktól távol tartandó.
- S 18 Az edényzetet óvatosan kell kezelni és kinyitni.
- S 20 Használat közben enni, inni nem szabad.
- S 21 Használat közben tilos a dohányzás.
- S 22 Az anyag porát nem szabad belélegezni.
- S 23 A keletkező gázt/füstöt/gőzt/permetet nem szabad belélegezni (a gyártó határozza meg).
- S 24 A bőrrel való érintkezés kerülendő.
- S 25 Kerülni kell a szembejutást.
- S 26 Ha szembe jut, bő vízzel azonnal ki kell mosni, és orvoshoz kell fordulni.
- S 27 A szennyezett ruhát azonnal le kell vetni/venni.
- S 28 Ha az anyag a bőrre kerül, . . . -val/-vel bőven azonnal le kell mosni (az anyagot a gyártó határozza meg).
- S 29 Csatornába engedni nem szabad.
- S 30 Soha nem szabad vízzel keverni.
- S 33 A sztatikus feltöltődés ellen védekezni kell.
- S 35 Az anyagot és az edényzetét megfelelő módon ártalmatlanítani kell.
- S 36 Megfelelő védőruházatot kell viselni.
- S 37 Megfelelő védőkesztyűt kell viselni.
- S 38 Ha a szellőzés elégtelen, megfelelő légzőkészüléket kell használni.
- S 39 Szem-/arcvédőt kell viselni.
- S 40 A padlót és a beszennyeződött tárgyakat . . . . . -val/-vel kell tisztítani (az anyagot a gyártó határozza meg).
- S 41 Robbanás vagy tűz esetén a keletkező gázokat nem szabad belélegezni.
- S 42 Füst-/permetképződés esetén megfelelő légzésvédőt kell viselni (típusát a gyártó adja meg).
- S 43 Tűz esetén . . . . . -val/-vel oltandó (az anyagot a gyártó határozza meg). Ha a víz használata veszélyes, akkor a „Víz használata veszélyes” mondatot is hozzá kell tenni!
- S 45 Baleset vagy rosszullet esetén azonnal orvost kell hívni. Ha lehetséges, a címkét meg kell mutatni.
- S 46 Lenyelése esetén azonnal orvoshoz kell fordulni, az edényt/csomagolóburkolatot és a címkét az orvosnak meg kell mutatni.
- S 47 . . . °C feletti hőmérsékleten nem tárolható.
- S 48 . . . . . -val/-vel nedvesen tartandó (az anyagot a gyártó határozza meg).
- S 49 Csak az eredeti edényzetben tárolható.
- S 50 . . . . . -val/-vel nem keverhető (az anyagot a gyártó határozza meg).
- S 51 Csak jól szellőztetett helyen használható.
- S 52 Nagy felületű, tartózkodásra alkalmas helyiségekben nem használható.
- S 53 Kerülni kell az expozíciót, használatához külön utasítás szükséges.
- S 56 Az anyagot és edényzetét veszélyes- vagy speciálishulladék-gyűjtő helyre kell vinni.
- S 57 A környezetszennyezés elkerülésére megfelelő edényzetet kell használni.
- S 59 A hulladékanyag visszanyeréséhez/újrahasznosításához a gyártótól/forgalmazótól kell tájékoztatást kérni.
- S 60 Az anyagot és/vagy edényzetét veszélyes hulladékként kell ártalmatlanítani.
- S 61 Kerülni kell az anyag környezetbe jutását. Speciális adatokat kell kérni. (Biztonsági adatlap)
- S 62 Lenyelés esetén hánytatni tilos: azonnal orvoshoz kell fordulni, és meg kell mutatni az edényzetet vagy a címkét.
- S 63 Belégzés miatt bekövetkező baleset esetén a sérültet friss levegőre kell vinni, és biztosítani kell számára a nyugalmat.
- S 64 Lenyelés esetén a száját vízzel öblítjük ki (csak abban az esetben, ha a sérült nem eszméletlen).

**FIZIKA**

- Négyjegyű függvénytáblázatok, matematikai, fizikai, kémiai összefüggések, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2003
- Sárközi: Műszaki táblázatok és képletek, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1977
- Hütte: A mérnöki tudományok kézikönyvbe, Springer Hungarica, 1993
- F. Kohlrausch: Praktische Physik 3, B. G. Teubner, Stuttgart, 1968
- Műanyag zsebkönyv, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979
- Ohmacht–Sárközi: Műszaki táblázatok, Táncsics Könyvkiadó, Budapest, 1972
- Hargittay Emil: A hőmérséklet mérése, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1980
- E. J. Harry: Ipari Lézerek és alkalmazásuk, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979
- Erősáramú táblázatok, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979
- Csengeri Pintér Péter: Mennyiségek, mértékegységek, számok SI, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1981
- Hajdu László–Mikos Pál: Világítástechnika és Színdinamika, Táncsics Könyvkiadó, Budapest, 1981
- NENMAC temperature handbook, NANMAC Corp., USA, 1985
- Mikrovilág, A Természet Világa 2000. III. különszám
- Kenczler Ödön: Vákuumtechnika, Tankönyvkiadó, 1981 kézirat
- [www.nist.gov](http://www.nist.gov)
- [www.nobel.se](http://www.nobel.se)
- [www.goodfellow.com](http://www.goodfellow.com)
- [www.webelements.com](http://www.webelements.com)

**KÉMIA**

- [www.iupac.org](http://www.iupac.org)
- N.N. Greenwood, A. Earnshaw: Chemistry of the elements, Pergamon Press, 1989
- N.L. Glinka: General chemistry, Mir Publishers, Moscow, 1990
- N. Akhmetov: General and inorganic chemistry, Mir Publishers, Moscow, 1987
- Handbook of Chemistry and Physics, CRC Press, 1994
- Pungor Ernő (szerk.): Analitikusok kézikönyve, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987
- Kiss István, Vértés Attila: Magkémia, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1979
- M. Haissinsky: A magkémia és alkalmazásai, Akadémia Kiadó, Budapest, 1963
- Németh Béla: Kémiai táblázatok, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1971
- Inzelt György: Az elektrokémia modern elmélete és gyakorlata, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2000
- Mészáros Ernő: A levegőkémia alapjai, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1977
- Bruckner Győző: Szerves kémia, Tankönyvkiadó, Budapest, 1980
- Kucsman Árpád: Szerves kémia, ELTE egyetemi jegyzet, Budapest, 1977

<b>MATEMATIKA</b> .....	5	8.5. Vektorszámítás .....	61
1. ÁLTALÁNOS TUDNIVALÓK .....	5	8.6. Trigonometria .....	62
1.1. Néhány állandó .....	5	8.7. Térgometria .....	64
1.2. Görög betűk .....	5	<b>9. ANALITIKUS GEOMETRIA</b>	
1.3. Jelölések, kapcsolatok .....	5	<b>A SÍKBAN</b> .....	69
1.4. Jelek, rövidítések .....	6	9.1. Koordináta-rendszerek .....	69
2. GONDOLKODÁSUNK ESZKÖZEI .....	7	9.2. Pont .....	69
2.1. Matematikai logika .....	7	9.3. Egyenes .....	70
2.2. Halmazok .....	8	9.4. Kör .....	71
2.3. Gráfok .....	9	9.5. Parabola .....	72
3. ARITMETIKA, SZÁMELMÉLET .....	11	9.6. Ellipszis .....	73
3.1. Számhalmazok .....	11	9.7. Hiperbola .....	74
3.2. Egész számok .....	12	<b>10. TÁBLÁZATOK</b> .....	76
3.3. Racionális számok .....	14	10.1. Útmutató .....	76
3.4. Valós számok .....	14	10.2. Számok négyzete .....	78
3.5. Komplex számok .....	16	10.3. Számok négyzetgyöke .....	80
3.6. Gyakorlati számítások .....	18	10.4. Számok 10 alapú logaritmusai .....	84
4. ALGEBRA .....	20	10.5. Szögek szinusza és koszosinusa .....	88
4.1. Sorozatok, sorok .....	20	10.6. Nevezetes szögek szögfüggvényei .....	90
4.2. Kamatszámítás .....	21	10.7. Szögek tangense és kotangense .....	90
4.3. Kombinatorika .....	22	10.8. Forgásszögek szögfüggvényei .....	93
4.4. Egyenletek .....	22	10.9. Prímszámok 4000-ig .....	94
4.5. Egyenletrendszerek .....	26	10.10. Összetett számok felbontása 1600-ig (a 2, 3, 5 prímosztók nélkül) .....	95
5. VALÓS FÜGGVÉNYTAN .....	26	10.11. A binomiális együtthatók ( $n = 20$ -ig)	
5.1. Fontosabb valós függvények .....	26	$\binom{n}{k}$ .....	96
5.2. Határérték .....	31	10.12. Pitagorasz-féle számhármak ( $c =$ $= 100$ -ig) .....	96
5.3. Differenciálszámítás .....	31	10.13. Faktoriálisok ( $n = 100$ -ig) .....	97
5.4. Integrálszámítás .....	32	10.14. A standard normális eloszlás .....	98
6. VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS .....	34	<b>INFORMATIKA</b> .....	99
6.1. Események .....	34	1. MÉRTÉKEGYSÉGEK .....	99
6.2. Gyakoriság .....	34	2. FONTOSABB BETŰSZÓK ÉS ÁLLÓ- MÁNYKITERJESZTÉSEK .....	99
6.3. Valószínűség .....	35	3. JELÖLÉSEK .....	100
6.4. Valószínűség-eloszlások .....	36	4. VEZÉRLÉSI STRUKTÚRÁK .....	100
7. STATISZTIKA .....	43	5. ALAPFELADATOK .....	101
7.1. Adatok feldolgozása, ábrázolása .....	43	5.1. Sorozatszámítás .....	101
7.2. Mintafüggvények, statisztikák .....	45	5.2. Rekurzív sorozat .....	102
7.3. A szóródás jellemzői .....	46	5.3. Összegezés .....	102
7.4. Szimmetria és lapultság .....	47	5.4. Feltételes összegezés .....	103
7.5. Korreláció, regresszió .....	47	5.5. Eldöntés .....	103
7.6. Idősorok .....	49		
8. ELEMI GEOMETRIA .....	50		
8.1. Tételek .....	50		
8.2. Szögek .....	50		
8.3. Geometriai transzformációk .....	52		
8.4. Síkgeometria .....	54		

5.6. Kiválasztás	104	3.6. A vákuumbeli elektromágneses mező Maxwell-törvényei	162
5.7. Kiválogatás	104	4. FÉNYTAN	164
5.8. Számlálás	105	4.1. Geometriai optika	164
5.9. Szétválogatás	105	4.2. Fizikai optika	168
5.10. Metszet	106	4.3. A fotometria alapjai	170
5.11. Egyesítés	106	5. ATOMFIZIKA	171
5.12. Összefuttatás	107	5.1. Az atomok mérete és tömege	171
6. KERESÉSEK	107	5.2. Atommodellek	172
6.1. Lineáris keresés	107	5.3. Kötétt részecskék kvantummechanikai leírása	173
6.2. Bináris (logaritmikus) keresés	108	6. STATISZTIKUS FIZIKA	175
7. MAXIMUMFELADATOK	109	6.1. Termodinamikai valószínűség	175
7.1. Az első maximum kiválasztása	109	6.2. Maxwell-féle sebességeloszlás	176
7.2. Feltételes maximum keresése	109	7. MAGFIZIKA, ELEMI RÉSZECSKÉK	177
7.3. Maximumszámlálás	110	7.1. Az atommag	177
7.4. Lokális maximum keresése	111	7.2. Radioaktivitás	177
8. RENDEZÉSEK	111	7.3. Maghasadás	178
8.1. Beillesztéses rendezés	112	7.4. Magfúzió	179
8.2. Buborékos rendezés	112	7.5. Radioaktív bomlási sorozatok	179
8.3. Cserélgetéses rendezés	112	7.6. Sugárzásvédelem	181
8.4. Minimumkiválasztásos rendezés	112	8. A SPECIÁLIS RELATIVITÁSELMÉLET ALAPJAI	182
<b>FIZIKA</b>	<b>113</b>	8.1. Relativisztikus kinematika	182
1. MECHANIKA	113	8.2. Relativisztikus dinamika	182
1.1. A mozgás kinematikai leírása	113	9. FIZIKAI TÁBLÁZATOK	183
1.2. Dinamika	116	9.1. A Nemzetközi Mértékegységrendszer (SI)	183
1.3. Munka, energia, teljesítmény	120	9.2. Prefixumok	188
1.4. Anyagi pont és merev test egyensúlya (sztatika)	126	9.3. Fontosabb fizikai állandók	189
1.5. Rugalmas alakváltozások (deformációk)	126	9.4. A víz (vízgőz, jég) fontosabb adatai	191
1.6. Rezgések	128	9.5. A levegő fontosabb adatai	191
1.7. Mechanikai hullámok	129	9.6. Tudósok és feltalálók, akikről fizikai mértékegységet neveztek el	192
1.8. Folyadékok és gázok mechanikája	132	9.7. Gázok normálállapotú sűrűsége ( $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , $10^5\text{ Pa}$ )	193
2. HŐTAN	135	9.8. Folyadékok sűrűsége $18\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on	194
2.1. Szilárd testek tágulása	135	9.9. Ömlesztett anyagok halomsűrűsége	194
2.2. Folyadékok hőtágulása	135	9.10. Szilárd és folyékony elemek sűrűsége $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on	195
2.3. Gáztörvények	136	9.11. Szerkezeti és szerves anyagok, ásványok, kőzetek sűrűsége szobahőmérsékleten	196
2.4. Termodinamika	139	9.12. Homogén tömegeloszlású vonalas alakzatok tömegközéppontja	197
2.5. Halmazállapot-változások	142	9.13. Homogén tömegeloszlású síkidomok tömegközéppontja	197
2.6. A hőközlés módjai	143	9.14. Homogén tömegeloszlású testek és felületek tömegközéppontja	198
3. ELEKTRODINAMIKA	145		
3.1. Időben állandó elektromos mező (elektrosztatika)	145		
3.2. Stacionárius (időben állandó) elektromos áram	148		
3.3. Időben állandó mágneses mező vákuumban (levegőben)	151		
3.4. Mozgó vezeték mágneses mezőben	155		
3.5. Az időben változó elektromos mező	158		

9.15. Homogén tömegeloszlású testek különböző tengelyekre vonatkoztatott tehetlenségi nyomatékai . . . . .	199
9.16. Sűrűlási tényezők . . . . .	201
9.17. Gördülési sűrűlási tényezők . . . . .	201
9.18. Műanyagok rugalmas adatai szobahőmérsékleten . . . . .	202
9.19. Szerkezeti anyagok rugalmas adatai	202
9.20. Szilárd elemek rugalmas adatai . . . . .	203
9.21. Longitudinális hullám terjedési sebessége gázokban és gőzökben $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on, $10^5\text{ Pa}$ nyomáson . . . . .	203
9.22. Longitudinális hullám terjedési sebessége folyadékokban, $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on . . . . .	204
9.23. Longitudinális hullám terjedése szilárd anyagokban, $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on . . . . .	204
9.24. Longitudinális hullám terjedési sebességének hőmérsékletfüggése vízben . . . . .	204
9.25. Longitudinális hullám terjedésének hőmérsékletfüggése levegőben . . . . .	205
9.26. Hangskálák hangjainak frekvenciái és hangközei . . . . .	205
9.27. Formátényezők (áramlási ellenállási tényezők) . . . . .	206
9.28. Néhány folyadék felületi feszültsége $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on . . . . .	207
9.29. A víz felületi feszültsége levegőkörnyezetben a hőmérséklet függvényében . . . . .	207
9.30. Néhány folyadék Eötvös-állandója	208
9.31. Néhány anyag dinamikus viszkozitása $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on . . . . .	208
9.32. A levegő és a víz dinamikus viszkozitása a hőmérséklet függvényében . . . . .	208
9.33. Szilárd elemek hőtani adatai . . . . .	209
9.34. Szilárd anyagok hőtani adatai . . . . .	212
9.35. Műanyagok hőtani adatai . . . . .	213
9.36. Folyadékok hőtani adatai . . . . .	214
9.37. Gázok, gőzök hőtani adatai . . . . .	216
9.38. Gyulladás hőmérsékletek, égéshők, fűtőértékek . . . . .	218
9.39. Láng hőmérsékletek . . . . .	219
9.40. Gázmolekulák és gázatomok termikus átlagsebessége és közepes szabad úthossza $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on, normál légköri nyomáson ( $10^5\text{ Pa}$ ) . . . . .	219
9.41. Telített vízgőz nyomása és sűrűsége, a víz sűrűsége és párolgáshője a hőmérséklet függvényében . . . . .	220
9.42. A víz forrásponti hőmérsékletének változása a nyomás függvényében . . . . .	221
9.43. Néhány anyag hőátadási együtthatója . . . . .	221
9.44. Néhány anyag átlagos emissziós tényezője . . . . .	222
9.45. Szilárd anyagok relatív dielektromos állandója . . . . .	222
9.46. Műanyagok relatív dielektromos állandója . . . . .	223
9.47. Folyadékok relatív dielektromos állandója . . . . .	223
9.48. Gázok relatív dielektromos állandója $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on, $10^5\text{ Pa}$ nyomáson . . . . .	223
9.49. Szigetelő anyagok átütési feszültsége . . . . .	224
9.50. Szigetelt vörösréz vezeték megengedhető terhelése . . . . .	224
9.51. Szobahőmérsékleten vezető szilárd és folyékony elemek fajlagos ellenállása, az ellenállás hőmérsékletfüggése . . . . .	225
9.52. Szilárd, elektromosan vezető anyagok fajlagos ellenállása és az ellenállás hőfokfüggése . . . . .	227
9.53. Szigetelő anyagok fajlagos ellenállása $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on . . . . .	227
9.54. Műanyagok fajlagos ellenállása . . . . .	228
9.55. Néhány anyag relatív permeabilitása . . . . .	228
9.56. Néhány elem mágneses Curie-pontja . . . . .	228
9.57. Keménymágneses anyagok . . . . .	229
9.58. Lágymágneses anyagok . . . . .	230
9.59. Elemek elektrokémiai egyenértéke, kémiailag egyenértékű tömege és oxidációs szám-változása . . . . .	231
9.60. Elemek platinával létesített termofeszültsége $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérséklet-különbség esetén . . . . .	232
9.61. Volta-féle feszültség sor . . . . .	232
9.62. Termoelemek elektromotoros ereje $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ -os referenciahőmérsékletre vonatkoztatva . . . . .	233
9.63. Az elektromágneses színek tartományai . . . . .	234
9.64. Különböző anyagok levegőre vonatkoztatott törésmutató-értéke három nevezetes hullámhosszon, határszöge és diszperziója $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérsékleten és $10^5\text{ Pa}$ nyomáson . . . . .	235
9.65. A víz diszperziója $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on, $10^5\text{ Pa}$ nyomáson, levegőre vonatkoztatva . . . . .	236

9.66. A víz levegőre vonatkoztatott törésmutatójának hőmérsékletfüggése $\lambda =$ = 589,3 nm-en .....	236
9.67. Normálállapotú gázok abszolút törésmutatói .....	237
9.68. Referenciának tekinthető Fraunhofer-vonalak hullámhossza levegőben, 15 °C hőmérsékleten és $10^5$ Pa nyomáson ..	237
9.69. A látható tartományban átlátszó és át-tetsző anyagok áteresztési, visszaveré-si és elnyelési értékei .....	238
9.70. A látható tartományban átlátszat-lan anyagok visszaverési értékei ....	238
9.71. Néhány fényforrás fényerőssége ..	239
9.72. Az emberi szem spektrális érzékeny-sége .....	239
9.73. Szabad atomok első ionizációs ener-giája .....	240
9.74. Néhány atommag egy nukleonra jutó kötési energiája .....	241
9.75. Néhány, a gyakorlatban használt vagy előforduló radioaktív izotóp felezési ideje, bomlásának neme és a sugárzás maximális energiája .....	242
9.76. Szilárd elemek és a higany kilépé-si munkája, határhullámhossza és kristály-szerkezete .....	243
9.77. Diffúziós együtthatók és aktiváci-ós energiák .....	244
9.78. Félvezető anyagok tilos sávszélessé-ge 0 K és 300 K hőmérsékleten, töl-téshordozó mozgékonyágai és olvadás-pontjai .....	245
9.79. Elemek és vegyületek szupravezeté-si hőmérséklete .....	246
9.80. Az anyagot összetartó kölcsönhatások jellemzői .....	247
9.81. A standardmodell részecskéi .....	247
9.82. A fermionok generációi .....	247
9.83. Az erőhordozó bozonok tulajdon-ságai .....	248
9.84. A hadronok felépítése és tulajdon-ságai .....	248
9.85. A fizikai Nobel-díj kitüntetettjei ..	249

## CSILLAGÁSZAT ..... 251

1. A LEGFONTOSABB CSILLAGÁSZATI ÁLLANDÓK ÉS MÉRTÉKEGYSÉ-GEK .....	251
2. A NAP, A FÖLD ÉS A HOLD LEGFON-TOSABB ADATAI .....	251
3. A NAPRENDSZER NAGYBOLYGÓINAK FIZIKAI ÉS PÁLYAADATAI .....	253
4. HOLDAK A NAPRENDSZER NAGY-BOLYGÓI KÖRÜL .....	255
5. A LEGNAGYOBB KISBOLYGÓK ...	259
6. A LEGKÖZELEBBI CSILLAGOK ...	259
7. A SZABAD SZEMMEL LÁTHATÓ LEG-FÉNYESEBB CSILLAGOK .....	260
8. A CSILLAGKÉPEK NEVE ÉS RÖVIDÍ-TÉSE .....	262
9. A TEJÚTRENSZER FONTOSABB JEL-LEMZŐI .....	263
10. A LEGGYAKORIBB KÉMIAI ELE-MEK ELŐFORDULÁSI ARÁNYA AZ UNIVERZUMBAN .....	263

## FÖLDRAJZ ..... 264

1. A FÖLD NÉHÁNY ADATA .....	264
2. A NAP DELELÉSI SZÖGE NEVEZE-TES SZÉLESSÉGEKEN A NAPÉJEGYEN-LŐSÉGEK (III. 21., IX. 23.) ÉS A NAP-FORDULÓK (VI. 22., XII. 22.) IDEJÉN	264
3. A NAP DELELÉSI SZÖGÉNEK KISZÁ-MÍTÁSI MÓDJA AZ ÉSZAKI SZOLÁ-RIS MÉRSÉKELT ÖVEZETBEN A NAP-ÉJEGYENLŐSÉGEK (III. 21., IX. 23.) ÉS A NAPFORDULÓK (VI. 22., XII. 22.) IDEJÉN .....	264
4. AZ EGYES FÖLDRÉSZEK MÉRETEI	265
5. A FÖLD 8000 MÉTERNÉL MAGASABB HEGYCSÚCSAI .....	266
6. AZ EGYES ÓCEÁNOK MÉRETEI ...	266
7. A VILÁGÓCEÁN 10000 MÉTERNÉL MÉLYEBB PONTJAI .....	266
8. A FÖLD LEGNAGYOBB SZIGETEI.	267
9. A FÖLD LEGNAGYOBB FÉLSZIGE-TEI .....	267
10. A FÖLD LEGHOSSZABB FOLYÓI.	267
11. A FÖLD LEGBŐVIZŰBB FOLYÓI.	268
12. EURÓPA LEGNAGYOBB FOLYÓI.	268
13. A FÖLD LEGNAGYOBB TAVAI ...	269

14. A FÖLD LEGMÉLYEBB TAVAI ...	269
15. A FÖLD LEGNAGYOBB SIVATAG- JAI.....	269
16. AZ EGYES FÖLDRÉSZEK JÉGGEL BO- RÍTOTT TERÜLETEI .....	270
17. AZ EGYES FÖLDRÉSZEK NÉHÁNY NEVEZETES GLECCSERE .....	271
18. A FÖLD LEGHOSSZABB BARLANG- JAI.....	271
19. A FÖLD LEGMÉLYEBB BARLANG- JAI.....	271
20. „ELSŐ” ESEMÉNYEK A FÖLDTÖRTÉ- NETBEN .....	272

## **KÉMIA** ..... 273

A kémiai gyakorlatban használatos fontosabb fizikai állandók pontos értéke ..... 273

1. ELEMEEK.....	273
1.1. Az elemek rendszáma, vegyjele, magyar neve különféle sorrendben .....	273
1.2. Az elemek felfedezése .....	277
1.3. Az elemek periódusos rendszere ...	280
1.4. Az elemek fizikai tulajdonságai ...	282
1.5. Fémkristályok rácsállandói .....	285
2. ATOMOK.....	286
2.1. Az elemek stabil nuklidjainak (izotópja- inak) előfordulási aránya és pontos molá- ris tömege .....	286
2.2. Néhány, a természetben előforduló na- gyon hosszú felezési idejű radioaktív nuk- lid (izotóp) mért vagy becsült adatai .	289
2.3. Az atomok százalékos előfordulá- sa a földkéregben.....	290
2.4. Az atomok relatív gyakorisága a Világegyetemben .....	291
2.5. Az emberi test összetétele .....	291
2.6. Az atomok periódusos rendszere ...	292
2.7. Az atomok elektronszerkezete és fizikai tulajdonságai.....	294
2.8. Az atomsugarak változása a periódusos rendszerben .....	298
2.9. Az atomsugarak változása a rend- szám függvényében.....	298
2.10. Az elektronegativitás változása a peri- ódusos rendszerben .....	299
2.11. Az elektronegativitás változása a rend- szám függvényében.....	299
2.12. Az első ionizációs energia változása a periódusos rendszerben .....	300

2.13. Az első ionizációs energia változása a rendszám függvényében.....	300
2.14. Az atomok részletes elektronszer- kezete .....	301
2.15. A kvantumszámok és az elektroneleos- lás kapcsolata .....	303
2.16. Az atomok lehetséges és jellemző oxi- dációs állapotai .....	304
2.17. Az elektronok kötési energiája (eV- ban) a szabad atomok egyes alhéja- in, pályáin .....	305
3. IONOK .....	307
3.1. Anionok ionsugara .....	307
3.2. Kationok ionsugara .....	308
3.3. A leggyakoribb összetett ionok jellem- zői .....	309
3.4. Néhány ionkristályos vegyület rácsener- giája .....	310
3.5. Hidratált ionok képződéshője 25 °C- on.....	311
4. MOLEKULÁK .....	312
4.1. A molekulageometria alapszerkeze- tei.....	312
4.2. Egyszerű molekulák, illetve kova- lens kötések jellemzői.....	313
4.3. A kötési energiák nagyságrendje ...	314
5. KEVERÉKEK, OLDATOK, ELEGYEK	314
5.1. A levegő összetétele .....	314
5.2. Néhány gáz oldhatósága vízben (g/100 g víz) a hőmérséklet függvényében (10 <sup>5</sup> Pa nyomáson).....	315
5.3. Az ammónia vizes oldatának sűrűsége és ammóniatartalma (20 °C-on, 10 <sup>5</sup> Pa nyomáson).....	315
5.4. Etanol–víz elegy etanoltartalma és sűrű- sége (20 °C-on).....	315
5.5. Néhány folyadék molális fagyáspont- csökkenése és forráspont-emelkedése	316
5.6. Szervetlen vegyületek oldhatósága víz- ben különböző hőmérsékleteken ....	317
5.7. A kénsav-, sósav-, salétromsav-, ná- trium-hidroxid- és kálium-hidroxid-oldatok összetétele a sűrűség függvényében (15 °C-on).....	326
5.8. Savoldatok sűrűsége az összetétel függ- vényében (20 °C-on) .....	328
5.9. Sóoldatok sűrűsége az összetétel függ- vényében (20 °C-on) .....	331
5.10. Néhány vegyület végtelen híg oldatra vonatkozó oldáshője .....	332

6. REAKCIÓK .....	333
6.1. Néhány csapadék oldhatósági szorzata (25 °C-on) .....	333
6.2. A vízionszorzat értéke .....	333
6.3. Szervetlen savak savállandói .....	334
6.4. Bázisok bázisállandói .....	336
6.5. Vizes közegben használatos sav-bázis indikátorok .....	337
6.6. Fémek standardpotenciáljai .....	338
6.7. A fontosabb gázelektrodok, valamint egyes nemfémes elemek standardpotenciáljai .....	338
6.8. A fontosabb redoxielektrodok standard redoxpotenciálja .....	339
6.9. Gyakrabban használt redoxiindikátorok .....	339
7. SZERVETLEN VEGYÜLETEK .....	340
7.1. Szervetlen vegyületek tulajdonságai .....	340
7.2. Néhány vegyület bomlási hőmérséklete .....	346
8. SZERVES VEGYÜLETEK .....	347
8.1. Kisebb atomcsoportok és atomok között kialakuló kovalens kötések kötési energiája (kJ/mol) .....	347
8.2. Szerves molekulákban gyakori atomkapcsolatokra jellemző átlagos kötéstávolságok és átlagos kötési energiák .....	348
8.3. Az első hús alkán tulajdonságai ..	348
8.4. A normál alkánok olvadáspontjának változása a szénatomszámmal .....	349
8.5. A normál alkánok forráspontjának változása a szénatomszámmal .....	349
8.6. Szerves anyagok tulajdonságai vegyületcsoportok szerint .....	350
8.7. A genetikai kód .....	355
8.8. Az aminosavak jelölése, képlete, moláris tömege .....	356
8.9. Az aminosavak fizikai és kémiai tulajdonságai .....	357
8.10. Szerves savak savállandói .....	358
8.11. A szerves vegyületek nevezéktanának rövid áttekintése .....	358
9. BALESETVÉDELEM .....	359
9.1. A figyelmeztető táblákon használatos piktogramok .....	359
9.2. A vegyszerek csomagolásán feltüntetett R-mondatok .....	359
9.3. A vegyszerek csomagolásán feltüntetett S-mondatok .....	360

Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt.  
a Sanoma company  
www.ntk.hu  
Vevőszolgálat: info@ntk.hu  
Telefon: 06 80 200 788

A kiadásért felel: Kiss János Tamás vezérigazgató  
Raktári szám: 16129/1  
Felelős szerkesztő: Tóthné Szalontay Anna  
Műszaki igazgató: Babicsné Vasvári Etelka  
Műszaki szerkesztő: Marcsek Ildikó  
Terjedelem: 32,89 (A/5) ív  
Tömeg: 600 gramm  
2., javított kiadás, 2012  
Tördelés: Könyv Művek Bt.



Készült a Gyomai Kner Nyomda Zrt.-ben,  
a nyomda alapításának 130. esztendejében  
Felelős vezető: Fazekas Péter vezérigazgató  
Tel.: 66/887-400  
http://www.gyomaikner.hu  
E-mail: kner nyomda@gyomaikner.hu

**magyar**  
nyomda termék  
NYOMDA- ÉS PÁPIRIPARI SZÖVETSÉG